# Einfluß der Breite auf die Tragfähigkeit und Reibung des Gleitlagers.

Von Dr.-Ing. K. Bauer, Techn. Hochschule Graz,
hierüber berichtet von Dr.-Ing. A. Bartel, KWI, Bln.-Dahlem.

Eine restlose Deutung der sehr verschiedenartigen Schmierwirkungen (Schmierfähigkeit), etwa durch eine Aufteilung der Vorgänge in Einzeleffekte (Grenzflächen- und Oberflächenspannung, Dipolmoment, Benetzungswärme etc.) oder durch Diskussion von Stoffen, die aus dem Gemisch von Substanzen, die das Schmieröl darstellt, nur teilweise streng isoliert werden können, gelang bis zur Stunde keinesfalls befriedigend. Einer erschöpfend genauen Identifizierung vermochten sich die Substanzen bislang gut zu entziehen, denn die Bildung azeotroper Gemische verhindert eine Klärung der Fragen selbst beim Ansetzen extremer und sehr bewährter physikalisch chemischer Verfahren. Die Fragen müßten noch eine experimentelle Ausweitung auf die Trennverfahren mittels Thermodiffusion (Clusius) oder der Spaltung nach dem Multiplikationsverfahren (W. Kuhn) und die Anwendung der Massentrennung mittels Molekularstrahlen für dieses Gebiet bekommen.

Die Schmierwirkung, wie sie sich in der Praxis an der Lagerstelle zeigt, ist aber ein Gesamteffekt, der in weitem Maße von der gestaltlichen (schädliche Formänderungen!), energetischen und werkstofflichen Eigenart (Werkstoffpaarung) der Wirkungsstellen (Lager, Zylinder) abhängig ist und die nach einer wirklichkeitsgetreuen Prüfung berechtigt verlangt. Sie ist ein Gesamteffekt, der eine Summenwirkung der Architektur der beteiligten chemischen Verbindungen sowohl in sich, als auch in ihrer spezifischen chemischen Stellung (Affinität) zu den Grenzflächen der meist metallischen Begrenzungen darstellt und nicht zuletzt ausschlaggebend beeinflußt wird durch die Gesetze der räumlichen gegenseitigen Bewegungen derselben (Kinematik und Strömung). So konnte dem

Wesen der Schmierfähigkeit nur in Sonderfällen näher gekommen werden, da im allgemeinen bereits kleinste Veränderungen stofflicher und energetischer Art, wie z.B. die Beeinflussung der Fluidität durch örtliche Veränderung des Totaldampfdruckes (d.h. eine Veränderung der Gleichgewichtskonzentrationen) - besonders an den Stellen des dispersen Kontaktes (Block!) durch Temperaturblitze -, da mit der Reibungserscheinung vor allem eine Dehnung der Schichten, speziell der Adsorptionsschicht, verknüpft ist, von grundsätzlicher Bedeutung für das Experiment und den Betrieb sein können. Schlüsse über die Konstitution der im Schmieröl vorhandenen Substanzen sind über eine gewisse allegemeine Aussage, wie sie die Ringanalyse oder die Einteilung in Gruppen, wie paraffinbasich, aromatisch etc., darstellen, nicht hinausgelangt. Die bisher gewonnenen Erkenntnisse vermitteln uns indes nur eine allgemeine Vorstellung, wie der Schmiervorgang molekularkinetisch zu erklären ist, und welche Bedingungen infolgedessen ein Schmieröl zu erfüllen hat. Aus diesen Überlegungen heraus erscheint es wohl lohnend, dem Problem der Schmierwirkung unter anderem auch von dem allgemeinen Gesichtspunkt der Reibung geschmierter Oberflächen - als Reziprokum der Schmierfähigkeit angesetzt - näherzukommen.

Die Reibungskurven von Stribeck vermitteln ineinanderfließend vortrefflich sämtliche Zustände der Schmierung; nämlich der reinen hydrodynamischen Schmiermittelreibung, der gemischten Reibung, der Grenzreibung und der Reibung der Ruhe (statische Reibung, $v = 0$).

