

Technische Berichte

und
Vorabdrucke
aus

Jahrbuch 1942 der deutschen Luftfahrtforschung

Lieferung 3 und 4

7870

Herausgegeben
von der Zentrale für wissenschaftliches Berichtswesen der Luftfahrtforschung
des Generalluftzeugmeisters (ZWB) - Berlin-Adlershof

Inhaltsverzeichnis

„Ein einfaches nomographisches Verfahren zur Ermittlung der wirklichen Flugeschwindigkeit und der wirklichen Außenlufttemperatur aus den Anzeigen der Bordinstrumente bei Berücksichtigung der Kompressibilität der Luft“. Von W. Hofmann, Berlin	173
„Messungen an einem Staudruck-Multiplikator mit großer Anstellwinkel-Unempfindlichkeit“. Von W. Krüger, Göttingen	183
„Über einen neuen Nachlaufeffekt“. Von O. Ruchti, Ainring	187
„Der Abwind hinter einem Flügel mit periodisch schwankender Zirkulationsverteilung“. Von I. Flügel-Lotz, Berlin	190
„Über Schwingungsuntersuchungen an Gegenlaufschräuben“. Von J. Meyer, Berlin-Adlershof	192
„Zweckentsprechende Prüfverfahren zur Ermittlung der Brauchbarkeit von Klebstoffen für den Flugzeugbau“. Von K. Scheinichen, Brandenburg/Havel	193
„Untersuchung der Bewegung einer Platte beim Eintritt in eine Strahlungsgrenze“ H. G. Kufner	198
Aus deutschen Forschungsanstalten	199

Zur Beachtung!

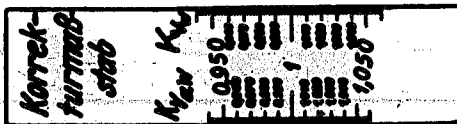
Dieser Bericht ist bestimmt für die Arbeiten im Dienstbereich des Empfängers. Der Bericht darf innerhalb dieses Dienstbereichs nur an Persönlichkeiten ausgehändigt werden, die aus dem Inhalt Anregungen für ihre Arbeiten zu schöpfen vermögen.

Verwendung zu Veröffentlichungen (ganz oder teilweise) sowie Weiterleitung an Persönlichkeiten außerhalb des Dienstbereichs des Empfängers ist ausgeschlossen.

**Der Bericht ist unter Stahlblechverschluß
mit Patentschloß zu halten.**

7871

Nur für den Dienstgebrauch



Korrekturmaßstäbe zur Benutzung in Verbindung mit den Nomogrammen A und B
(zum Ausschneiden)

Sonderdruck aus W. Hofmann: Nomographisches Verfahren zur Ermittlung der wahren Fluggeschwindigkeit.
Technische Berichte Bd. 9 (1942) Nr. 6 S. 173.

**Zentrale für wissenschaftliches Berichtswesen
der Luftfahrtforschung des Generalflutzeugmeisters (ZWB)**

An die

Drucksache

BUCHERZETTEL

Das Buch „A Treatise on the Theory of Bessel Functions“ von G. N. Watson stellt das Standardwerk auf dem Gebiet der Besselfunktionen dar, das nicht bloß von Mathematikern, sondern auch von Ingenieuren, Technikern und Physikern sehr stark gebraucht wird. Da dieses Buch infolge geringer Auflagenhöhe schon lange vergriffen und in Deutschland bei weitem nicht in ausreichendem Maße verbreitet ist, hat die ZWB einen photomechanischen Nachdruck hergestellt, der gegen Erstattung eines Unkostenbeitrages von RM 25.—, in dem die Kosten für Verpackung und Versand enthalten sind, bezogen werden kann.

Auf ähnliche Weise wird demnächst das Werk:

E. W. Hobson: The Theory of spherical and ellipsoidal Harmonics,
Cambridge 1931,
durch Nachdruck zugänglich gemacht werden.

(Anschrift)

(Unterschrift)

Exemplare „A Treatise on the Theory of Bessel Functions“
von G. N. Watson.
Den Unkostenbeitrag von 25.- RM je Exemplar überweise ich gleichzeitig auf das
Postcheck-Konto Berlin 490 77 – bitte ich durch Nachnahme zu erheben.
Für das demnächst erscheinende Werk „The Theory of spherical and ellipsoidal Harmonics“
von E. W. Hobson besteht bei mir ebenfalls kein Interesse.

Hierdurch bestelle ich

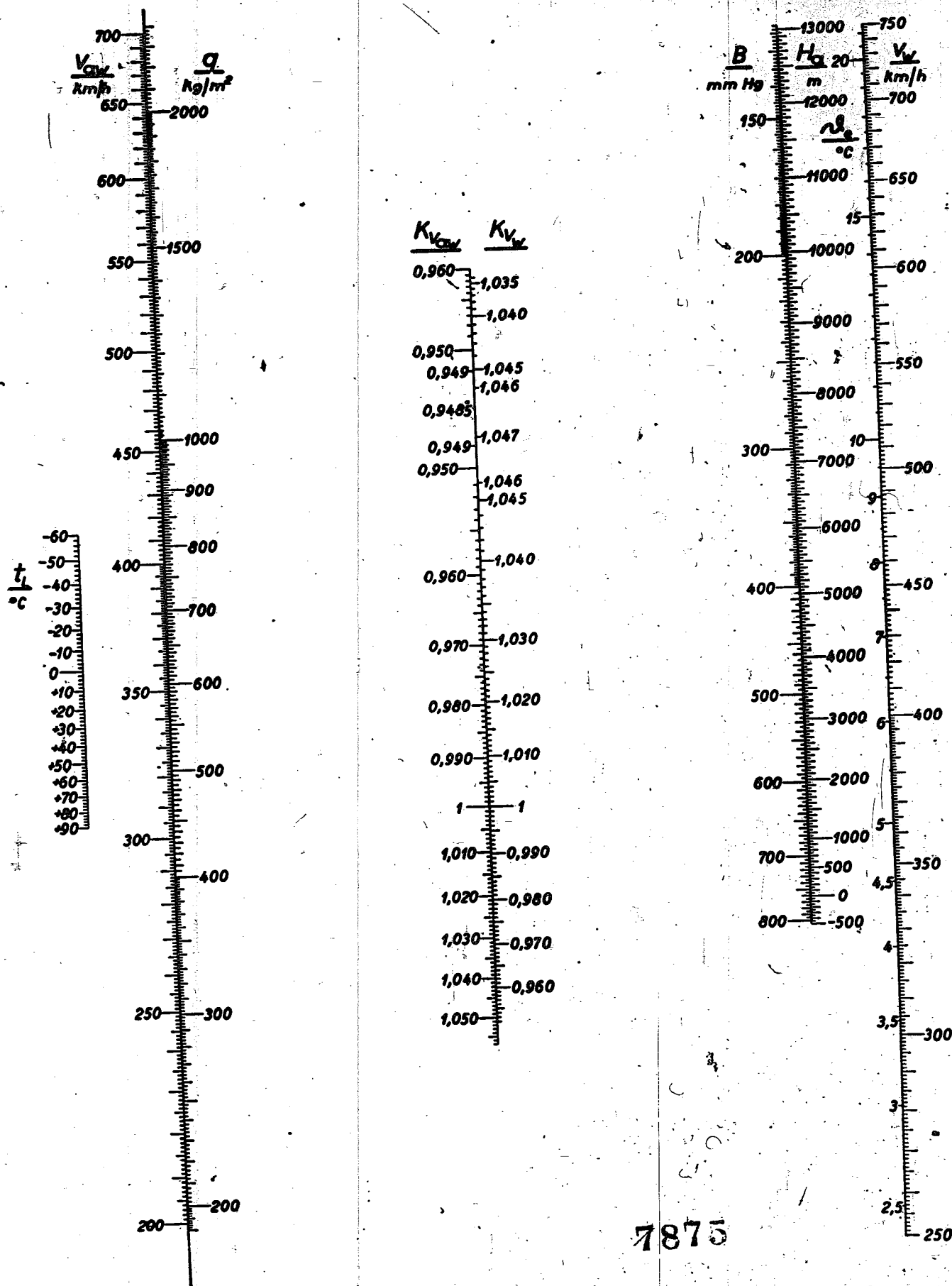
BESTELLZETTEL

Drucksache

Zentrale für wissenschaftliches
Berichtswesen der Luftfahrtforschung
des Generalluftzeugmeisters (ZWB)
Berlin-Adlershof, Rudower Chaussee

7874

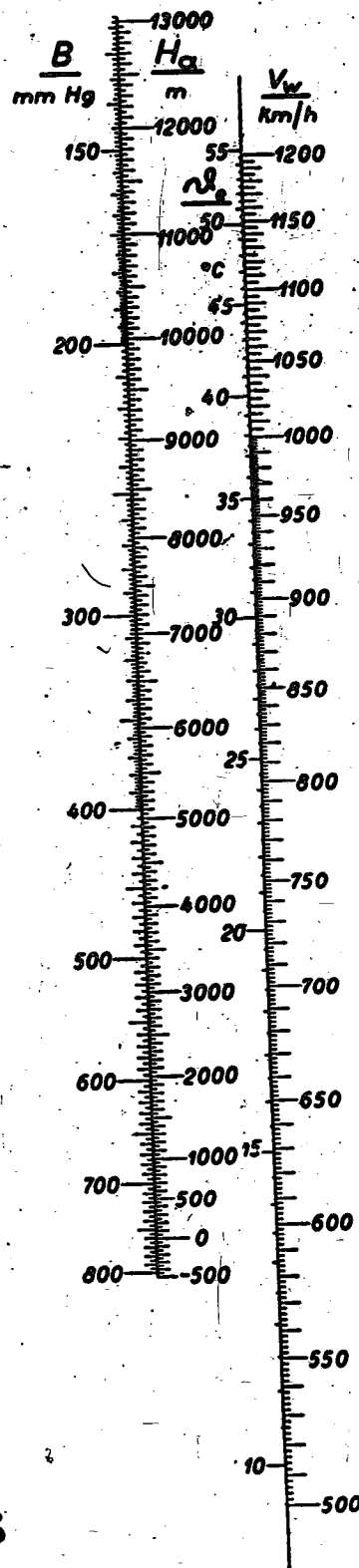
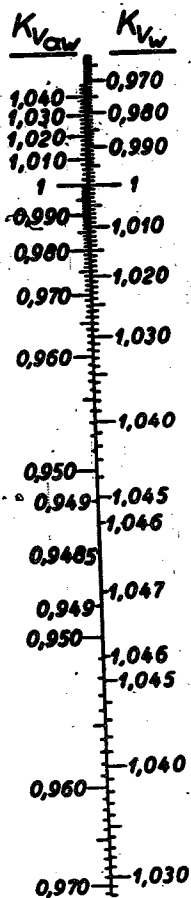
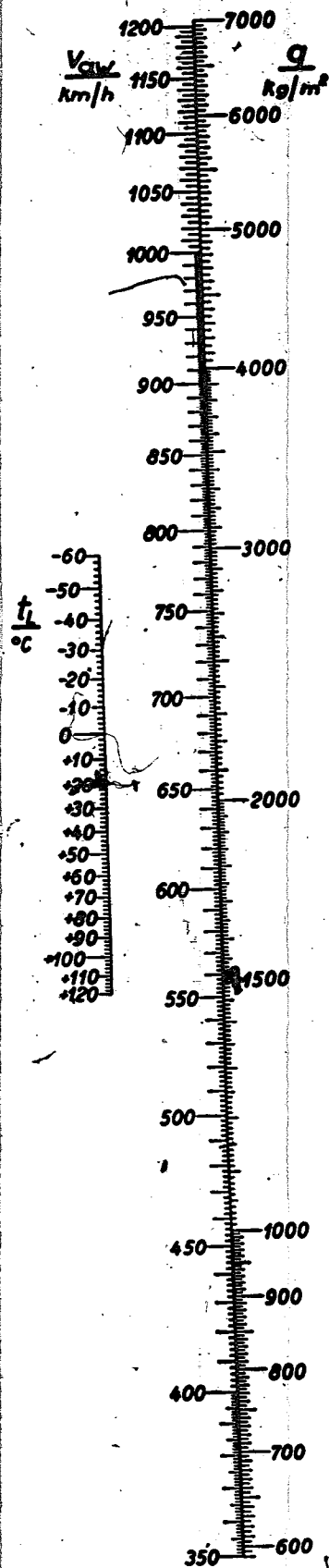
Nur für den Dienstgebrauch



Nomogramm A zur Ermittlung der wirklichen Fluggeschwindigkeit aus den Anzeigen der Bordinstrumente bei Berücksichtigung der Kompressibilität der Luft ($v_w = 250$ bis 750 km/h)

Sonderdruck aus W. Hofmann: Nomographisches Verfahren zur Ermittlung der wahren Fluggeschwindigkeit. Technische-Berichte Bd. 9 (1942) Nr. 6 S. 173.

Nur für den Dienstgebrauch



7876

Nomogramm B zur Ermittlung der wirklichen Fluggeschwindigkeit aus den Anzeigen der Bordinstrumente bei Berücksichtigung der Kompressibilität der Luft ($v_w = 500$ bis 1200 km/h)

Sonderdruck aus W. Hofmann: Nomographisches Verfahren zur Ermittlung der wahren Fluggeschwindigkeit. Technische Berichte Bd. 9 (1942) Nr. 6 S. 173.

TECHNISCHE BERICHTE

Herausgegeben
von der Zentrale für wissenschaftliches Berichtswesen der Luftfahrtforschung
des Generalluftzeugmeisters (ZWB) / Berlin-Adlershof

Bd. 9 (1942)

Heft 6

Ein einfaches nomographisches Verfahren zur Ermittlung der wirklichen Fluggeschwindigkeit und der wirklichen Außenlufttemperatur aus den Anzeigen der Bordinstrumente bei Berücksichtigung der Kompressibilität der Luft

W. Hofmann, Berlin

C 25, C 3

Gliederung

- I. Bedeutung der Formelzeichen
- II. Einleitung
- III. Ableitung der exakten Gleichung
- IV. Ableitung einer für nomographische Darstellung geeigneten Näherungsbeziehung für die Gleichung (2); Berücksichtigung des Fehlers dieser Näherung in der Rechnung
- V. Nomogramm bzw. Rechenschieber für die Näherungsgleichung $\frac{v_w^2}{T_L} = r \left(\frac{v_{aw}^2}{B} \right)$
- VI. Zusammenfassung
- VII. Beispiel für Auswertung eines v_{max} -Fluges in Nennhöhe als Anleitung zur Handhabung der Nomogramme

I. Bedeutung der Formelzeichen

- v_w [km/h] wirkliche Fluggeschwindigkeit (Relativgeschwindigkeit des Flugzeuges gegenüber Luft)
- v_{aw} [km/h] Sollanzeige des Fahrtmessers (Anzeige eines fehlerlosen Instrumentes in ungestörter Strömung)
- v_a [km/h] tatsächliche Anzeige des Fahrtmessers in der gestörten Strömung am Flugzeug
- $\Delta_{aw} = v_{aw} - v_a$ [km/h] Fehlanzeige des Fahrtmessers
- $a = 72.3 \sqrt{T_w}$ [km/h] Schallgeschwindigkeit
- t_w [°C] wirkliche Außenlufttemperatur (T_w entsprechende absolute Temperatur)
- t_L [°C] Anzeige des Außenluftthermometers (T_L entsprechende absolute Temperatur)
- $\vartheta_{ad} = \frac{A v_w^2}{2 g c_p 3,6^2}$ [°C] theoretischer Temperaturanstieg bei vollständiger adiabatischer Stauung der Strömung
- $\vartheta_e = t_L - t_w$ [°C] effektiver Temperaturanstieg am Außenluftthermometer
- $c = \vartheta_e / \vartheta_{ad}$ Temperaturanstiegsbeiwert des Außenluftthermometers
- B [mm QS] gemessener Luftdruck (Barometerstand)
- H_a [m] Anzeige des auf 1013 mb eingestellten Höhenmessers (die dem Barometerstand B zugeordnete INA-Höhe)
- γ [kg/m³] Luftwichte

$\gamma_0 = 1,225$ [kg/m³] Luftwichte in der Höhe 0 m nach der internationalen Normalatmosphäre

$D, E, F, \alpha, \beta, \xi$ zur Vereinfachung der Rechnung eingeführte Substitutionswerte

Der Index N kennzeichnet einen Näherungswert ($v_{wN}, v_{awN}, F_N, D_N$)

K_F Korrekturfaktor zur Berechnung des genauen Wertes F aus dem Näherungswert F_N

K_D Korrekturfaktor zur Berechnung des genauen Wertes D aus dem Näherungswert D_N

K_{v_w} Korrekturfaktor zur Berechnung des genauen Wertes v_w aus dem Näherungswert v_{wN}

$K_{v_{aw}}$ Korrekturfaktor zur Berechnung des genauen Wertes v_{aw} aus dem Näherungswert v_{awN}

$A = 1/427$ kcal/kgm mechanisches Wärmeäquivalent

$g = 9.81$ m/s² Schwerebeschleunigung

$c_p = 0.241$ kcal/kg °C spezifische Wärme der Luft bei gleichbleibendem Druck

II. Einleitung

In der Arbeit „Nomographische Ermittlung der wirklichen Fluggeschwindigkeit bei Berücksichtigung der Kompressibilität der Luft“ wurde ein Ermittlungsverfahren entwickelt, das nur die Konstanz des Thermometerbeiwertes $c = \vartheta_e / \vartheta_{ad}$ zur Voraussetzung hat. Es soll als mittelbares Verfahren bezeichnet werden, da zuerst durch Vergleich der Geschwindigkeits- und der Temperaturanzeigen zweier verschieden schneller Flüge die wirkliche Temperatur ermittelt werden muß und erst mittels dieser dann die wirkliche Fluggeschwindigkeit berechnet werden kann.