Stribeck brachte die Reibungszahl zunächst in Zusammenhang mit je einer der drei maßgebenden Größen, die bei Reibungsmessungen mit Pendelwaage im Traglager auftreten, nämlich der Zähigkeit, der Belastung und der relativen Gleitgeschwindigkeit, und erhielt als Ergebnis je eine Schaar von Einzelkurven. Das Gebiet der hydrodynamischen Flüssigkeitsreibung gilt als im wesentlichen erforscht durch die Arbeiten von Reynolds-Sommerfeld. Diese brachten bereits klare Ansätze zur Berechnung unendlich langer Lager. Eine brauchbare Umsetzung dieser Erkenntnisse in die Praxis für den

 

Fall eines endlich langen Lagers gelang erst in allerletzter Zeit durch die Arbeit von K. Bauer: "Einfluß der Breite auf auf Tragfähigkeit und Reibung des Gleitlagers"[1]. Bauer hatte sich die Aufgabe gestellt, die Integrationen der bekannten hydrodynamischen Grundgleichungen für das Gleitlager endlicher Breite bei Beachtung der tatsächlich im Schmierfilm auftretenden Grenzen der Druckentwicklung durchzuführen und die Untersuchung auch zahlenmäßig soweit vorzunehmen, daß ihre Ergebnisse auf Grund des Ähnlichkeitsgesetzes der hydrodynamischen Schmierung in allgemein gültiger Form graphisch und bequem dargestellt werden können. Diese Aufgabe wurde nach umfangreichen, mit Benutzung des Verfahrens von Galerkin durchgeführten Rechnungen gelöst. Die für die Gestaltung von Lagern maßgebenden Größen, wie Gesamtbelastung, Reibungskraft, Verlagerungswinkel und Ölmenge werden durch dimensionslose Größen dargestellt, deren Einführung es ermöglicht hat, ihre Zusammenhänge in Form von Lagerkennlinien darzustellen, die eine einfache und übersichtliche Lagerberechnung und die rasche Beurteilung der verschiedenen Einflüsse ermöglichen. Die auf theoretischem Wege gewonnenen Ergebnisse erhielten durch die vorgenommenen Versuche auf einem Traglagerprüfstand ihre befriedigende Bestätigung.

Bauer berichtet selbst in seiner Zusammenfassung:

"Einleitend werden die bekannten angenäherten Grundgleichungen der hydrodynamischen Theorie und die bekannte Lösung des unendlich breiten Lagers gebracht. Nach einem Hinweis auf Schiebel, der erstmalig das Problem des endlich breiten Lagers auf ein Variationsproblem zurückführte und so die Methoden der Variationsrechnung nutzbar machte, wurde zur Lösung des Problems für die wirklichkeitsgetreuen Grenzbedingungen die Methode von Galerkin verwendet. Die Berechnung führte zum Ergebnis, daß die Tragfähigkeitsabnahme durch die endliche Breite nicht nur eine Funktion der Breite, sondern auch eine Funktion der relativen Schmierschichtstär-

---

1) Dissertation Graz 1941, Berichterstatter: Prof. Dr. Ing. K. Federhofer

ke ist. Die dimensionslosen Ausdrücke für die Tragfähigkeit $\Phi = \frac{p_m \cdot \psi^2}{\eta \cdot \omega}$ (Belastungskennzahl), ferner die Reibungskennzahl $\frac{\mu}{\psi}$, die Erwärmungskennzahl $\Theta$ und die Durchflußgröße $\frac{q}{\omega r \cdot \psi}$ wurden für die Breitenverhältnisse b - d; b - 1/2 d, b - 1/3 d und b - 1/4 d (Abb. B 2) für verschiedene Zapfenlagen berechnet und deren Ergebnisse in Abbildungen (Abb. B 1) dargestellt. Diese Abbildungen können als Grundlage zur einfachen Lagermessung dienen. An eigenen und an Versuchsergebnissen anderer Forscher konnte eine sehr gute Übereinstimmung der Rechnung mit den Meßergebnissen gezeigt werden."