In der oben angeführten Arbeit wurde bereits erwähnt, daß sich aus der Beziehung zwischen v_w und v_{aw} und aus den Gleichungen für a, γ und $(t_L - t_w)$ eine Beziehung zwischen v_w, v_{aw}, B und t_L ableiten läßt, welche die unmittelbare Berechnung der wirklichen Fluggeschwindigkeit und der wirklichen Außenlufttemperatur aus der Sollanzeige des Fahrtmessers, der Höhenmesser- und der Thermometeranzeige gestattet. Voraussetzung für die praktische Anwendbarkeit dieses unmittelbaren Verfahrens ist vor allem außer der Konstanz von

1) W. Hofmann, Technische Berichte Bd. 9 (1942) Heft 1 S. 1.
2) Erscheint in Bd. 9 (1942) Nr. 7 der T.B.

$c = \partial c / \partial a_d$ noch die Kenntnis der tatsächlichen Größe dieses Wertes; weiter müßte es gelingen, für die zum praktischen Rechnen zu komplizierte Gleichung ein einfach zu handhabendes Nomogramm zu entwickeln.

Wie in einer demnächst in den Technischen Berichten erscheinenden Arbeit²⁾ über das Verhalten der Außenluftthermometer bei hohen Fluggeschwindigkeiten in der gestörten Strömung am Flugzeug nachgewiesen wird, kann die erste Bedingung erfüllt werden. Für die vorliegende Arbeit, in der nur das nomographische Auswer-

$$v_w = \sqrt{(273 + t_L) \cdot 10452 \left[\sqrt{1 + 0,00050506 \frac{v_{aw}^2}{B} - 1} \right] \cdot 1 + 0,39953 \cdot c \left[\sqrt{1 + 0,00050506 \frac{v_{aw}^2}{B} - 1} \right]} \quad (2)$$

tungsverfahren behandelt wird, wäre davon folgendes vorwegzunehmen: Für die Messung der Außenlufttemperatur muß ein sogenanntes Diffusorthermometer verwendet werden. Bei diesem ist das Temperaturmeßgerät in einem in Flugrichtung vorne offenen und rückwärts durch seitliche Bohrungen belüfteten Stauraum untergebracht. Der Temperaturanstiegsbeiwert eines Diffusorthermometers ist praktisch konstant (d.h. von der Fluggeschwindigkeit und vom Anbringungsort am Flugzeug unabhängig) und weicht nur sehr wenig von 1 ab.

III. Ableitung der exakten Gleichung

Setzt man in die Beziehung zwischen v_w und v_{aw}

$$v_w^2 = 2 a^2 \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{v_{aw}^2}{a^2} \gamma_0} - 1 \right]$$

die Gleichungen $a = 72,3 \sqrt{T_w}$ und $\gamma_0 = 0,464 B/T_w$ ein, so erhält man

$$v_w^2 = 2 \cdot 72,3^2 T_w \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{v_{aw}^2}{72,3^2 T_w} \cdot 0,464 B/T_w} - 1 \right]$$

oder

$$\frac{v_w^2}{T_w} = 2 \cdot 72,3^2 \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\gamma_0}{72,3^2 \cdot 0,464 B} \frac{v_{aw}^2}{B}} - 1 \right] \quad (1)$$

Um die Rechnung übersichtlicher zu machen, werden folgende Substitutionen vorgenommen:

$$v_w^2/T_w = E \quad v_{aw}^2/B = D$$

$$2 \cdot 72,3^2 = 10452 = \alpha \quad \frac{\gamma_0}{72,3^2 \cdot 0,464} = 0,00050506 = \beta$$

Die Gleichung (1) lautet dann

$$E = \alpha \left[\sqrt{1 + \beta D} - 1 \right] \quad (1a)$$

Nach der in Fußanmerkung 1) erwähnten Arbeit: „Nomographische Ermittlung...“ ist

$$\partial c = t_L - t_w = T_L - T_w = c A \frac{v_w^2}{2 g c_p}$$

wo v_w in m/s auszudrücken ist; daraus rechnet man

$$T_w = T_L - c A \frac{v_w^2}{2 g c_p} 3,6^2 = T_L - \zeta v_w^2$$

wo v_w in km/h ausgedrückt und die Substitution

$$\frac{c A}{2 g c_p} 3,6^2 = c \cdot 0,000038215 = \zeta$$

eingeführt ist.

Setzt man diesen Ausdruck in die Beziehung

$$v_w^2/T_w = E$$

ein, so wird

$$\frac{v_w^2}{T_L - \zeta v_w^2} = E;$$

umgeformt ergibt sich

$$v_w^2 = T_L \frac{E}{1 + \zeta E};$$

mit Gleichung (1a) wird dann

$$v_w^2 = T_L \frac{\alpha \left[\sqrt{1 + \beta D} - 1 \right]}{1 + \alpha \zeta \left[\sqrt{1 + \beta D} - 1 \right]} \quad (2a)$$

Ersetzt man nun noch die Substitutionswerte α , β , ζ und D , so erhält man die exakte Gleichung für die Berechnung von v_w aus v_{aw} , t_L und B

IV. Ableitung einer für nomographische Darstellung geeigneten Näherungsbeziehung für die Gleichung (2); Berücksichtigung des Fehlers dieser Näherung in der Rechnung

Mit der Substitution $v_w^2/T_L = K$ (3) lautet Gleichung (2a)

$$K = \frac{\alpha \left[\sqrt{1 + \beta D} - 1 \right]}{1 + \alpha \zeta \left[\sqrt{1 + \beta D} - 1 \right]} \quad (2b)$$

Eine sehr gute Näherung für die exakte Gleichung (2b) stellt wieder eine Beziehung von der nomographisch leicht darstellbaren Form

$$\frac{v_w^2}{T_L} = F_N = r D^s$$

bei entsprechender Wahl von r und s dar. Zur Ermittlung der Werte r und s sowie zur Bestimmung der Abweichung des Näherungswertes F_N vom genauen Wert F eignet sich am besten die Darstellung in einem logarithmischen Diagramm, da dort erstens die Näherungsbeziehung als Gerade erscheint und zweitens das Verhältnis F_N/F und damit die prozentuelle Abweichung des Näherungswertes vom genauen Wert mittels des dem Diagramm zugrunde gelegten logarithmischen Maßstabes abgelesen werden kann.

Die nach Gleichung (2b) zusammengehörigen Werte von $\log F$ und $\log D$ ergeben die Kurve $\log F = f(\log D)$, während die Näherungsbeziehung als die Gerade $\log F_N = s \cdot \log D + \log r$ mit der Steigung $\tan \epsilon = s$ und dem Abschnitt auf der F -Achse $\log r$ erscheint, vgl. Bild 1.

Da $F_N = F \cdot (F_N/F)$, ist $\log F_N = \log F + \log(F_N/F)$ und damit die prozentuelle Abweichung des Wertes F_N vom Wert F gleich $100 \cdot (F_N - F)/F = 100 \cdot (F_N/F - 1)$; $\log(F_N/F)$ ist die Differenz der Ordinaten im logarith-

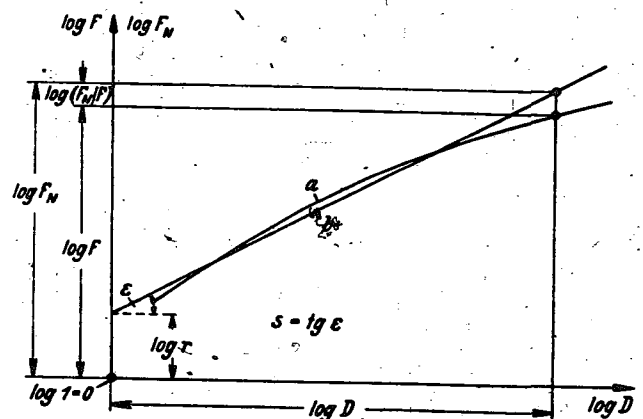


Bild 1. Zusammenhang zwischen $\log D$ und $\log F$ bzw. $\log F_N$

a Kurve für $\log F = f(\log D)$

b Näherungsgerade $\log F_N = s \log D + \log r$

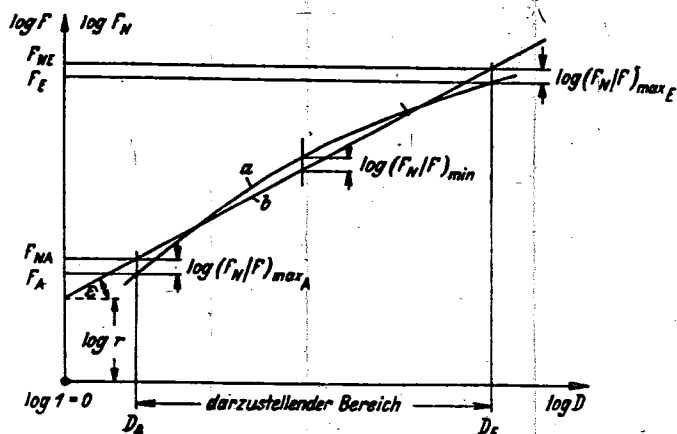


Bild 2. Günstigste Näherung in einem darzustellenden Bereich; Bedeutung von a und b wie bei Bild 1

mischen Diagramm, so daß der Wert F_N/F mittels des dem Diagramm zugrunde gelegten logarithmischen Maßstabes unmittelbar aus diesem abgelesen werden kann.

Die günstigste Näherung für eine vorliegende Beziehung wird jene sein, bei der die am Anfang und Ende sowie in der Mitte des darzustellenden Bereiches auftretenden prozentuellen Maximalabweichungen ungefähr gleich groß sind, und erscheint demnach im logarithmischen Diagramm (Bild 2) als jene Gerade, für die $\log(F_N/F)_{\max A} = \log(F_N/F)_{\max E} = -\log(F_N/F)_{\min}$, also $(F_N/F)_{\max A} = (F_N/F)_{\max E} = 1/(F_N/F)_{\min} = (F/F_N)_{\max}$ ist.

Die Werte r bzw. s können (wie oben angeführt) als Abschnitt auf der F -Achse bzw. als Steigung unmittelbar dem Diagramm entnommen werden.

Berücksichtigung des Fehlers der Näherung

1. Bei Berechnung von F aus D (d. h. von v_w aus v_{aw}). Mit der auf die oben angeführte Art bestimmten Näherungsgleichung erhält man die zu den jeweiligen Werten von D gehörigen Näherungswerte F_N . Für die Korrektur dieser Näherungswerte, d. h. für deren Umrechnung auf die genauen Werte $F = F_N \cdot (F/F_N) = K_F \cdot F_N$ ist die Kenntnis der Werte $K_F = F/F_N$ Voraussetzung. Man wird also K_F als Funktion von F_N in einem Korrekturdiagramm darstellen, aus dem man für den ganzen benötigten Bereich den jedem F_N zugehörigen Korrekturfaktor K_F ablesen kann, vgl. Kurve $K_F = f(F_N)$ in Bild 3.

2. Bei Berechnung von D aus F (d. h. von v_w aus v_w). Nach der Näherungsgleichung erhält man die zu den jeweiligen Werten von F gehörigen Näherungswerte D_N . Zur Umrechnung auf die genauen Werte $D = D_N \cdot (D/D_N) = K_D \cdot D_N$ muß man wieder die Werte $K_D = D/D_N$ kennen. Diesen Korrekturfaktor wird man

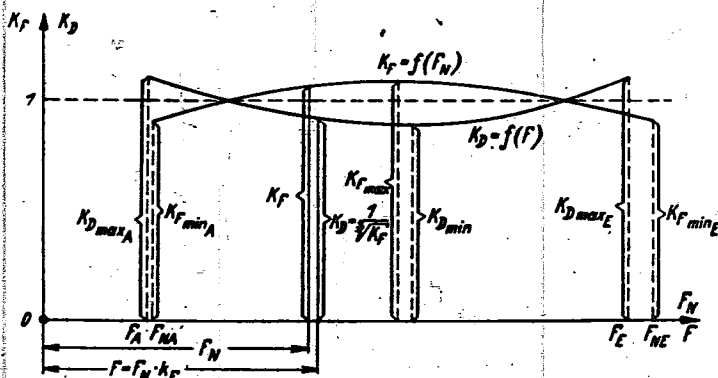


Bild 3. Korrekturdiagramm

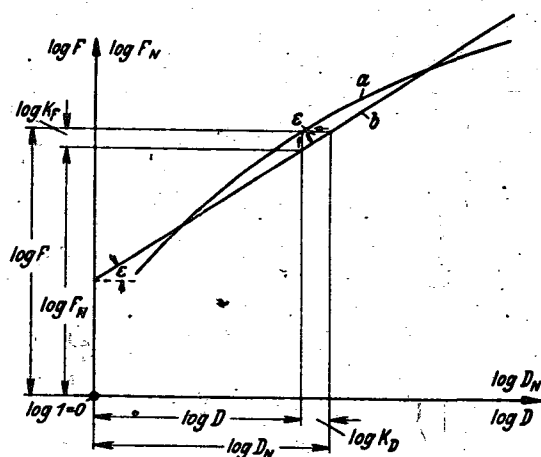


Bild 4. Zusammenhänge für die Aufstellung der Korrekturkurven; Bedeutung von a und b wie bei Bild 1

also wieder in einem Korrekturdiagramm und zwar zweckmäßigerweise als Funktion von F darstellen, vgl. Kurve $K_D = f(F)$ in Bild 3.

Die Aufstellung dieser Korrekturkurven erfordert eine umfangreiche Rechenarbeit; denn es müssen für mehrere Werte D die zugehörigen Werte F nach Gleichung (2b) und die zugehörigen Werte von F_N nach der Näherungsgleichung berechnet werden und zwar zur Erreichung entsprechender Genauigkeit mit Hilfe eines Logarithmenbüches. Es ist daher günstig, daß, wie Bild 4 zeigt, die Kurve $K_D = f(F)$ sich sehr einfach aus der Kurve $K_F = f(F_N)$ ableiten d. h. berechnen läßt.

Aus Bild 4 folgt

1. $\log K_F = \log K_D + \log F$, also $K_D = 1/\sqrt{K_F}$
2. $\log F = \log F_N + \log K_F$, also $F = F_N \cdot K_F$

d. h. man erhält aus der Kurve $K_F = f(F_N)$ die Kurve $K_D = f(F)$, indem man mit dem zu einem bestimmten F_N gehörigen Wert K_F den Wert $K_D = 1/\sqrt{K_F}$ bildet und über dem zugehörigen $F = F_N \cdot K_F$ aufträgt, vgl. Bild 3. Da die zusammengehörigen Werte von F und F_N bereits von der Ermittlung der Kurve $K_F = f(F_N)$ her bekannt sind, besteht die zusätzliche Rechenarbeit bei Ableitung der Kurve $K_D = f(F)$ aus jener nur in der Bildung der Werte $K_D = 1/\sqrt{K_F}$ und ist demnach wesentlich geringer als bei direkter Ausrechnung der den verschiedenen Werten F zugeordneten Werte D und D_N und Bildung deren Quotienten $D/D_N = K_D$.

Da für die praktische Rechnung nicht die Korrekturfaktoren K_F und K_D von Interesse sind, sondern die Korrekturfaktoren K_{vw} und K_{vaw} , wird man dementsprechend im Korrekturdiagramm statt der Kurven $K_F = f(F_N)$ und $K_D = f(F)$ die Kurven $K_{vw} = f(F_N)$ und $K_{vaw} = f(F)$ eintragen, wobei

$$K_{vw} = \frac{v_w}{v_{wN}} = \sqrt{\frac{v_w^2/T_L}{v_{wN}^2/T_L}} = \sqrt{\frac{F}{F_N}} = \sqrt{K_F} \quad \text{und}$$

$$K_{vaw} = \frac{v_{aw}}{v_{awN}} = \sqrt{\frac{v_{aw}^2/B}{v_{awN}^2/B}} = \sqrt{\frac{D}{D_N}} = \sqrt{K_D} \quad \text{ist.}$$

Um die vorstehenden Rechnungen zahlenmäßig durchführen zu können, muß (wie schon in der Einleitung erwähnt) der Wert $c = \partial_c/\partial_{ad}$ bekannt sein; für das Diffusorthermometer ist er 0,993.

Gleichung (2b) lautet dann

$$F = \frac{10452 \left[\sqrt{1 + 0,00050506 D} - 1 \right]}{1 + 0,39663 \left[\sqrt{1 + 0,00050506 D} - 1 \right]}$$

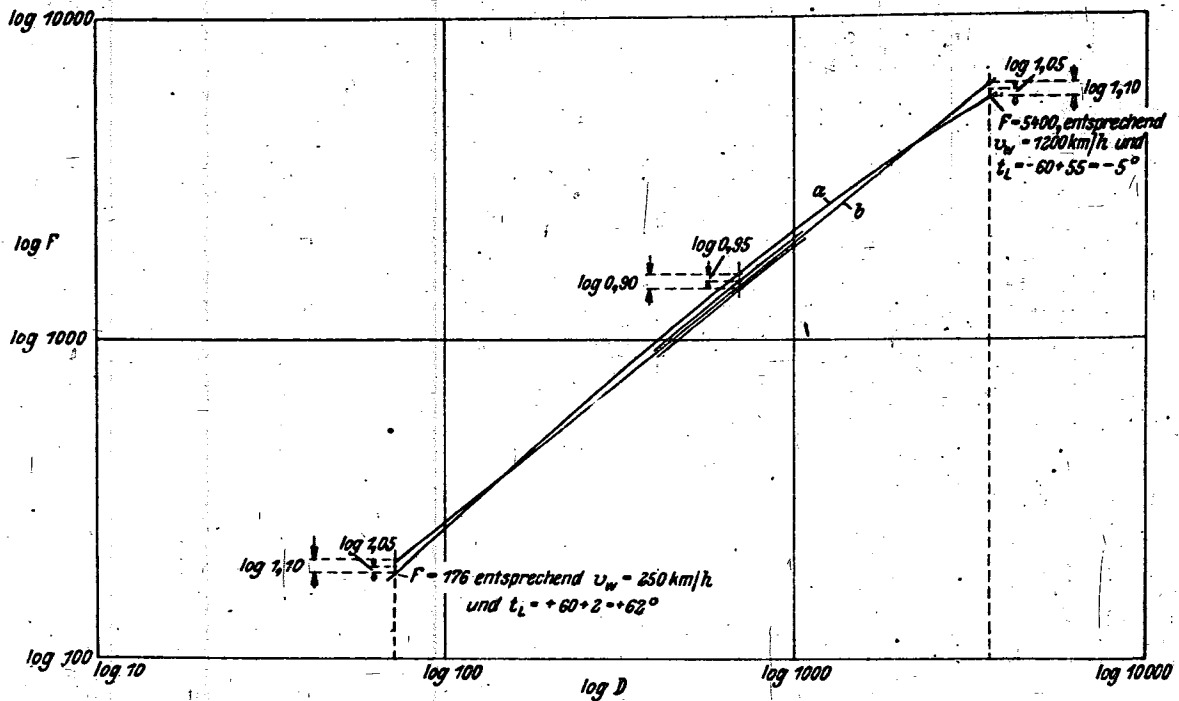


Bild 5. Graphische Ermittlung der Näherungsgleichung für die exakte Beziehung zwischen v_w , v_{aw} , B und t_L bei $c = \vartheta_r/\vartheta_{ad} = 0,993$;

a $\log F = f(\log D)$ entsprechend

$$F = \frac{10452 \left[\sqrt{1 + 0,00050506 D} - 1 \right]}{1 + 0,39663 \left[\sqrt{1 + 0,00050506 D} - 1 \right]}$$

b beste Näherung: $\log F_N = \log 4,93 + 0,869 \log D$

$$\text{also } F_N = 4,93 \cdot D^{0,869} \text{ und } v_{wN} = \sqrt{4,93 \cdot \frac{273 + t_L}{10,4455} \cdot v_{aw}^{0,869}}$$

und nach Bild 5 die günstigste Näherungsgleichung

$$F_N = 4,93 \cdot D^{0,869}$$

Die Maximalabweichungen der Werte F_N von den Werten F werden dann ungefähr $\pm 9\%$ und damit der Werte v_{wN} von den Werten $v_w \pm 4$ bis 5% .

Man könnte natürlich auch hier wieder, so wie seinerzeit beim mittelbaren Verfahren durchgeführt, den Gesamtbereich in mehrere Teilbereiche unterteilen und die genaue Gleichung stufenweise durch eine entsprechende Anzahl etwas voneinander verschiedener Näherungsgleichungen ersetzen, wodurch der Näherungsfehler auf einen vernachlässigbar kleinen Wert heruntergedrückt würde. Es müßte dann allerdings wieder der benötigte Gesamtbereich durch mehrere Nomogramme bzw. Rechenschieber dargestellt werden.

Da jedoch die Fehlerkorrektur nach dem neuerdings entwickelten und im nächsten Abschnitt beschriebenen Verfahren genauer und dabei wesentlich einfacher vorgenommen werden kann als nach der früher beim mittelbaren Verfahren angewendeten, kompliziert sie das Ermittlungsverfahren in keiner Weise mehr und man kommt mit nur einer Näherungsgleichung und dementsprechend mit nur einem Nomogramm bzw. Rechenschieber für den ganzen benötigten Bereich aus.

Die dem im Anhang beigegebenen Nomogramm nach obiger Näherungsgleichung zugrunde zu legenden Korrekturkurven K_{vw} und K_{vaw} sind in Bild 6 dargestellt.

V. Nomogramm bzw. Rechenschieber für die Näherungsgleichung

$$\frac{v_w^2}{T_L} = r \left(\frac{v_{aw}^2}{B} \right)^s$$

Das Nomogramm zerfällt in zwei Teilnomogramme mit logarithmischen Leitern entsprechend den beiden Teilgleichungen $v_w^2/T_L = F$ und $F = r(v_{aw}^2/B)^s$, die durch die Mittelleiter (für F) verbunden sind, vgl. Bild 7.

Es sind demnach die Abstände der v_w - und der t_L -Leiter von der Mittelleiter gleich groß, ebenso die Abstände der v_{aw} - und der B -Leiter von der Mittelleiter. Die Teilung der t_L -Leiter ist $1/2$ mal, die der v_w -Leiter s mal und die der B -Leiter $s/2$ mal so groß wie die Teilung der v_{aw} -Leiter. An der t_L -Leiter werden gleich die entsprechenden Werte von t_L angeschrieben und auf der anderen Seite der B -Leiter die zugehörigen Werte der Höhenmesserablesung H_a .

Aus diesem Nomogramm erhält man zuerst im Schnittpunkt der durch die Werte v_{aw} und B gelegten Geraden mit der Mittelleiter den zugehörigen Wert F_N . Verbindet man diesen Schnittpunkt mit dem Wert von t_L durch eine weitere Gerade, so schneidet diese auf der v_w -Leiter den Näherungswert v_{wN} ab. Da $\log v_w = \log v_{wN} + \log K_{vw}$ (entsprechend $v_w = v_{wN} \cdot K_{vw}$) und $K_v = f(F_N)$ ist, läßt sich die Korrektur des Näherungswertes v_{wN} auf folgende einfache Weise vornehmen: Im Nomogramm werden an der Mittelleiter anstelle der Werte F_N die diesen zugeord-

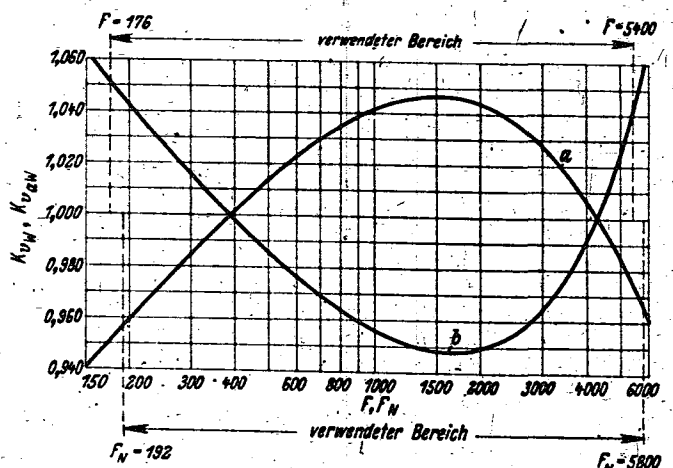


Bild 6. Korrekturkurven

- a $K_{vw} = f(F_N)$
b $K_{vaw} = f(F_N)$

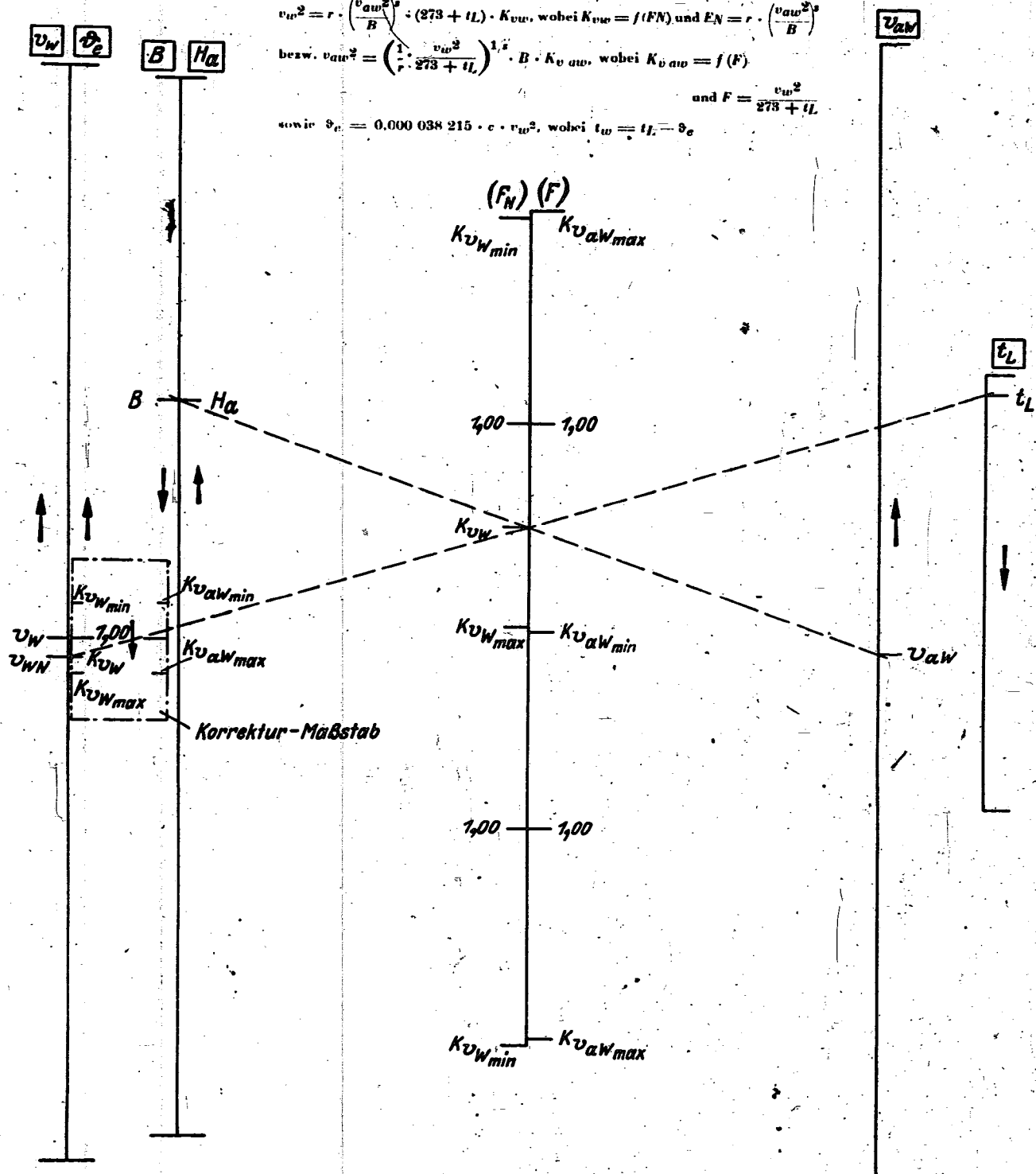
Bild 7. Schema des Nomogrammes für die Gleichungen

$$v_w^2 = r \cdot \left(\frac{v_{aw}^2}{B} \right) \cdot (273 + t_L) \cdot K_{vw}, \text{ wobei } K_{vw} = f(FN) \text{ und } FN = r \cdot \left(\frac{v_{aw}^2}{B} \right)$$

$$\text{bzw. } v_{aw}^2 = \left(\frac{1}{r \cdot 273 + t_L} \right) \cdot B \cdot K_{vw}, \text{ wobei } K_{vw} = f(F)$$

$$\text{und } F = \frac{v_w^2}{273 + t_L}$$

$$\text{sowie } \varphi_e = 0,000\,038\,215 \cdot c \cdot v_w^2, \text{ wobei } t_w = t_L - \varphi_e$$

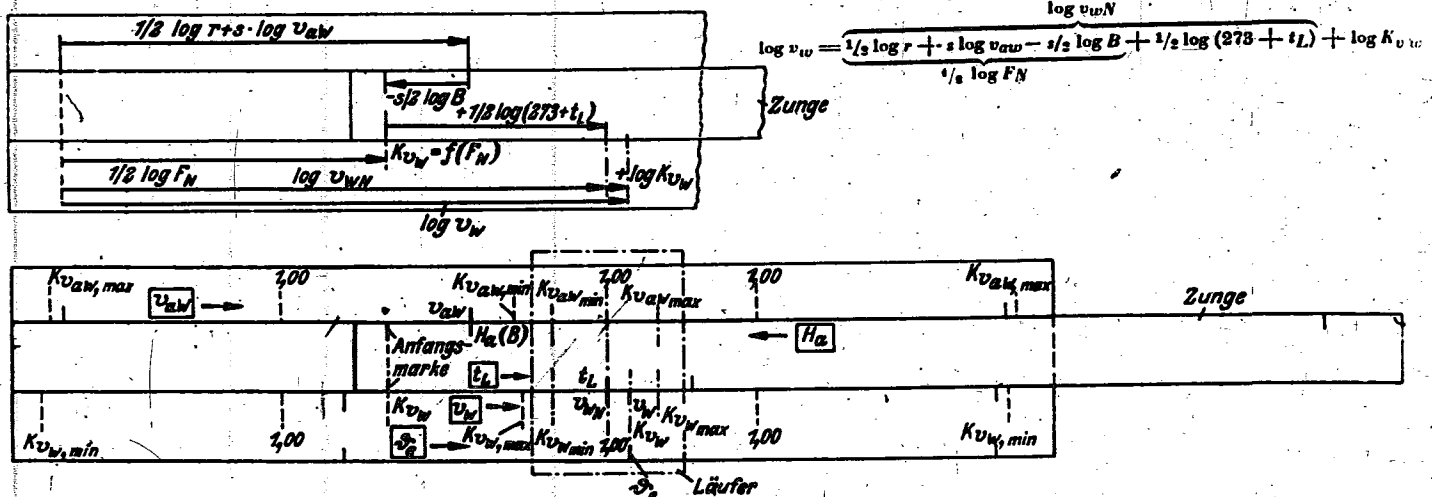


neten Werte von K_{vw} angeschrieben, so daß die durch v_{aw} und B gelegte Gerade im Schnittpunkt mit der Mittelleiter bereits den Korrekturfaktor K_{vw} angibt. Dem Nomogramm ist nun ein Korrekturmaßstab mit gleich großer (jedoch in entgegengesetzter Richtung aufgetragener) logarithmischer Teilung wie die der v_w -Leiter beigegeben, auf dem die vorkommenden Werte K_{vw} , also von $K_{vw \min}$ (etwa 0,95) über 1,00 bis $K_{vw \max}$ (etwa 1,05), eingetragen sind. Diesen Korrekturmaßstab legt man mit dem an der Mittelleiter von der Ablesegeraden angezeigten Wert K_{vw} an den von dieser angegebenen Näherungswert v_{wN} an und liest auf der v_w -Leiter gegenüber dem Wert $K_{vw} = 1,00$ des Korrekturmaßstabes den genauen Wert v_w ab; d. h. man addiert graphisch zum

Logarithmus von v_{wN} den Logarithmus des zugehörigen Wertes K_{vw} und erhält damit den Logarithmus des genauen Wertes v_w , vgl. Bild 7.