Als <u>bemerkenswerte Bezeichnungen</u> gelten in der vorliegenden Arbeit die dimensionslosen Größen:

<u>Relative Schmierschichtstärke</u> $\delta = \frac{h_o}{R - r}$, worin bedeutet:

ho = kleinste Schmierschichtstärke mit zugehörigem Verlagerungswinkel

R = Halbmesser der Lagerschale

r = Zapfenhalbmesser

<u>Belastungskennzahl</u> $\Phi$ als Maß der Tragfähigkeit. Sie kann dargestellt werden als dimensionslose Größe $\frac{p \cdot \psi^2}{\eta \cdot \omega}$, die nur eine Funktion von $\delta$ ist, worin bedeuten:

p = Zapfendruck

$\psi$ = relatives Lagerspiel

$\eta$ = dynamische Zähigkeit

$\omega$ = Winkelgeschwindigkeit

$\delta$ = relative Schmierschichtstärke

<u>Reibungskennzahl</u> $\frac{\mu}{\psi}$, welche die Reibungswiderstände berücksichtigt. Der gesamte im Lager auftretende Reibungswiderstand setzt sich aus dem im Druckteil und dem im drucklosen Teil vorhandenen zusammen. Die Reibungskennzahl läßt sich als eine reine Funktion von $\delta$ darstellen, es bedeuten:

$\mu$ = Reibungszahl

$\psi$ = relatives Lagerspiel

$\delta$ = relative Schmierschichtstärke

Durchflußgröße $\frac{q}{\omega r \psi}$, welche zur Darstellung der durchgehenden Ölmenge in dimensionsloser Form verwendet wird. Es bedeuten:

$q$ = seitlich ausfließende Ölmenge je Flächeneinheit

$\omega$ = Winkelgeschwindigkeit

$r$ = Zapfenhalbmesser

$\psi$ = relatives Lagerspiel

Die Durchflußgröße wurde übrigens für die gesamte Druckverteilung ermittelt.

Erwärmungskennzahl $\Theta = \frac{\frac{\mu}{\psi}}{\frac{q}{r \omega \psi}}$, welche ein Maß für die Temperaturerhöhung in dimensionsloser Form darstellt. Sie wird aus dem Quotienten aus Reibungskennzahl und aus der Durchflußgröße gebildet. Für ein gewähltes Breitenverhältnis ist sie nur eine Funktion der relativen Schmierschichtstärke.

Einige Beispiele mögen den Gebrauch der Abbildung der Lagerkennlinien (Abb. B 1) zeigen: Gegeben sei die Gesamtbelastung P, der Zapfendurchmesser R-r = 0,2 mm und die Drehzahl n. Zapfen und Lagerschale seien fein gedreht. ( $10\mu$ ). Mit der Annahme, daß die kleinste zulässige Schmierschichtstärke gleich der mittleren Oberflächenrauhigkeit sei, wird $h_{o\,min} = 10\,\mu$ und $\delta_{min} = \frac{ho\ min}{R - r} = 0{,}05$. Um bei einer Belastungszunahme eine gewisse Sicherheit gegen Erreichen des Grenzwertes $\delta_{min}$ zu haben, wähle man für das Beispiel $\delta = 0{,}2$. Das Breitenverhältnis sei b = d. Dadurch ist auch $p_m$ und die Gleitkennzahl festgelegt. Man erhält sie, wenn man durch $\delta = 0{,}2$ eine Parallele zur Abszisse legt und sie mit der $\delta$-Linie für b = d zum Schnitt bringt, ihr Wert ist 0,30. Die Zähigkeit $\eta$ und das relative Lagerspiel $\psi$ sind so abzugleichen, daß diese theoretisch gefundene Gleitkennzahl auch tatsächlich erreicht wird. Die Ordinate abgegriffen gibt für die Reibungskennzahl den Wert $\frac{\mu}{\psi} = 1{,}53$ und für die Durchflußgröße $\frac{q}{r \omega \cdot \psi} = 0{,}1305$, woraus sich die erforderliche Ölmenge berechnen läßt. Das Schaubild kann auch zur Beantwortung der Frage herangezogen werden:

"Wie wirkt sich eine Verkürzung der Lagerschale z.B. auf die Hälfte bei derselben Gesamtbelastung P, der gleichen Drehzahl n, gleicher Zähigkeit und demselben relativen Lagerspiel $\psi$ aus?" ------ Oder: "Für einen Drehstrommotor ist das Lager zu berechnen! Man ermittele jenes Breitenverhältnis, bei dem die kleinste Temperaturerhöhung zu erwarten ist und berechne die Temperaturerhöhung im Ölfilm, die kleinste zu erwartende Schmierschichtstärke, die erforderliche Ölmenge und gebe ungefähr die Zähigkeit des zu verwendenden Öles an. Ferner vergleiche man dieses Lager mit einem schmäleren und einem breiteren Lager, wenn gegeben ist: Der Zapfendurchmesser mit größten durch das Lichtschnittverfahren festgelegten Rauhigkeiten von 5 $\mu$, die Drehzahl, die lotrecht wirkende Gesamtbelastung. Das seitlich aus dem Lager abfließende Öl kühle sich im Grunde des Lagers auf $\vartheta_0$ = 40°C ab. Die Lagerschale sei in der Waagerechten geteilt, der Öleinlauf erfolge in der Teilfuge."

Überblick über die bisher benutzten Berechnungsverfahren.

Für den Fall, daß das Lager in seiner Breitenausdehnung unbegrenzt ist, konnte eine Näherungslösung verhältnismäßig einfach ermittelt werden. Eine sehr gute Näherungslösung erhielt Sommerfeld aus dem strengen Ansatz des Problems, indem er in erster Näherung die Koordinatenfunktion als von $\varphi$ unabhängig betrachtete und in zweiter Näherung berücksichtigte, daß die in der Funktion auftretenden Koeffizienten keine Konstanten, sondern Funktionen von $\varphi$ sind. (1)

Reissner gelang es hingegen, dieses Problem exakt zu lösen. (12)

Bei allen wirklich vorkommenden Lagern ist die Breite begrenzt, es wird daher bei ihnen auch Öl seitlich abfließen. Wir haben es hier also mit einer räumlichen Strömung zu tun. Durch eine Gleichung wird diese Strömung angenähert wiedergegeben.

Diese Gleichung wurde von Michell für das Problem des ebenen Gleitschuhs gelöst, jedoch auch nur über die umständlic[he] Reihenentwicklung, die zu einer sehr mühsamen Zahlenrechnung führt. (1)

Auch Duffing löste das Problem des ebenen Gleitschuhs ebenfalls durch eine Reihenentwicklung, legte seiner Rechnung aber eine dem Schmierspalt proportionale Zähigkeit zu Grunde, wodurch sich der Lösungsansatz auf elementare transzendente Funktionen zurückführen läßt. (10)

Den strengen Ansatz für die räumliche Strömung im Gleitlager von endlicher Breite hat ebenfalls Reissner gelöst. (13)

Gümbel gibt eine Näherungslösung an. Er verwendet für den Mittelschnitt die Lösung des unendlich breiten Lagers, indem er sie mit Korrekturgliedern versieht und in achsialer Richtung einen cosinusförmigen Druckverlauf annimmt. Er gelangt zu einer parabelförmigen Abhängigkeit, die für den Fall der Halbschale die Form $\frac{\mu}{\psi} = 2,6\sqrt{\frac{1}{\varphi}}$ hat. (4)