Ist umgekehrt v_{aw} aus v_w zu ermitteln, so gibt die durch v_w und t_L gelegte Gerade auf der Mittelleiter den zugehörigen Wert von F und damit von K_{vw} an (auf der anderen, der v_{aw} -Leiter zugekehrten Seite der Mittelleiter sind die den jeweiligen Werten F entsprechenden Werte K_{vw} angeschrieben). Eine weitere Gerade durch diesen Schnittpunkt mit der Mittelleiter und durch B gibt auf der v_{aw} -Leiter den Näherungswert v_{awN} an. Legt man dort den Korrekturmaßstab (der auf der anderen Seite so wie vorher, jetzt jedoch in der Größe der v_{aw} -Leiter entsprechend logarithmisch von $K_{vw \max}$ über

Bild 8 und 9. Schema des Rechenschiebers für die Gleichung



1,00 bis $K_{vaw, min}$ geteilt ist) mit dem an der Mittelleiter angezeigten Wert von K_{vaw} an, so liegt auf der v_{aw} -Leiter gegenüber dem Wert $K_{vaw} = 1,00$ des Korrekturmaßstabes der genaue Wert v_{aw} .

Der Rechenschieber ist analog dem Nomogramm aufgebaut. Die Korrektur des Näherungswertes erfolgt hier noch einfacher, da der Korrekturmaßstab unmittelbar auf dem (durchsichtigen) Läufer aufgetragen werden kann.

Entsprechend der darzustellenden Gleichung

$$v_w = \sqrt{r \frac{v_{aw}^s}{B^{s/2}} \sqrt{T_L} K_{vw}} \sqrt{F_N}$$

lautet die mit dem Rechenschieber vorzunehmende in Bild 8 graphisch dargestellte Rechenoperation

$$\log v_w = \frac{\log v_{wN}}{1/2 \log F_N} = \frac{1/2 \log r + s \log v_{aw} - s/2 \log B + 1/2 \log T_L + \log K_{vw}}{1/2 \log F_N}$$

Der Rechenschieber (Bild 9) besteht demnach aus dem festen Teil mit der oberen Teilung für v_{aw} und der unteren für v_w , dem schiebbaren Teil (Zunge) mit der oberen Teilung für H_a (anstelle von B) und der unteren für T_L (die jedoch wieder nach t_L beziffert ist) und schließlich aus dem durchsichtigen Läufer, der außer der Hauptablesemarke (1,00) noch die Korrekturmaßstäbe K_{vaw} oben und K_{vw} unten trägt.

Handhabung des Rechenschiebers

1. Berechnung von v_w aus v_{aw} (Bild 8).

Der Läufer wird mit seinem Hauptablesestrich auf das vorliegende v_{aw} und dann durch Verschieben der Zunge der vorliegende Wert von H_a auf den Hauptablesestrich des Läufers eingestellt. Wäre am festen Teil des Schiebers noch eine Teilung für F_N angebracht, so könnte man dort gegenüber der Anfangsmarke der Zunge den Wert F_N ablesen (siehe Bild 8). Da aber F_N selbst nicht von Interesse ist, hingegen $K_{vw} = f(F_N)$, trägt der feste Teil des Schiebers unten außer der Teilung für v_w noch eine Teilung für K_{vw} . Diese wird zweckmäßigerweise zur leichteren Unterscheidung in einer anderen Farbe ausgeführt (z. B. rot). Man liest also gegenüber der Anfangsmarke der Zunge auf dem festen Teil des Schiebers den Korrekturfaktor K_{vw} ab. Nun hat man nur noch den Läufer mit seinem Grundablesestrich auf das vor-

liegende t_L einzustellen; der Grundablesestrich gibt jetzt auf der v_w -Leiter den Näherungswert v_{wN} an und der dem gegenüber der Anfangsmarke der Zunge abgelesenen K_{vw} entsprechende Korrekturstrich des Läufers den genauen Wert v_w .

2. Berechnung von v_{aw} aus v_w .

Läufer mit Hauptablesestrich auf v_w einstellen, durch Verschieben der Zunge t_L auf Hauptablesestrich stellen und dann Läufer verschieben bis Hauptablesestrich auf H_a eingestellt ist. Der Hauptablesestrich gibt auf der v_{aw} -Teilung den Näherungswert v_{awN} an. Die Anfangsmarke der Zunge zeigt wie vorher den Korrekturfaktor $K_{vaw} = f(F)$ an (der feste Teil des Schiebers trägt wieder außer der Teilung für v_{aw} noch eine zweite für K_{vaw} entsprechend den zugehörigen Werten von F). Liest man nun an dem diesem K_{vaw} entsprechenden Korrekturstrich des Läufers ab, so erhält man auf der v_{aw} -Teilung den genauen Wert v_{aw} .

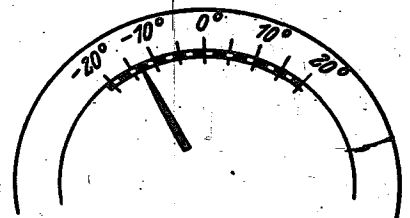


Bild 10. Skalenteilung des Temperaturanzeigergerätes

Wird dieser Rechenschieber als Kreisschieber ausgebildet und nimmt man dabei für v_w die doppelte Teilung des normalen Rechenschiebers, so erhält man ein mit großer Genauigkeit und dabei äußerst einfach und rasch arbeitendes Hilfsmittel für die Flugnavigation, das die unmittelbare Berechnung der wirklichen Geschwindigkeit aus den Ablesungen der Bordinstrumente gestattet. Bei Erfassung eines Geschwindigkeitsbereiches $v_w = 250$ bis 1200 km/h und eines Temperaturbereiches $t_L = -60^\circ$ bis $+120^\circ$ (entsprechend $t_w = -60^\circ$ bis $+60^\circ$) würde der Gesamtdurchmesser dieses Kreisrechenschiebers ungefähr 170 mm betragen.

Auch die wirkliche Temperatur, die unter Umständen von Interesse ist, läßt sich auf einfache Weise bestimmen: es ist nach den Ausführungen in Abschnitt III $\vartheta_c = \zeta v_w^2 = 0,000038215 \cdot c \cdot v_w^2$, bei konstantem c also nur eine Funktion von v_w . Ist c seiner Größe nach bekannt, so kann im Nomogramm (Bild 7) bzw. auf dem Rechenschieber (Bild 9) gegenüber der Teilung für v_w noch eine entsprechende Teilung der zugehörigen Werte ϑ_c eingetragen werden. Zieht man den dort abgelesenen Temperaturanstieg (ϑ_c) von der Thermometeranzeige (t_L)

ab, so erhält man die wirkliche Temperatur (t_w), nämlich $t_w = t_L - \vartheta_e$.

Der Rechenschieber könnte auch so ausgebildet werden, daß er die Korrektur der Näherungsgleichung automatisch durchführt. Zu diesem Zweck macht man den unteren festen Teil mit den Teilungen für v_w und ϑ_e schiebbar; verschiebt man nämlich die v_w -Leiter um den Wert $-K_{vw}$, so gibt der Hauptablesestrich des Läufers auf dieser bereits den genauen Wert v_w an. Da K_{vw} eine Funktion der Zungenstellung ist, kann die Korrekturverschiebung durch geeignete mechanische Kopplung von der Zungenverschiebung abgenommen werden; etwa so, daß ein am festen Teil des Schiebers gelagerter Winkelhebel, dessen einer Arm von einer an der Zunge angebrachten Kurvenbahn von entsprechender Form gesteuert wird, mit dem zweiten Arm die erforderliche Korrekturverschiebung der v_w - bzw. ϑ_e -Teilung bewirkt. In dieser Form wäre der Schieber so einfach zu handhaben wie jeder normale Rechenschieber. Die zusätzliche Teilung für K_{vw} und K_{vaw} fällt ja dann weg und auch der Läufer hätte die normale Ausführung mit nur einem Ablesestrich.

VI. Zusammenfassung

Die eine der beiden Bedingungen für die Anwendbarkeit des unmittelbaren Verfahrens, nämlich die Vereinfachung der Rechnung für den praktischen Gebrauch, wird durch Nomogramm bzw. Rechenschieber vollkommen erfüllt. Desgleichen kann bei Verwendung eines Diffusorthermometers die andere Bedingung, daß der Thermometerbeiwert c seiner Größe nach genau bekannt sein und für verschiedene Anbringungsorte am Flugzeug (also für verschiedene Flugzeugbaumuster) denselben Wert haben muß, mit der geforderten Genauigkeit eingehalten werden. Der Beweis dafür wird (wie in der Einleitung erwähnt) in einer demnächst in den Technischen Mitteilungen erscheinenden Arbeit erbracht.

Das unmittelbare Berechnungsverfahren bietet gegenüber dem mittelbaren wesentliche Vorteile: So sind für die Auswertung der v_{max} -Flüge in Nennhöhe nur noch zwei Flüge (der eigentliche Meßflug in Nennhöhe und ein Viereckflug in Bodennähe zur Eichung des Staudruckmessers) erforderlich gegenüber drei bis vier Flügen beim mittelbaren Verfahren. Weiter erfolgt hier die Auswertung nur durch zweimaligen Gebrauch eines Nomogrammes bzw. Rechenschiebers (einmal zur Auswertung des Viereckfluges und das zweite Mal zur Auswertung des eigentlichen Meßfluges); das mittelbare Verfahren dagegen erfordert die teils mehrmalige Verwendung von drei bis vier Nomogrammen und dazu noch einige, wenn auch einfache, so doch Zeit und Arbeit beanspruchende Zwischenrechnungen.

Durch das unmittelbare Verfahren wird somit die Bestimmung von v_w bei hohen Geschwindigkeiten praktisch wieder auf die einfache Form des bisher benützten Verfahrens bei kleinen Geschwindigkeiten gebracht, das ja bei den heute üblichen hohen Fluggeschwindigkeiten wegen der dabei auftretenden keineswegs unerheblichen Fehler nicht mehr angewendet werden kann.

Bei serienmäßiger Ausrüstung der Flugzeuge mit einem einheitlichen, im Stau von Tragflügel oder Rumpf angeordneten elektrischen Diffusor-Fernthermometer (Thermoelement) und mit dem beschriebenen Kreisrechenschieber (dem wieder ein $c = 0,993$ zugrunde zu legen wäre) läßt sich schließlich das unmittelbare Verfahren zur Bestimmung der wirklichen Fluggeschwindigkeit während des Fluges selbst verwenden, d. h. das unmittelbare

telbare Berechnungsverfahren ist zum Unterschied vom mittelbaren auch für Navigationszwecke sehr gut geeignet. Das Temperaturanzeigergerät im Führerraum würde bei einer Teilung von 1 mm pro 1° für den Bereich von -60° bis $+120^\circ$ (entsprechend $t_w = -60^\circ$ bis $+60^\circ$ und $v_w = 0$ bis 1200 km/h) einen Durchmesser von ca. 70 mm erhalten. Wird die Skala entsprechend Bild 10 ausgebildet, so dürfte die Temperatur ohne Schwierigkeiten mindestens auf 1° genau abgelesen werden können.

Da aus jedem beliebigen Thermometer in einfacher Weise durch Anbringen eines belüfteten Stauraumes um den Thermometerflüssigkeitsbehälter (Weingeistspirale usw.) ein Diffusorthermometer gemacht werden kann und damit sein Beiwert auch bei einer Anordnung am Flugzeug, die seine direkte Ablesung vom Führerraum aus gestattet, praktisch unverändert bleibt, kann das unmittelbare Verfahren ohne weiteres zur Auswertung der Leistungsflüge (v_{max} -Flüge in Nennhöhe) angewendet werden.

VII. Beispiel für Auswertung eines v_{max} -Fluges in Nennhöhe als Anleitung zur Handhabung der Nomogramme

durchzuführen	Meßwerte
v_{max} -Flug in Nennhöhe	Geschwindigkeitsanzeige $v_{all} = 455$ km/h Temperaturanzeige $t_{LH} = -24^\circ$ Anzeige des (auf 1013 mb eingestellt.) Höhenmessers $H_{all} = 6400$ m
Viereckflug in Bodennähe mit möglichst gleichem Staudruck wie der v_{max} -Flug	Geschwindigkeitsanzeige $v_{aB} = 455$ km/h Temperaturanzeige $t_{LB} = +23^\circ$ Anzeige des (auf 1013 mb eingestellt.) Höhenmessers $H_{aB} = 120$ m die wirkliche Geschwindigkeit des Bodenfluges (Auswertung des Viereckfluges) $v_{wB} = 461$ km/h

Nomographische Auswertung

Zur Schonung der Nomogramme ist es zweckmäßig, die Fluchtlinien nicht direkt in das Nomogramm einzuzichnen, sondern auf ein darübergelegtes und mit Büroklammern gegen Verschieben gesichertes durchsichtiges Papier. Um den Geschwindigkeitsbereich von 250 bis 1200 km/h mit der erforderlichen Genauigkeit auf handlichem Format darstellen zu können, war es nötig, den Gesamtbereich auf zwei Nomogramme (A und B)³⁾ auf-

3) Die Nomogramme A und B sind dem vorliegenden Heft lose beigelegt; sie können gesondert von der ZWB bezogen werden.

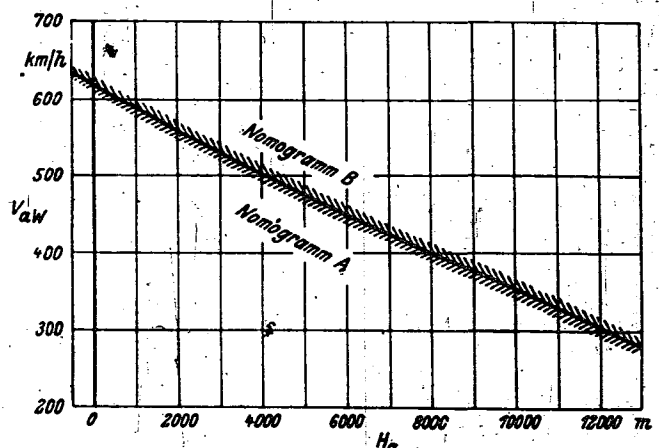


Bild 11. Gültigkeitsbereich der Nomogramme A und B

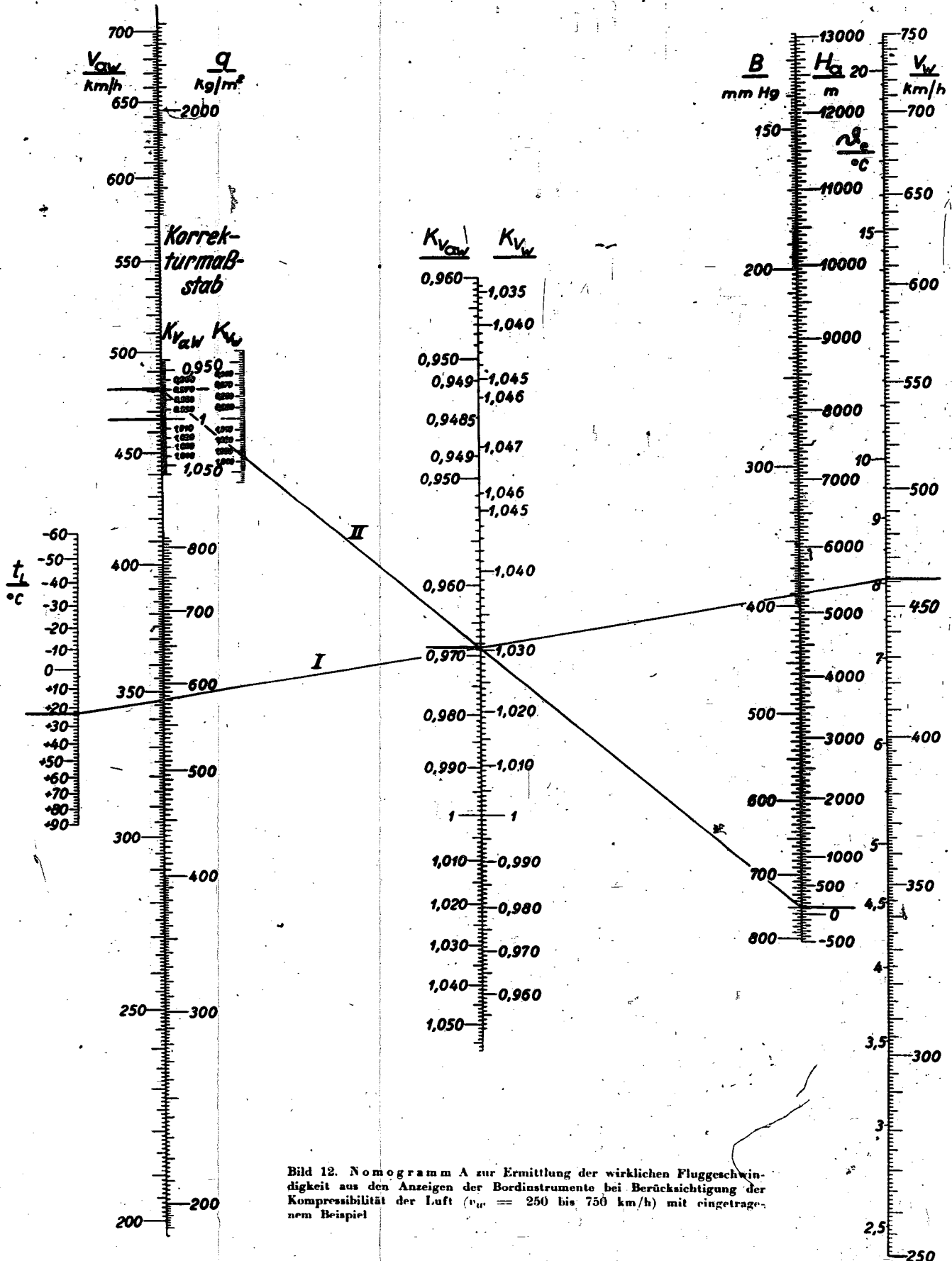


Bild 12. Nomogramm A zur Ermittlung der wirklichen Fluggeschwindigkeit aus den Anzeigen der Bordinstrumente bei Berücksichtigung der Kompressibilität der Luft ($v_w = 250$ bis 750 km/h) mit eingetragenen Beispiel

zuteilen, die sich von $v_w = 500$ km/h bis $v_w = 750$ km/h überdecken.

1. Bodenflug (Viereckflug)

Da hier v_{wB} kleiner als 500 km/h ist, muß Nomogramm A verwendet werden. vgl. Bild 12. Man markiert

auf dem über das Nomogramm gelegten durchsichtigen Papier an den entsprechenden Leitern die Meßwerte $v_{wB} = 461$ km/h, $H_{aB} = 120$ m und $t_{LB} = +23^\circ$. Nun legt man durch v_w und t_L die Fluchtlinie I und durch den Schnittpunkt dieser Fluchtlinie mit der Mittelleiter und durch H_a die Fluchtlinie II, die an der v_{aw} -Leiter

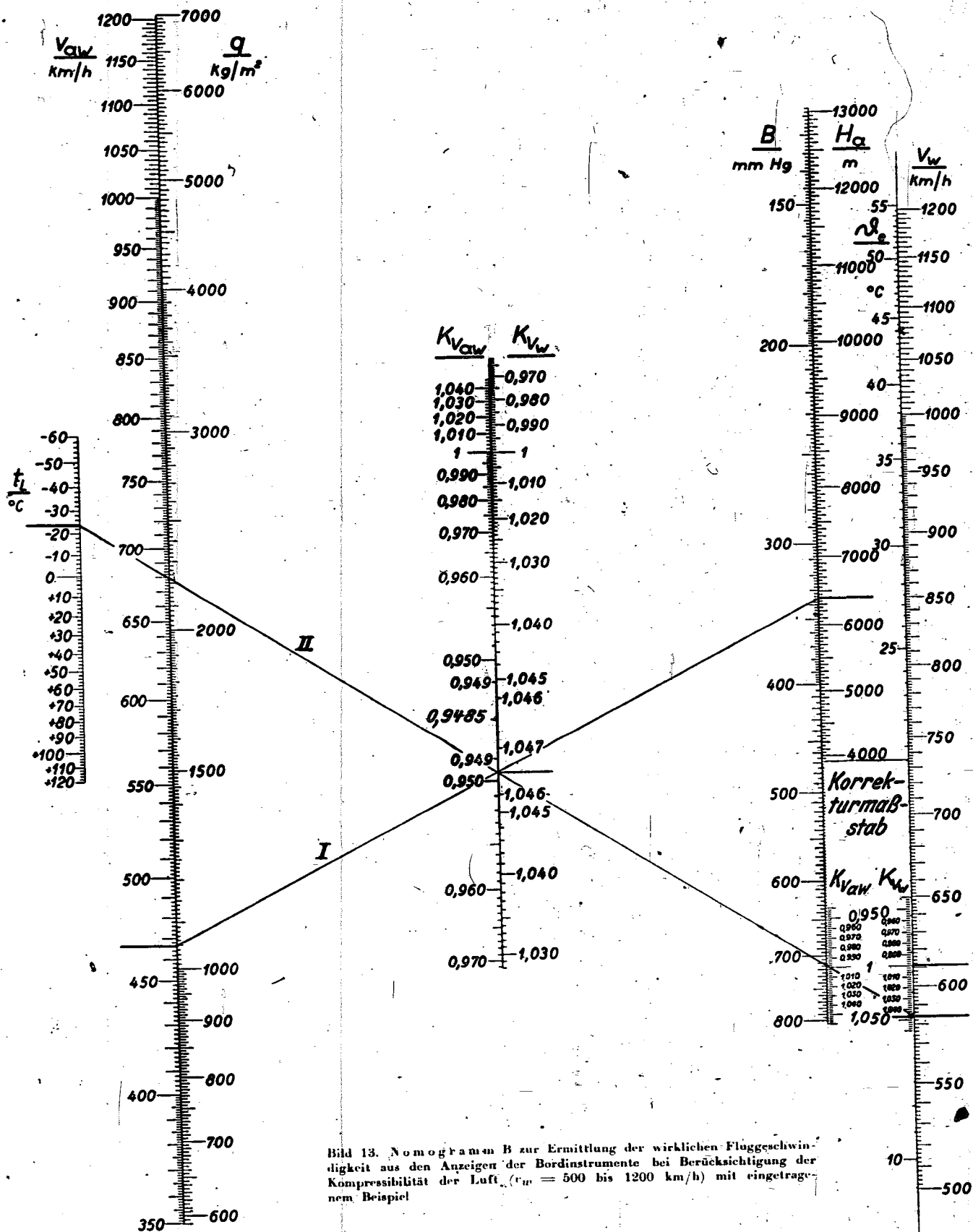


Bild 13. Nomogramm B zur Ermittlung der wirklichen Fluggeschwindigkeit aus den Anzeigen der Bordinstrumente bei Berücksichtigung der Kompressibilität der Luft ($v_w = 500$ bis 1200 km/h) mit eingetragenem Beispiel

den Näherungswert v_{awN} anzeigt, der (da an sich uninteressant) nicht abgelesen sondern nur markiert wird. Dort legt man den Korrekturmaßstab mit dem von den Fluchtlinien an der Mittelleiter angezeigten Korrekturfaktor $K_{V_{aw}} = 0,969$ an und liest gegenüber dem Wert 1 des Korrekturmaßstabes den genauen Wert der Fahrtmesser-Sollanzeige $v_{awB} = 466$ km/h ab. Links an der

v_w -Leiter wird der zu v_w gehörige Temperaturanstieg $\vartheta_{cB} = 8^\circ$ abgelesen (es genügt vollkommen ϑ_e auf $1/2^\circ$ genau zu bestimmen). Die wirkliche Temperatur ist dann

$$t_{wB} = t_{BL} - \vartheta_{cB} = +23 - 8 = +15^\circ$$

Die Fehl Anzeige des Fahrtmessers

$$\Delta_{aw} = v_{awB} - v_{aw} = 466 - 455 = +11 \text{ km/h}$$

2. v_{max} -Flug in Nennhöhe

Sollanzeige des Fahrtmessers

$$v_{awII} = v_{all} + \Delta_{aw} = 455 + 11 = 466 \text{ km/h}$$

Welches der beiden Nomogramme A bzw. B bei der Auswertung des Höhenfluges (dessen v_w ja noch nicht bekannt ist) für den betreffenden Fall zuständig ist, kann aus Bild 11 entnommen werden, dem eine Grenzgeschwindigkeit von 625 km/h und die internationale Normalatmosphäre zu Grunde gelegt wurde. Für den vorliegenden Fall $v_{awII} = 466 \text{ km/h}$ und $H_{all} = 6400 \text{ m}$ ist demnach die Rechnung mit Nomogramm B durchzuführen, vgl. Bild 13.

Auf dem über das Nomogramm gelegten durchsichtigen Papier werden wieder an den entsprechenden Leitern die Meßwerte $v_{awII} = 466 \text{ km/h}$, $H_{all} = 6400 \text{ m}$ und $t_{LII} = -24^\circ$ markiert. Durch v_{aw} und H_a wird die Fluchtlinie I gelegt, durch ihren Schnittpunkt mit der Mittelleiter und durch t_L die Fluchtlinie II, die an der v_w -Leiter den Näherungswert v_{wN} angibt, der wieder nicht abgelesen sondern nur mar-

kiert wird. Legt man dort den Korrekturmaßstab mit dem von den Fluchtlinien an der Mittelleiter angezeigten Korrekturfaktor $K_{vw} = 1,047$ an, so liegt gegenüber dem Wert 1 des Korrekturmaßstabes der genaue Wert der wirklichen Geschwindigkeit des v_{max} -Fluges $v_{wII} = 611 \text{ km/h}$. Schiebt man nach markieren dieses Wertes auf dem durchsichtigen Papier den Korrekturmaßstab zur Seite, so kann man links an der v_w -Leiter den zugehörigen Temperaturanstieg $\vartheta_{eII} = 14^\circ$ ablesen (im Beispiel noch durch den Korrekturmaßstab verdeckt). Die wirkliche Temperatur ist dann

$$t_{wII} = t_{LII} - \vartheta_{eII} = -24 - 14 = -38^\circ$$

Genaues Markieren der Werte und genaues Einzeichnen der Fluchtlinien vorausgesetzt (spitzer, harter Bleistift und gerades Lineal!), arbeiten die Auswertungsnomogramme mit der doppelten Genauigkeit des normalen Rechenschiebers.

Um richtige Meßwerte zu erhalten, dürfen die Instrumente erst nach etwa 3 bis 5 min dauerndem Flug mit konstanter Fahrt- und Höhenmesseranzeige abgelesen werden.

Fortsetzung von S. 192

getriebenen naturgroßen Gegenlaufschräube bei der Drehzahl 1100 U/min (die vierte Ordnung erster Art war wegen Fehlens äußerer Störungen des Schraubenstrahls praktisch gleich Null) ein Wechselbiegemoment von etwa $\pm 35 \text{ mkg}$ bei einem durch den Schub erzeugten statischen Biegemoment von etwa 120 mkg am Blattfuß.

Vermieden werden müssen die kritischen Drehzahlen zweiter und dritter Ordnung, weil diese Ordnungen schon wesentlich stärker erregen und dazu in den höheren Betriebsdrehzahlbereich fallen, wo sich die schwingungsverstärkende Wirkung der Partnerschraube bemerkbar macht. So wurde an einer der beiden SH 14-Schrauben bei Erregung durch die zweite Ordnung ohne Partner eine Beanspruchung von gut $\pm 1 \text{ kg/mm}^2$ am Blattfuß gemessen und bei Höchstdrehzahl der Partnerschraube eine von über $\pm 3 \text{ kg/mm}^2$, was für Duralumschrauben schon viel ist.

Die kritischen Drehzahlen erster Ordnung errechnen sich aus der Beziehung

$$n_{krit} = \frac{n_0}{\sqrt{k^2 - C}} \quad (5)$$

Dabei bedeutet n_0 die minutliche Eigenfrequenz für die Drehzahl Null und C ist aus Zahlentafel 1 zu entnehmen, die sich an Hand der bisher von der DVL durchgeführten Schwingungsmessungen ergeben hat.

Wenn diese kritischen Drehzahlen zweiter und dritter Ordnung vermieden werden können, so dürfte damit eine Gefährdung der Gegenlaufschräube durch die Biege-Grundschwingung ausgeschlossen sein.

Zahlentafel 1. Fliehkraftbeiwert C

Durchmesser m	Fliehkraftbeiwert C	
	Metall	Holz
2,6 bis 3,2	2,2 bis 1,8	1,9 bis 1,4
3,2 „ 3,8	1,8 „ 1,6	1,4 „ 1,1
3,8 „ 4,6	1,6 „ 1,4	1,1 „ 0,9

III. Zusammenfassung

Meßtechnisch wurde untersucht, das Auftreten der Biege-Grundschwingung über die flache Kante (kleines Trägheitsmoment) der Flügel von Gegenlaufschräuben. Zwei verschiedene Schwingungszustände werden unterschieden. Die Schwingungen erster Art können auch ohne Vorhandensein der Partnerschraube auftreten, vergrößern sich aber stetig mit zunehmender Drehzahl der Partnerschraube. Die Schwingungen zweiter Art werden dagegen allein durch die Partnerschraube verursacht und hängen stark vom Abstand der beiden Schrauben ab. Vom Standpunkt der Betriebssicherheit ist jedoch nur der erste Fall von Interesse.

IV. Schrifttum

- [1] A. Havers u. J. Meyer: Schwingungsuntersuchungen an einem Modell einer Gegenlaufschräube. Jahrbuch 1940 der Deutschen Luftf.-Forsch. S. I 721.
- [2] J. Meyer: Das gestörte Strömungsfeld einer Luftschraube als Ursache von Luftschraubenschwingungen, Technische Berichte Bd. 9 1942 N. 4 S. 127.

Messungen an einem Staudruck-Multiplikator mit großer Anstellwinkel-Unempfindlichkeit

W. Krüger, Göttingen

C 3

Bericht der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen E. V. Institut Windkanäle

Übersicht: Mit einem für Sonderzwecke bestimmten Staudruck-Meßgerät, das im Wesentlichen aus einer Venturidüse mit eingebautem Gesamtdruckrohr besteht, wurden Messungen bei verschiedenen Anblasgeschwindigkeiten im Anstellwinkelbereich 0 bis 90° durchgeführt. Das Gerät zeichnet sich vor anderen durch eine außergewöhnlich große Unempfindlichkeit der Anzeige gegen Anstellwinkeländerungen aus. Diese Eigenschaft wird im günstigen Sinne unterstützt durch zusätzliche Anbringung eines Spreizklappenringes im hinteren Teil des Profils. Da die Kennzahlunempfindlichkeit jedoch nicht voll befriedigt, ist das Gerät in der vorliegenden Form noch nicht für den allgemeinen Gebrauch verwendbar.

Gliederung

- I. Einleitung
- II. Beschreibung des Geräts
- III. Meßergebnisse
- IV. Zusammenfassung
- V. Schrifttum.

I. Einleitung

Es wurde ein Gerät benötigt zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit hinter einem Axialgebläse. Da die Verteilung der Zuströmungsgeschwindigkeit zum Gebläse im vorliegenden Fall durch Krümmer im Einlauf sehr ungleichmäßig war und infolge Drosselungsänderung auch der Drall der aus dem Gebläse austretenden Luft geändert wurde, mußten an das Gerät besonders hohe Anforderungen hinsichtlich seiner Anzeigeunempfindlichkeit gegen Schräganblasung gestellt werden. Außerdem war eine Staudruck-Übersetzung erwünscht, damit auch bei kleinen Fördermengen und Strömungsgeschwindigkeiten ausreichende Meßgenauigkeit erzielt würde. Staudruckmultiplikatoren sind bereits verschiedentlich untersucht worden [1, 2, 3]¹⁾. Die Anstellwinkelunempfindlichkeit schien jedoch für den vorliegenden Zweck nicht ausreichend.

II. Beschreibung des Geräts

Das neue, in Bild 1 dargestellte Gerät, besteht im wesentlichen aus einem Gesamtdruckrohr in Verbindung mit einer Ringdüse, an deren Hinterkante eine Spreizklappe angebracht ist. Durch die Spreizklappe soll die Zirkulation um das Profil und damit das Übersetzungsverhältnis U_i/U_o vergrößert werden (U_i = Geschwindigkeit im engsten Querschnitt, U_o = ungestörte Anströmgeschwindigkeit). Die Entwicklung dieses Gerätes liegt bereits einige Jahre zurück, als die rechnerische Behandlung von Ringdüsen auf tragflügeltheoretischer Grundlage [4] noch nicht begonnen war. Die hier mitgeteilten Meßergebnisse können als Ergänzung zu diesen Untersuchungen dienen, da es sich hierbei um den nächstliegenden Fall einer Ringdüse mit symmetrischem Profil handelt, deren Sehnenfläche ein Zylinder ist. Der statische Druck wird an der engsten Stelle des Geräts entnommen. Da die Durchflußmenge durch eine dem freien Luftstrom ausgesetzte Ringdüse von dem Energieverlust abhängt, den die Luft beim Durchströmen der Düse erfährt, wurde das Dickenverhältnis des Profils klein ($d/l = 0,10$) und das Schlankheitsverhältnis des gesamten Geräts groß ($l/d_o = 5,2$) gewählt, um einen möglichst schlanken Diffusor zu erhalten. Der mittlere Diffusor-

erweiterungswinkel beträgt 4°. Das Flächenverhältnis F_i/F_A ist 1:4,5, mit Berücksichtigung der Querschnittsverengung durch das eingebaute Gesamtdruckrohr 1:4,8. Die Dickenverteilung des Profils entspricht für $x/l > 0,35$ etwa dem Profil Gö 409, während für $x/l < 0,35$ das verwendete Profil dicker ist als jenes. Der Nasenradius ist dementsprechend wesentlich größer und beträgt $r_N = 0,035l$. Die Messungen wurden in einem Windkanal mit Freistrahle (1,0 · 0,7 m elliptisch) bei verschiedenen Anstellwinkeln und Anströmgeschwindigkeiten durchgeführt. Gemessen wurden Gesamtdrucke und Staudrucke. Messungen mit verschiedener Spreizklappentiefe geben Aufschluß über den Einfluß der Spreizklappe auf die Anzeige des Gerätes.