Stodola löst die Gleichung graphisch durch schrittweise Annäherung. Seine Methode ist, wenn die Grenzen von vornherein festgelegt sind, durchführbar und gestattet auch eine Lösung für veränderliche Zähigkeit unter der Voraussetzung, daß die Spalthöhe h und die Zähigkeit $\eta$ nur Funktionen von $x$ sind. (3)

Das Verfahren von Hummel stützt sich auf die graphische Näherungslösung von Stodola. Für die Druckentwicklung im Mittelschnitt lehnt er sich jedoch bei Verwendung der Gümbel'schen Grenzbedingungen stark an die Lösung des ebenen Gleitschuhs von Michell an. (5)

Kingsbury löst dasProblem experimentell mit Hilfe eines elektrischen Gleichnisses, das,verglichen mit den Rechnungen von Michell,zu sehr bedriedigenden Ergebnissen führt. (11)

M.ten Bosch gibt auch eine Näherungslösung an. Er erhält sie dadurch, daß er das endlich breite Lager mit einem gleichwertigen unendlich breiten von derselben relativen Zapfenlage und gleicher Reibungszahl vergleicht. Er sieht aber dabei von der Verschiedenheit der Ölströmung im Spalt der beiden zu vergleichenden Lager ab. Als Verhältniswerte verwendet er die von Michell und Boswall für den ebenen Gleitschuh gerechneten Werte. (19)

Auch Stieber versieht die Lösung des unendlichen breiten Lagers mit Beiwerten, die er als Funktion vom Breitenverhältnis darstellt. (9)

Bereits Schiebel hat gezeigt, daß das Problem auf eine Euler-Lagrange'sche Differentialgleichung einer Variationsaufgabe zurückgeführt werden kann. Er löst die Aufgabe mit Hilfe des Ritz'schen Verfahrens unter Verwendung der Lösung des unendlich breiten Lagers, indem er sie mit Festwerten, die nur vom Breitenverhältnis und der relativen Schmierschichtstärke abhängen, versieht. Die Abhängigkeit des Druckabfalles von der Spalthöhe wird dabei nicht berücksichtigt. Dadurch wird die Druckverteilung nicht ganz richtig wiedergegeben. (3)

Auch Vogelpohl löst die Gleichung mit Hilfe des Verfahrens von Ritz. (14)

Alle diese angegebenen Lösungsverfahren weisen gewisse Mängel auf. Entweder entspricht die angenommene Grenzbedingung nicht den tatsächlichen Grenzen, oder der Einfluß der endlichen Breite auf die Druckverteilung wird nicht richtig wiedergegeben.

Für die gestellte Aufgabe, für verschiedene Breitenverhältnisse und für verschiedene Betriebszustände $\Phi$ einmal mit den tatsächlichen Grenzbedingungen die zahlenmäßige Durchrechnung durchzuführen, schien es dem Verfasser zweckmäßig, das Galerkin'sche Verfahren zu verwenden.

## Schrifttum.


1) Ostwalds Klassiker, Nr.218, Leipzig 1927
2) L. Gümbel, Mbl. Berlin (Bez.Ver.dtsch.Ing.) 1921
3) A. Stodola, Die Dampfturbine, Berlin 1924
4) L. Gümbel u.E.Everling, Reibung u.Schmierung im Maschinenbau, Berlin 1925
5) Ch. Hummel, VDI-Forsch.-Heft 287, Berlin 1926
6) E.Falz, Grundzüge der Schmiertechnik, Berlin 1931
7) W. Nücker, VDI-Forsch.-Heft 352, Berlin 1932
8) A.Schiebel, Die Gleitlager, Berlin 1933
9) W.Stieber, Das Schwimmlager, Berlin 1933
10) G.Duffing in Auerbach Hort, Hdbch.d.phys.u.techn. Mechanik Bd.5
11) A. Kingsbury, Trans.Amer.Soc.Mech.Engrs. Bd.53 (1931)
12) H. Reissner, Z.angew.Math.Mech. Bd. 15 (1935)
13) " , Bd. " Bd. 16 (1936)
14) G. Vogelpohl, VDI-Forsch.-Heft 386 Berlin (1937)
15) " , Z.angew.Math.Mech. Bd.15 (1935)
16) A.Rumpf, VDI-Forsch.-Heft 393 Berlin (1938)
17) C.B. Biezeno u. R.Grammel, Techn.Mechanik Berlin 1939
18) W. Frössel, Forsch.Ing.-Wesen, 1938
19) M.ten Bosch, Vorlesungen über Maschinenelemente 1940
20) A.Klemencic, Lagerversuche über die gemischte Reibung, Habilitationsschrift T.H. Graz 1937