III. Meßergebnisse

1. Übersetzungsverhältnis

Die Abhängigkeit des Übersetzungsverhältnisses U_i/U_o vom Spreizklappentiefenverhältnis l_{KI}/l ist dem Bild 2 zu entnehmen. Mit dem normalen Gerät ohne Spreizklappe wird ein Übersetzungsverhältnis $U_i/U_o = 1,4$ erreicht. Nach einer älteren Untersuchung über die Energieumsetzung in Venturidüsen [5] läßt sich das Erreichbare Übersetzungsverhältnis errechnen aus:

$$\frac{U_i}{U_o} = \frac{1}{\sqrt{1 - \gamma [1 - (F_i/F_A)^2]}} \quad \text{wobei } \gamma = \frac{p_A - p_i}{\rho/2 (U_i^2 - U_o^2)}$$

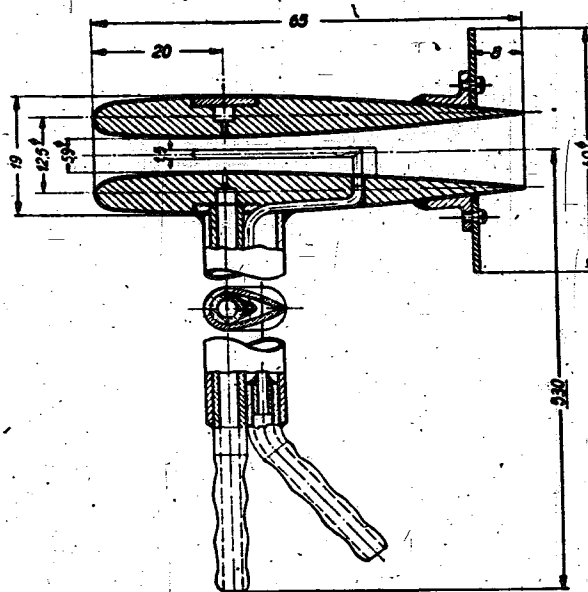


Bild 1. Skizze des untersuchten Gerätes

1) Die Angaben in eckigen Klammern beziehen sich auf das Schrifttumverzeichnis am Ende der Arbeit.

den Wirkungsgrad des Diffusors darstellt; F_i und F_A bedeuten die Strömungsquerschnitte an der engsten Stelle bzw. beim Austritt aus dem Gerät. In unserem Falle muß demnach der Diffusorwirkungsgrad etwa 0,51 betragen haben. An den hohen Verlusten bei der Umsetzung von Geschwindigkeitshöhe in Druck dürfte das eingebaute Gesamtdruckrohr stark beteiligt sein. An anderer Stelle wurde der Kennzahl einfluß auf den Wirkungsgrad von Diffusoren eingehend untersucht [6]. Bei einem Diffusorerweiterungswinkel von 4° und einer Re -Zahl $Re_i = U_i \cdot d_i = 0,24 \cdot 10^3$, wie sie bei unserer Messung vorhanden war, müßte nach diesen Messungen $\eta = 0,67$ erreichbar sein, wenn keine Störung durch das Gesamtdruckrohr vorhanden wäre. Mit diesem Wirkungsgrad würde sich ein Übersetzungsverhältnis $\frac{U_i}{U_o}$ von 1,67 ergeben. Es tritt demnach durch das eingebaute Gesamtdruckrohr eine Verschlechterung im Übersetzungsverhältnis von $\sim 16\%$ ein.

Durch den zusätzlichen Anbau einer Spreizklappe wird, wie aus Bild 2 ersichtlich, das Übersetzungsverhältnis günstigstenfalls von 1,4 auf 1,7 erhöht. Eine Steigerung des Tiefenverhältnisses über $l_{kl}/l = 0,13$ hinaus bringt keine merkliche Verbesserung mehr.

Unter der Annahme, daß bei Vorhandensein einer Spreizklappe der statische Druck im Austrittsquerschnitt des Gerätes um den Betrag Δp kleiner ist als der ungestörte statische Druck, kann man für das Übersetzungsverhältnis näherungsweise schreiben:

$$\frac{U_i}{U_o} = \sqrt{1 + \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} U_o^2} \left(1 - \left(\frac{F_i}{F_A}\right)^2\right)}$$

Das Übersetzungsverhältnis des Gerätes mit Spreizklappe verhält sich also zu dem des Gerätes ohne Spreizklappe wie:

$$\frac{U_i}{U_o} = \sqrt{1 + \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} U_o^2}}$$

Der Unterdruck hinter einer Spreizklappe ist nach Pro-

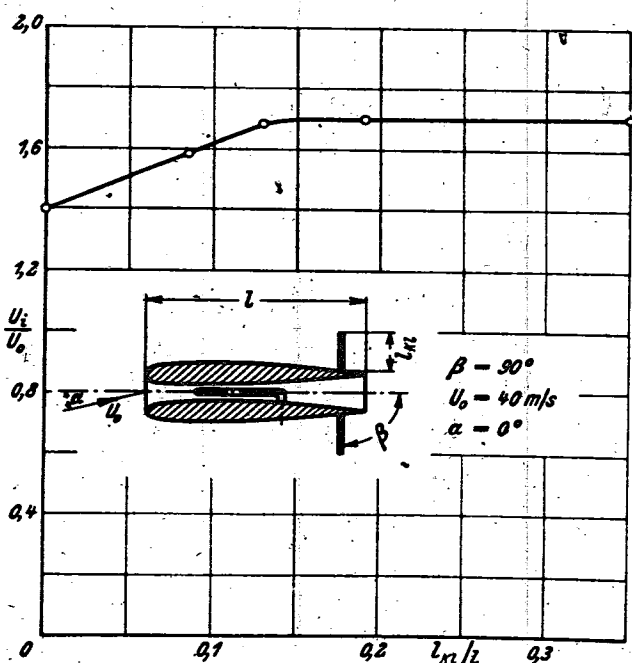


Bild 2. Übersetzungsverhältnis U_i/U_o in Abhängigkeit vom Tiefenverhältnis des Spreizklappenringes

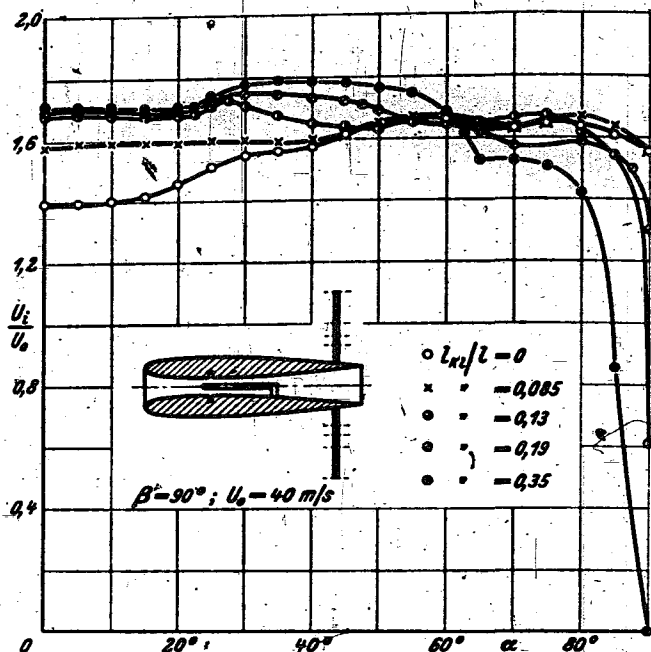


Bild 3. Übersetzungsverhältnis U_i/U_o (=Verhältnis der Geschwindigkeit U_i an der engsten Stelle zur ungestörten Anströmgeschwindigkeit U_o) in Abhängigkeit vom Anstellwinkel bei verschiedener Spreizklappentiefe

filmessungen von der Größenordnung $0,5 \frac{\rho}{2} U_o^2$. Mit diesem Wert wird

$$\frac{U_i}{U_o} = \sqrt{1,5} = 1,225$$

was mit dem Meßergebnis recht gut übereinstimmt.

2. Anstellwinkleinfluß

In Bild 3 ist das Übersetzungsverhältnis $\frac{U_i}{U_o}$ in Abhängigkeit vom Anstellwinkel α für verschiedene Spreizklappentiefenverhältnisse dargestellt. Man sieht, daß sich U_i/U_o bei $l_{kl}/l = 0,085$ bis $0,13$ in einem Anstellwinkelbereich von 0° bis 80° nur sehr wenig ändert. Bild 4 zeigt die Verhältnisse noch deutlicher. Der Fehler im Übersetzungsverhältnis, der durch die Schräganblasung des Gerätes entsteht, beträgt bei Verwendung einer Spreizklappe ($l_{kl}/l = 0,085$) im α -Bereich $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ höchstens $0,7\%$, für $30^\circ < \alpha < 80^\circ$ höchstens 5% , während er ohne Spreizklappe bis $\alpha \sim 50^\circ$ stetig bis auf 20% ansteigt. Der Fehler in der Gesamtdruckanzeige des Gerätes

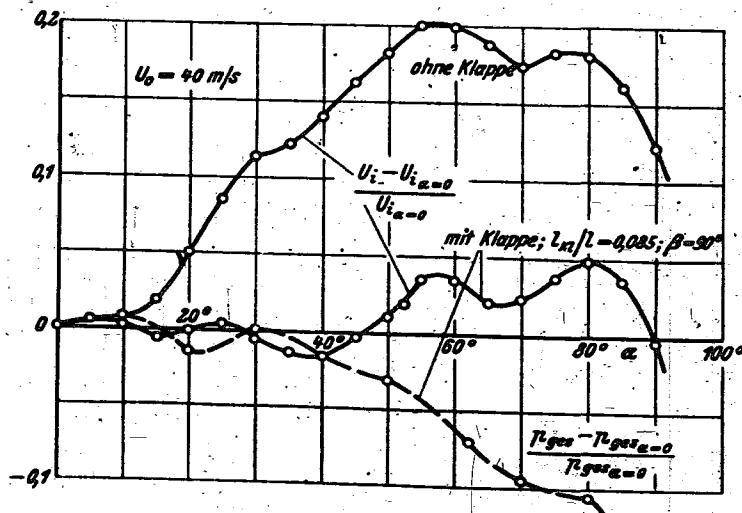


Bild 4. Abhängigkeit des Fehlers im Übersetzungsverhältnis U_i/U_o und im Gesamtdruck p_{ges} vom Anstellwinkel



Bild 5. Strömungsaufnahmen am Staudruckmultiplikator im Wasserkanal. Oben Sichtbarmachung durch Farbfäden; unten durch Luftblasen

mit Spreizklappe beträgt für $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ höchstens 2% und erreicht bei $\alpha = 80^\circ$ den Betrag von etwa 10%. Die in Bild 5 wiedergegebenen Strömungsaufnahmen im Wasserkanal veranschaulichen die gute Durchströmung des Geräts bis zu sehr hohen Anstellwinkeln sehr deutlich.

3. Kennzahleinfluß

Das Gerät mit Spreizklappe wurde bei Windgeschwin-

digkeiten von $U_a = 10$ bis $U_a = 40$ m/s untersucht. Die Ergebnisse sind in Bild 6 wiedergegeben. Es zeigt sich daß die Anstellwinkelunempfindlichkeit in dem untersuchten Kennzahlbereich erhalten bleibt, daß aber der Absolutwert des Übersetzungsverhältnisses von der Kennzahl abhängig ist. Durch Anbringung von Stolperdrähten und Störungskanten im Einlauf wurde versucht, die Kennzahlempfindlichkeit des Gerätes zu verringern.

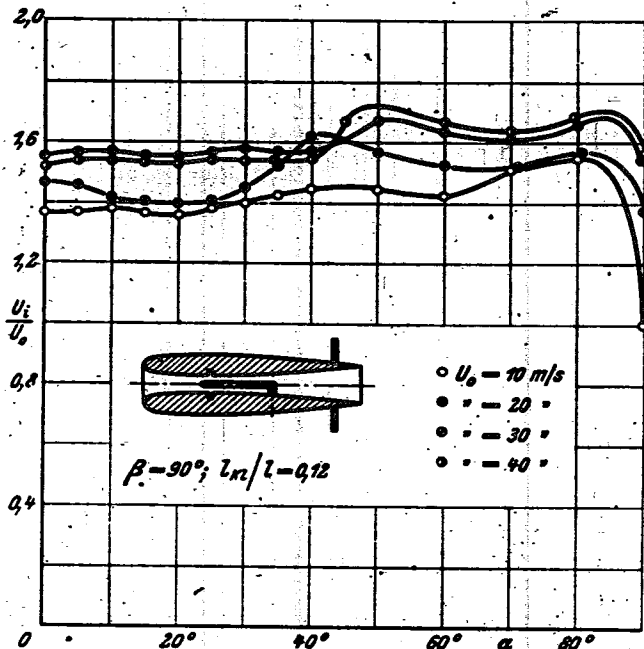


Bild 6. Übersetzungsverhältnis in Abhängigkeit vom Anstellwinkel bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten

Die Versuche reichen jedoch bei dem kleinen Kennzahlbereich nicht aus, um über die Wirkung derartiger Maßnahmen ein endgültiges Urteil abgeben zu können. Bild 7 zeigt, daß durch Störungen im Einlauf erhebliche Verschlechterungen in der Anstellwinkelunempfindlichkeit hervorgerufen werden. Als Ergänzung zu den oben besprochenen Messungen wurde das Gerät in einem Freistrah von 255 mm Durchmesser in einem größeren Kennzahlbereich von H. Bäuerle untersucht. Die Ergebnisse sind dem Bild 8 zu entnehmen. Für Kennzahlen $Re = \frac{U_0 \cdot d_0}{\nu} > 4 \cdot 10^4$ bleibt das Übersetzungsverhältnis gleich, während es bei kleineren Kennzahlen abfällt und im Bereich $2 \cdot 10^4 < Re < 2,5 \cdot 10^4$ unstetig verläuft. Diese Unstetigkeit ist wahrscheinlich auf ein Umschlagen der Strömungsform und auf dadurch geänderte Widerstandsverhältnisse bei der Durchströmung des Gerätes zurückzuführen.

IV. Zusammenfassung

Es werden Ergebnisse von Messungen an einem Staudruckmultiplikator mitgeteilt, der aus einer Ringdüse mit eingebautem Gesamtdruckrohr besteht: In der Nähe der Hinterkante der Ringdüse ist ein Spreizring angebracht, durch den eine sehr hohe Unempfindlichkeit der Staudruckanzeige gegen Anstellwinkeländerungen erzielt wird. Außerdem wird durch den Spreizklappenring beim Anstellwinkel 0° das Übersetzungsverhältnis U_i/U_0 (Geschwindigkeit an der engsten Stelle des Gerätes/ungestörte Anströmgeschwindigkeit) um etwa 20% vergrößert. Bei einem absoluten Übersetzungsverhältnis $U_i/U_0 = 1,6$ für Anstellwinkel 0° beträgt der Fehler im Übersetzungsverhältnis höchstens 0,7% für $0 < \alpha < 30^\circ$ und 5% für $30 < \alpha < 80^\circ$. Die Kennzahlunempfindlichkeit ist erst bei Anströmgeschwindigkeiten über 40 m/s ($Re = \frac{U_0 \cdot d_0}{\nu} = 4 \cdot 10^4$) befriedigend. Wegen der Empfindlichkeit bei kleineren Anströmgeschwindigkeiten ist das Gerät in der vorliegenden Form für Meßzwecke allgemein noch nicht brauchbar. Es sollen weitere Versuche unternommen werden, auf diesem Wege ein Gerät zu schaf-

fen, welches die Forderung nach ausreichender Unempfindlichkeit der Anzeige gegen Re -Zahl und Anstellwinkel erfüllt.

V. Schrifttum

- [1] A. Betz und H. Peters: Untersuchung eines Staudruckmultiplikators, Erg. d. AVA, IV. Lieferung, München und Berlin 1932.
- [2] H. Peters: Druckmessung, Handbuch d. Exper. Physik IV, T. 1 S. 489, Leipzig 1931.
- [3] P. Gmelin und R. Riedmüller: Ein neuer Druckmultiplikator zur Messung kleiner Strömungsge-

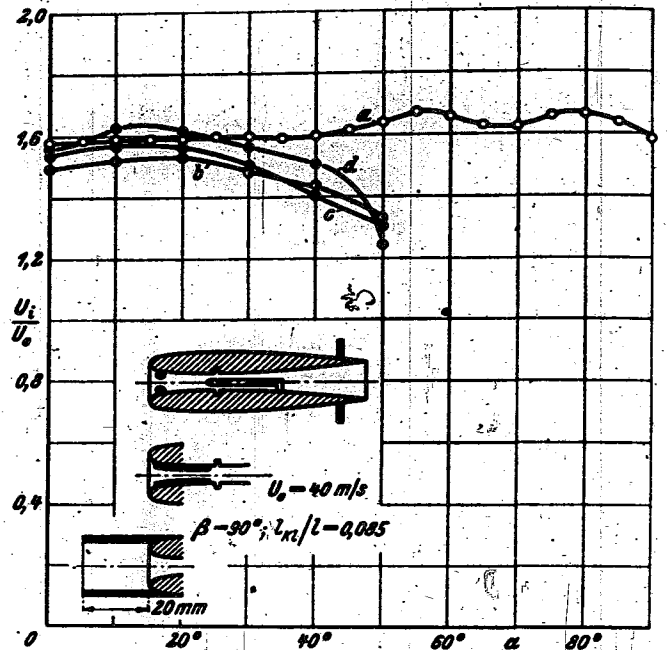
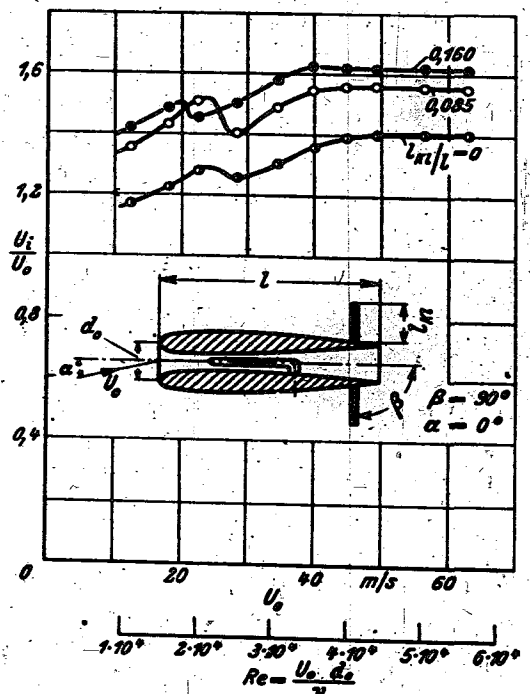


Bild 7. Übersetzungsverhältnis in Abhängigkeit vom Anstellwinkel. Einfluß von Störungen im Einlauf

- a ohne Hilfsmittel
- b mit Stölperdraht 0,2 mm, 3 mm von der Vorderkante
- c mit Einsatzhülse, 3 mm stark, mit scharfer Kante
- d mit Blechring am Eintritt


 Bild 8. Übersetzungsverhältnis U_i/U_0 in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl und vom Tiefenverhältnis des Spreizklappenringes

schwindigkeiten. Techn. Physik Bd. 18 (1937) Nr. 11, S. 375.

[4] D. Küchemann: Über die Strömung an ringförmigen Verkleidungen. I bis VI Mitteilung FB 1236/1 bis 6.

[5] A. Betz: Energieumsetzungen in Venturidüsen. Naturwissenschaften 1929 Heft 10 S. 160.

[6] O. Pabst: Kennzahl einfluß bei Diffusoren. Techn. Berichte Band 8 (1941) Heft 3 S. 82.

Abgeschlossen März 1942

Ueber einen neuen Nachlaufeffekt

O. Ruchti, Ainring

A 35 25

Übersicht: Bei Windkanalversuchen wurde an einer im Nachlauf eines Flügels befindlichen Profilstrebe ein sehr steiler Auftriebsanstieg im Bereich kleiner Anblasewinkel bemerkt. In der vorliegenden Arbeit sind einige Meßergebnisse der anschließend durchgeführten Untersuchung mitgeteilt; ferner wird die Erklärung des beobachteten Effekts angegeben.

Gliederung

- I. Meßergebnisse
- II. Bemerkungen
- III. Zusammenfassung

I. Meßergebnisse

Die Messungen dieser Untersuchung wurden zu einem Teil im 0,8 m-Freistrah-Windkanal, zum anderen Teil im 2 m-Freistrah-Windkanal der Deutschen Forschungsanstalt für Segelflug Ernst Udet (DFS Ernst Udet) durchgeführt.

Die Versuchsanordnung im 0,8 m-Windkanal zeigt Bild 1. Der Freistrah des Windkanals wird von einem an der Kanaldüse befestigten rechteckigen Flügel mit symmetrischer Profilform senkrecht durchschnitten. Der Umriß des Flügelprofils ist das NACA-Profil 0021. Seine Tiefe beträgt 165 mm. Der Flügel war aus Erlenholz hergestellt und vollständig mit Ultraphan umklebt, um die Oberfläche glatt zu machen.

Im Innern des Flügels ist frei beweglich ein Rohr von 30 mm Durchmesser geführt, welches oben und unten durch je eine Kreuzfeder an einem Holzrahmen gehalten wird. Da sich jede der beiden Kreuzfedern bei der Verdrehung etwas verkürzt, ist zwischen der unteren Kreuzfeder und dem Holzrahmen ein torsionssteifes, nur in der Richtung der Rohrachse nachgiebiges Federglied eingesetzt.

Oberhalb und unterhalb des Flügels ist am Rohr je ein Haltearm befestigt. Die beiden Haltearme tragen die Profilstrebe, für welche ein handelsübliches Profilrohr von 26 mm Tiefe und 12 mm größter Dicke verwendet worden ist. Der Umriß des Strebenprofils ist in Bild 1 vergrößert herausgezeichnet. Der Abstand der Vorderkante der Profilstrebe von der Rohrachse betrug 630 mm.

Bei kleinen Hin- und Herbewegungen der Profilstrebe um die Kreuzfederachse war mit der Hand ein heftiger Widerstand festzustellen, den die Strebe ihrer Querbewegung durch den Luftstrom entgegensetzte. Die mit der Auslenkung anfänglich stark zunehmende Gegenkraft nahm jedoch beim Überschreiten einer kritischen Winkellage sprunghaft ab, um bei einer weiteren Vergrößerung der Auslenkung wieder allmählich anzusteigen.

Neben anderen Versuchen, welche infolge ihrer Unwichtigkeit hier nicht beschrieben werden, wurden mit dieser Versuchsanordnung bei einer Windgeschwindigkeit von 30 m/s folgende beiden Messungen durchgeführt:

a) Messung des durch die Profilstrebe erzeugten Luftkraftmomentes um die Kreuzfederachse in Abhängigkeit

der Auslenkung mit Hilfe einer Tafelwaage. Das Ergebnis der Messung zeigt Bild 2.

Es ist aufgetragen auf der Abszisse der Auslenkungswinkel β in Grad, auf der Ordinate der Momentenbeiwert c_{Mstr} , welcher durch folgende Gleichung definiert ist:

$$c_{Mstr} = \frac{M_{str}}{F \cdot r_s \cdot q}$$

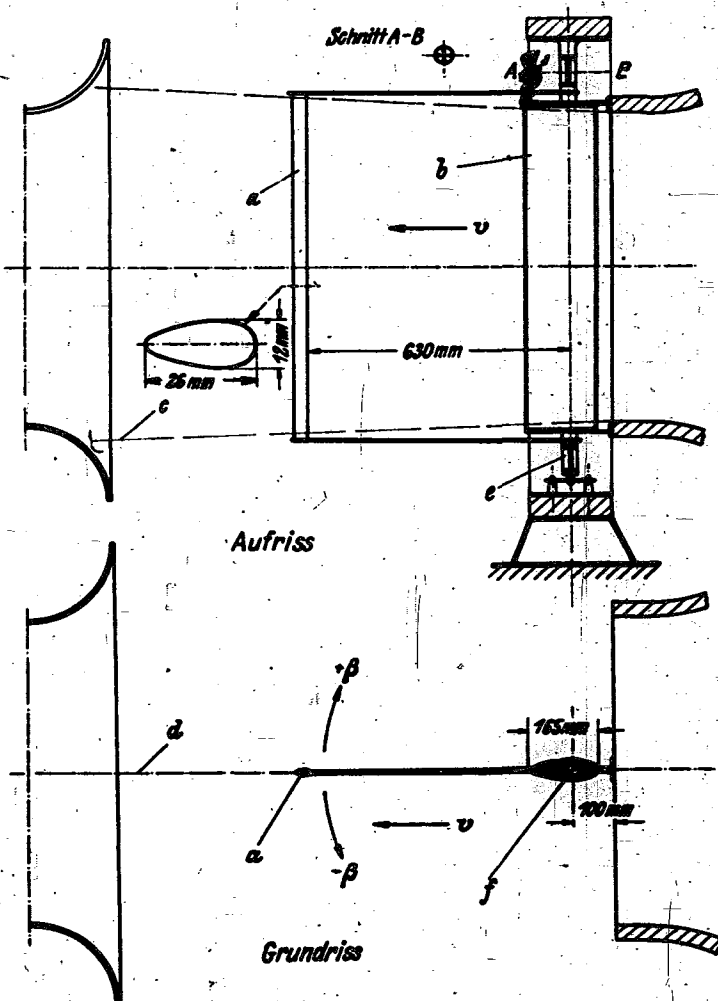


Bild 1. Versuchsanordnung im 0,8 m-Windkanal

- a Profilstrebe
- b Flügel (NACA 0021)
- c Strahlachse
- d Haltearm
- e Kreuzfeder
- f Kreuzfederachse, zugleich Momentenberücksichtigung

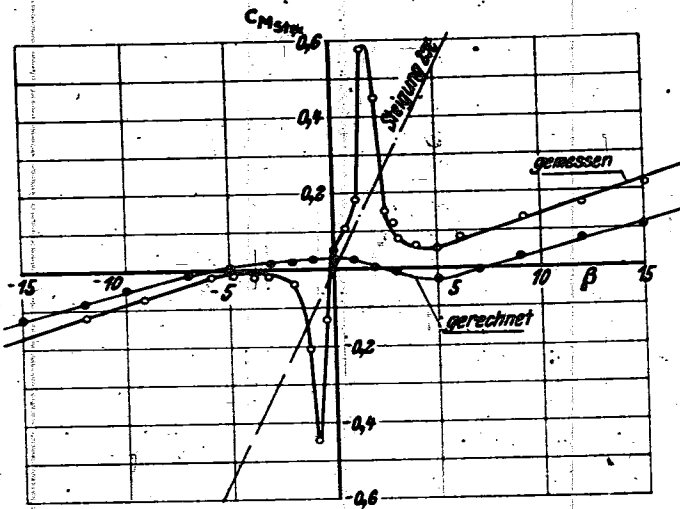


Bild 2. Ergebnis der Momentenmessung im 0,8 m-Windkanal

Darin ist:

- M_{str} = gemessenes Luftkraftmoment um die Kreuzfederachse, unter Abzug des durch die Federkonstanten der Kreuzfedern bedingten Richtmoments, in mkg. Die Federkonstante der beiden Kreuzfedern zusammen betrug 1,15 mkg/Bogengrad.
- F = Bezugsfläche, gleich Produkt aus Strebtiefe (0,026 m) und Freistrahldurchmesser an der Düse (0,8 m).
- r = Abstand der Vorderkante der Strebe von der Kreuzfederachse in m.
- q = Staudruck des ungestörten Freistrahls in kg/m².

Die Vorzeichen von c_{Mstr} und β sind so gewählt, daß einer positiven Auslenkung ein positives Luftkraftmoment entspricht.

Innerhalb des kleinen Winkelbereiches von $+4^\circ$ bis -4° darf man auf Grund der im Vergleich zur Strebtiefe großen Momentenbezugsgröße mit ziemlicher Genauigkeit

$$\frac{dc_{Mstr}}{d\beta} = \frac{dc_a}{dz}$$

setzen; wenn c_a der Auftriebsbeiwert und α der auf die Sehne bezogene Anstellwinkel des Profils der Strebe bedeutet.

Die Steigung des gemessenen Auftriebs erreicht innerhalb des Winkelbereiches -1° bis $+2^\circ$ ein mehrfaches des Auftriebsgradienten eines Profils in ebener Strömung. Zum Vergleich mit der Messung ist in Bild 2 die

theoretische Auftriebssteigung eines Profils in ebener Strömung (2π) eingetragen.

b) Messung des Nachlaufs des Flügelprofils und des Strebenprofils in 3 mm Abstand von der Hinterkante der Profilstrebe, für zwei Auslenkungen ($\beta = +1,9^\circ$ und $\beta = +7,0^\circ$).

Die Messung erfolgte mit einer Gesamtdrucksonde auf zwei horizontalen Achsen quer zur Strömungsrichtung. Der eine Auslenkungswinkel ($\beta = +1,9^\circ$) war so gewählt, daß sich die Strebe in einer Stellung knapp vor dem größten Momentenbeiwert befand, der andere Winkel ($\beta = +7,0^\circ$) dagegen im Bereich des flachen Verlaufs der Momentenkurve.

Das Ergebnis der Messung zeigt Bild 3. Für beide Stellungen der Strebe ist der gemessene Gesamtdruck (p_{ges}), bezogen auf den Staudruck der ungestörten Strömung (q) in Abhängigkeit der gemessenen Querachsen eingetragen.

Der Ursprung der einen Querachse war 20 cm senkrecht über der Strahlachse gelegen ($z = +20$ cm), während die andere Meßachse sich 20 cm unterhalb der Strahlachse befand ($z = -20$ cm). Die Vorzeichen der beiden Achsen wurden vom Ursprung aus so gewählt, daß ihre positive Richtung mit der positiven Winkelauslenkung übereinstimmt. Das Meßergebnis zeigt, daß die Profilstrebe bei der Auslenkung $\beta = +1,9^\circ$ den Nachlauf des Flügels gerade verläßt.

Da es infolge einer technischen Schwierigkeit nicht möglich war, im 0,8 m-Windkanal eine Messung des Luftkraftmomentes der Strebe ohne den Nachlaufeinfluß des vorderen Flügelprofils durchzuführen, wurde im 2 m-Windkanal an einer Strebe gleichen Querschnitts der Auftrieb (A), der Widerstand (W) und das Längsmoment (M) in Abhängigkeit vom Anstellwinkel gemessen. Die untersuchte Strebe hatte eine Spannweite von 0,94 m. Die Meßgeschwindigkeit betrug 30 m/s.

Das Ergebnis der Dreikomponentenmessung zeigt Bild 4. In Abhängigkeit vom Anstellwinkel α ist aufgetragen der Auftriebsbeiwert c_a , der Widerstandsbeiwert c_w und der Momentenbeiwert c_m . Der letztere Beiwert ist auf einen Punkt bezogen, welcher auf der nach/vorn verlängerten Sehne des symmetrischen Profils der Strebe liegt, in 5 mm Abstand von Profilverkante. Das Vorzeichen des Anstellwinkels ist positiv bei Anströmung des Strebenprofils von unten.

Die Beiwerte wurden durch folgende drei Gleichungen berechnet:

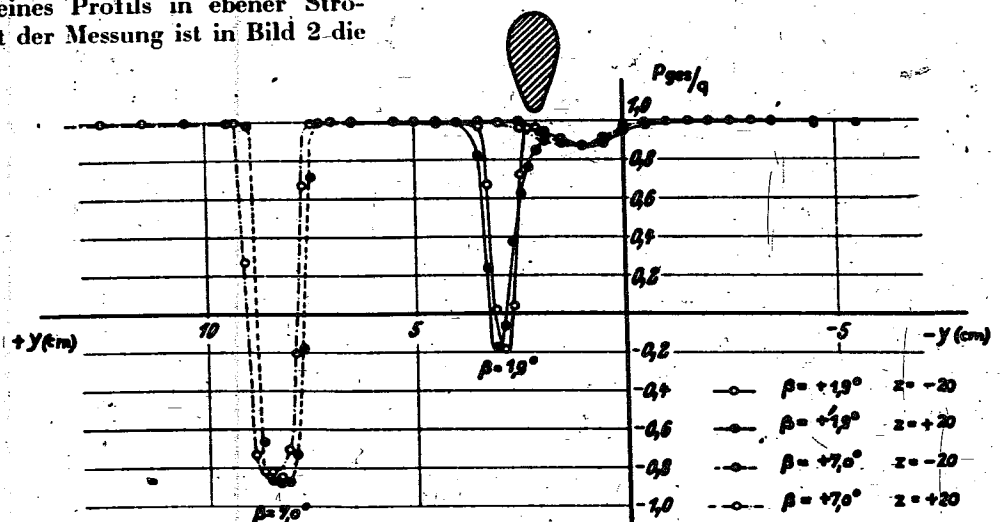


Bild 3. Nachlaufmessungen hinter der Profilstrebe

$$c_a = \frac{A}{q \cdot F} \text{ (positiv nach oben)}$$

$$c_w = \frac{W}{q \cdot F} \text{ (positiv nach hinten)}$$

$$c_M = \frac{M}{q \cdot F \cdot l} \text{ (positiv, wenn das Moment den Anstellwinkel zu vergrößern sucht)}$$

Hierin bedeutet:

l = Strebtiefe in m

F = Profilstrebenfläche in m², gleich Produkt aus Strebtiefe (0,026 m) und Strebenspannweite (0,94 m).