Bn.

001615



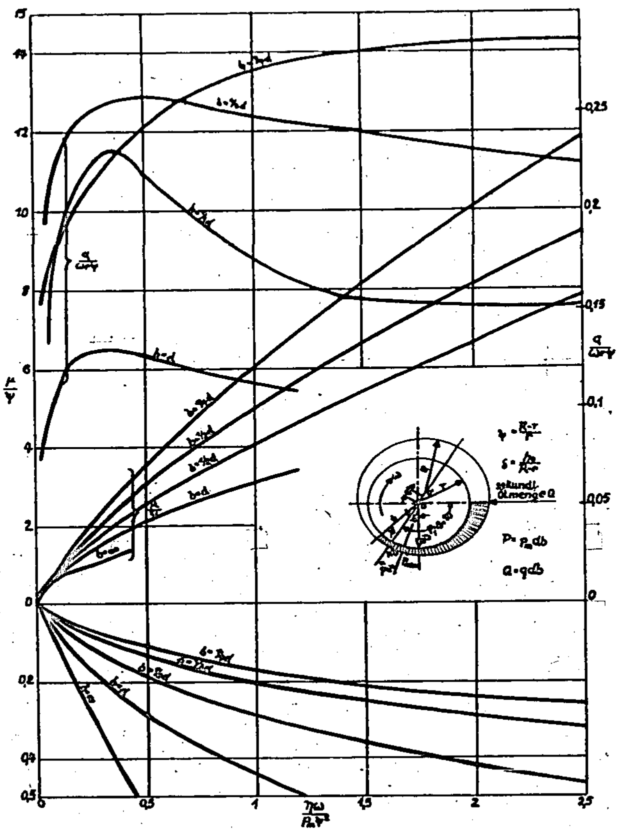

Abb.1

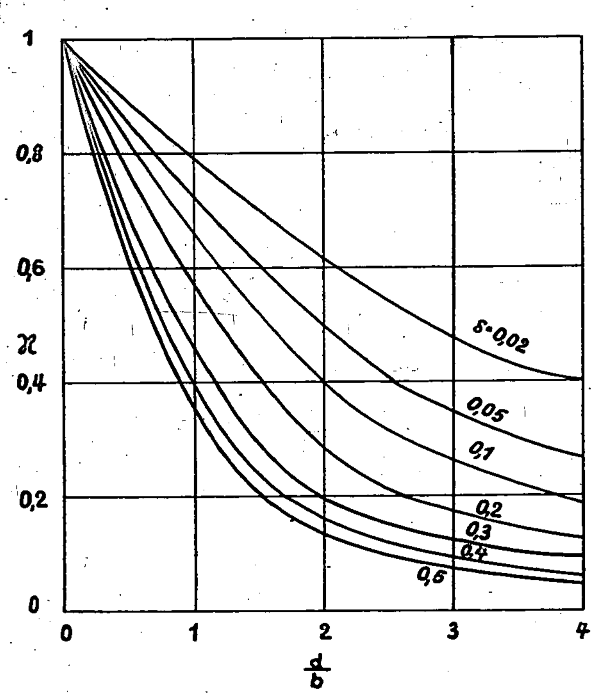


Abb.2