Bemerkenswert ist an der c_a -Kurve die negative Steigung innerhalb des Anstellwinkelbereiches von $\alpha = +5$ bis -5° , ferner der fast gleichbleibende, vom Anstellwinkel nahezu unabhängige, Widerstand.

Die Ergebnisse der Dreikomponentenmessung wurden auf die Momentenbezugsachse (Bild 1) der Meßanordnung im 0,8 m-Windkanal umgerechnet. Der gerechnete Momentenverlauf ohne Nachlaufteffekt ist in Bild 2 mit eingezeichnet. Der Vergleich der beiden Momentenkurven zeigt, daß der bei kleinen Auslenkungen steile Anstieg der gemessenen Momentenkurve durch den Nachlauf des vorderen Flügels hervorgerufen wird.

II. Bemerkungen

Die in dieser Arbeit beschriebenen Messungen wurden bei einer Windgeschwindigkeit von etwa 30 m/s durchgeführt. Diese Geschwindigkeit ergibt eine Reynolds'sche Zahl $Re = 50\,000$, wenn als Bezugslänge die Tiefe des Profils der Strebe gewählt wird. Da der Windstrom bei der Windkanäle, in welchen die Messungen stattfanden, turbulentarm ist, ist die Grenzschichtströmung am Strebenprofil bis zum Ablösungspunkt gewöhnlich laminar. Erst wenn der Zufluß künstlich turbulent gemacht wird, kann überhaupt ein Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung auf dem Profil auftreten.¹⁾

Die negative Steigung der Auftriebskurve im Anstellwinkelbereich -5° (Bild 4), welche im 2 m-Windkanal mit der Profilstrebe gemessen wurde, wird durch den laminaren Zustand der Strömung erklärt:

1) vgl. Gutsche: Kennwerteinflüsse bei Schiffsschrauben-Modellversuchen. Jahrb. d. Schiffbautechn. Ges. Bd. 37 (1936) S. 277. — F. Schmitz: Zur Aerodynamik des Flugmodells, 1940.

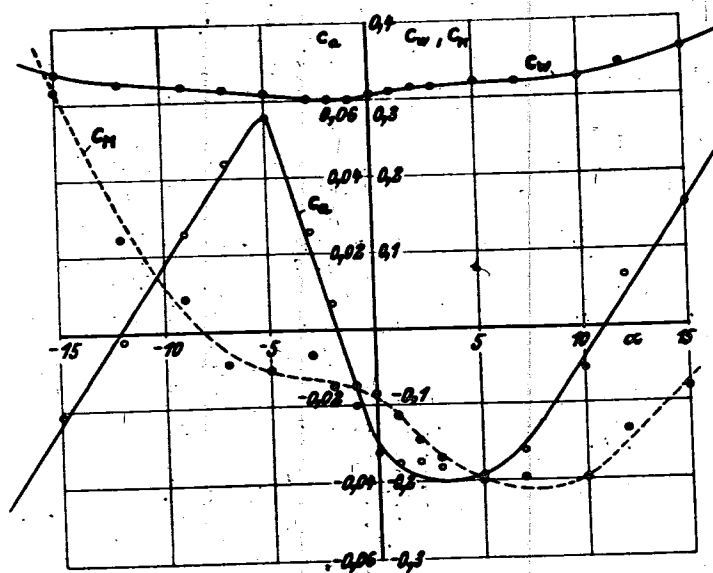


Bild 4. Auftrieb, Widerstand und Längsmoment der Profilstrebe (Messung im 2 m-Windkanal)

Da die laminare Strömung — im Gegensatz zur turbulenten Umströmung — nicht die Kraft hat, den auf der Hinterseite des dicken Strebenprofils einsetzenden starken Druckanstieg zu überwinden, ist die Strömung bei 0° Anstellung zu beiden Seiten der Strebe laminar abgerissen. Bei einer Änderung des Anstellwinkels legt sich die Strömung auf der windzugewandten Seite mehr und mehr an, während gleichzeitig auf der windabgewandten Seite der Ablösungspunkt zur Profilnase wandert. Die erstgenannte Profilseite ist zur „Saugseite“ geworden, und es entsteht eine Zirkulation, welche derjenigen bei turbulenter Profilmströmung entgegengesetzt gerichtet ist. Bei weiterer Zunahme der Anstellung (über 5°) wird die windzugewandte Seite endlich zur Druckseite; der Auftrieb nimmt nun mit wachsender Anstellung nicht mehr ab, sondern zu.

Bei den Messungen im 0,8 m-Windkanal hingegen befindet sich die Profilstrebe bei kleinen Auslenkungen im turbulenten Nachlauf des vorderen Flügels, so daß sich um die Profilstrebe, wenigstens innerhalb sehr kleiner Winkel, eine rein turbulente Strömung einstellt: Die Strömung liegt auf beiden Seiten des Profils an.

Der turbulente Charakter der Nachlaufströmung des Flügels wird durch die Nachlaufmessung bestätigt (Bild 5). Die beiden Dellen der Profilstrebe ($\beta = +1,9^\circ$ und $\beta = +7,0^\circ$) zeigen nämlich, daß der Widerstand der Strebe im Nachlauf des Flügels um $\frac{2}{3}$ gegenüber dem Widerstand der Strebe bei dem Auslenkwinkel $+7^\circ$ abgenommen hat, während der im 2 m-Windkanal ohne Nachlaufteffekt gemessene Widerstand für jeden Anstellwinkel nahezu konstant ist (Bild 4).

Auf Grund des turbulenten Charakters der Strömung im Nachlauf des vorderen Flügels könnte jedoch der Auftriebsgradient der Strebe höchstens 2π betragen. Die Messung der Momente ergibt zwar bei ganz kleinen Winkeln zunächst die Steigung 2π (Bild 2), erreicht aber bei weiterer Auslenkung schon ein Mehrfaches dieser Steigung. Der letztere Anstieg kann daher nicht allein in der Turbulenz des Flügelnachlaufs seine Ursache haben. Die beträchtliche Steigerung des Auftriebs über den theoretischen Gradienten 2π hinaus ist dadurch zu erklären, daß in dem Auslenkungswinkelbereich, in welchem die Strebe der Einflußzone des Nachlaufs allmählich entweicht, die Strömung auf der Saugseite des Stre-

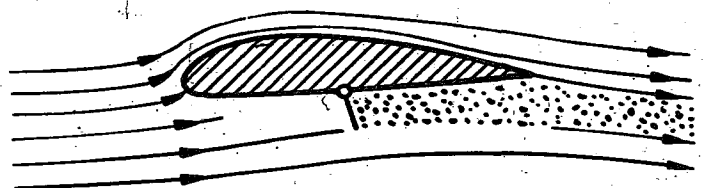


Bild 5. Strömungsbild um einen Tragflügel mit ausgefahrener Klappe

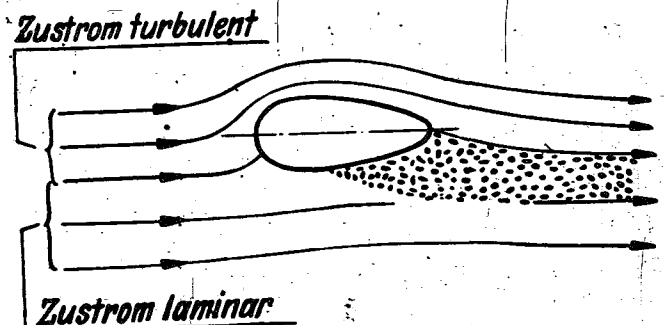


Bild 6. Strömungsbild um das Strebenprofil bei einseitig abgerissener Strömung

benprofils noch turbulent anliegt, während sie auf der Druckseite des Profils bereits laminar abreißt. Dieser verschiedene Strömungszustand zu beiden Seiten des Strebenprofils verursacht eine wesentliche Erhöhung der Zirkulation: Man kann die Strömung um das Profil der Strebe vergleichen mit der Strömung um einen Tragflügel, auf dessen Druckseite eine Klappe ausgefahren wird. Die laminare Ablösung auf der Druckseite des Strebenprofils hat die Wirkung einer „Klappe“ (Bild 5 und 6).

Einen Beweis für den eben geschilderten Vorgang liefert die Nachlaufmessung. Betrachtet man nämlich die Lage der Strebe bei der Auslenkung $\beta = +1,9^\circ$ in dem Bild 3, so bemerkt man, daß die Delle der Strebe nicht in Richtung der Sehne des Strebenprofils liegt, sondern sehr nach der Druckseite des Strebenprofils hin versetzt ist.

Nach dem endgültigen Verlassen der turbulenten Flügeldele kehrt die Strebe in das Gebiet vollkommen lami-

narer Umströmung zurück, die Stelle der Strömungslösung auf der Seite des Profils, welche der Flügeldele zugewandt ist, wandert fast plötzlich weit nach vorn und der Auftrieb fällt sprunghaft zurück.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß der Freistrahldes 0,8 m-Windkanals der DFS Ernst Udet drallfrei ist, so daß der von dem Flügel erzeugte Nachlauf keine Drehung im Freistrahle erfährt.

III. Zusammenfassung

Bei der Vornahme von Momentenmessungen wurde an einer im Nachlauf eines Flügels befindlichen Profilstrebe ein sehr hoher Auftriebsgradient festgestellt; die Meßergebnisse der anschließend vorgenommenen Untersuchung werden mitgeteilt.

Die Ursache des hohen Auftriebsgradienten wird in einem Nachlauseffekt gefunden, für welchen eine Erklärung angegeben wird.

Der Abwind hinter einem Flügel mit periodisch schwankender Zirkulationsverteilung

I. Flügge-Lotz, Berlin

Bericht über eine von R. Fuchs durchgeführte Untersuchung.

P 34 71

Bei den Rechnungen zur dynamischen Längsstabilität wird nach einem Vorschlag von Jones¹⁾ die Abwindverzögerung am Höhenleitwerk berücksichtigt durch den Ansatz

$$\frac{w}{v} = \alpha_w = \alpha_w \left(t - \frac{r_H}{v} \right) = \alpha_w(t) - \frac{r_H}{v} \alpha_w'(t) \quad (1)$$

[t = Zeit, r_H = Abstand des Höhenleitwerks vom Druckpunkt des Flügels, v = Fluggeschwindigkeit]. Der Abwindwinkel $\alpha_w(t)$ ist mit dem Anstellwinkel $\alpha(t)$ durch die Beziehung

$$\alpha_w(t) = k \cdot \alpha_{ell} = k^* \alpha \quad (2)$$

verknüpft, wo α_{ell} der induzierte Anstellwinkel eines elliptischen Tragflügels gleichen Auftriebs ist und k und k^* nur von der Form des Flügels und der Entfernung des Leitwerks abhängen²⁾.

Führen wir (2) in (1) ein, so ergibt sich für den Abwindwinkel

$$\alpha_w(t) = k^* \left(\alpha(t) - \frac{r_H}{v} \alpha'(t) \right) \quad (3)$$

Der Anstellwinkel $\alpha(t)$ setzt sich zusammen aus dem Winkel α , der zu der ungestörten Bahn gehört und dem Störwinkel $\Delta\alpha(t)$. Bei der Stabilitätsuntersuchung interessieren wir uns nur für den durch $\Delta\alpha(t)$ erzeugten zusätzlichen Abwind $\Delta\alpha_w(t)$.

Wenn wir annehmen, daß bei einer schwachgedämpften Schwingung (Phygoidschwingung) der Störwinkel $\Delta\alpha(t)$ in erster Näherung durch $C \cdot \sin \omega t$ gegeben ist, erhalten wir

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_w &= C k^* \left[\sin \omega t - \frac{r_H}{v} \omega \cos \omega t \right] \\ &= C k^* \sqrt{1 + \left(\frac{r_H \omega}{v} \right)^2} \sin(\omega t - \vartheta_1) \end{aligned} \quad (4)$$

mit $\tan \vartheta_1 \approx \vartheta_1 = \frac{r_H}{v} \omega$. Und da bei Motorflugzeugen $\frac{r_H}{v} \approx \frac{b}{2}$ ist, ergibt sich die Phasendifferenz zwischen Abwind und Anstellwinkel zu

$$\vartheta_1 = \frac{b \omega}{2 v} \quad (5)$$

Das Verhältnis der Amplituden von Abwind- und Anstellwinkel ist

$$\frac{\Delta\alpha_w}{\Delta\alpha} = k^* \sqrt{1 + \left(\frac{r_H \omega}{v} \right)^2} = k^* \sqrt{1 + \left(\frac{b \omega}{2 v} \right)^2} \quad (6)$$

Bei diesem Ansatz für die Abwindverzögerung wird nicht darauf Rücksicht genommen, daß bei zeitlich schwankender Zirkulation außer den Längswirbeln auch Querswirbel vom Tragflügel abgehen, und daß auch die Intensität der Längswirbel veränderlich ist. Zur Abschätzung dieser Vernachlässigungen, insbesondere des Querswirbeleinflusses hat R. Fuchs das Abwindfeld hinter einem rechteckigen Tragflügel, dessen Zirkulation durch

$$\Gamma = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b} \right)^2} [1 + \delta \sin \omega t] \quad \text{mit } \delta \ll 1 \quad (7)$$

gegeben ist, untersucht. $\Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b} \right)^2}$ entspricht der Zirkulation des stationären Fluges mit dem mittleren

Anstellwinkel α_0 , $\delta \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b} \right)^2} \sin \omega t$ der durch eine Störschwingung erzeugten zusätzlichen Zirkulation. ω wurde entsprechend der langsamen Phygoidschwingung des Flugzeugs innerhalb der Grenzen

$$0 \leq \frac{\omega b}{2 v} = \pi m \leq 0,125 \pi \quad (8)$$

1) B. Melvill Jones: Dynamics of the airplane. In W. F. Durand, Aerodynamic Theory Bd. V. S. 50.

2) Vgl. z. B. R. Fuchs, Aerodynamik 1935 S. 226; gegebenenfalls enthalten k und k^* natürlich auch den Schraubenstrahl einfluß usw.

1. Flügel-Lotz: Abwind hinter einem Flügel

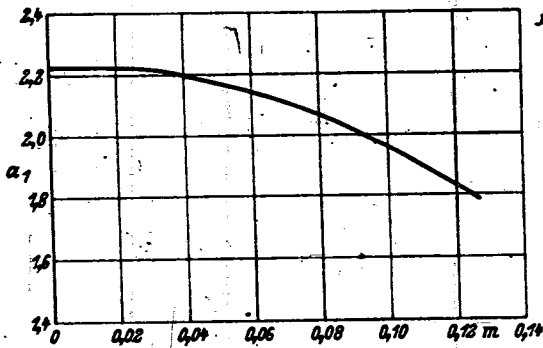


Bild 1. Zur Erläuterung:
Do 17 bei $v = 75 \text{ m/s}$... $m = 0.002$
bei $v = 45 \text{ m/s}$... $m = 0.011$
KL 25 bei $v = 21 \text{ m/s}$... $m = 0.05$

variiert. Das Ergebnis dieser Untersuchung³⁾ soll hier kurz dargelegt werden:

Der durch die Schwingung hervorgerufene Abwind am Höhenleitwerk (gekennzeichnet durch den Wert an der Stelle $x \approx \frac{b}{2}$, $y = 0$) ist durch

$$\Delta w = \Delta z_w = \frac{\Gamma_0 \delta}{2 b v} \cdot a_1 \cdot \sin(\omega t - \vartheta_1^*) \quad (9)$$

gegeben. a_1 und ϑ_1^* sind aus den Bildern 1 und 2 zu entnehmen. Im Mittel ist

$$\vartheta_1^* = 3.52 \text{ m};$$

für $m \rightarrow 0$ ist genau $\vartheta_1^* = 3.77 \text{ m}$. Der zugehörige Anstellwinkelverlauf am Flügel ist

$$\Delta \alpha(y, t) = \frac{\delta \Gamma_0}{2 b v \frac{c_a' \infty}{\pi \Lambda}} \cdot \left[\frac{4}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} \cdot \sin \omega t + \frac{c_a' \infty}{\pi \Lambda} \cdot a \sin(\omega t - \vartheta) \right] \quad (10)$$

Durch Vergleich von Δz_w und $\Delta \alpha$ können wir die Phasendifferenz zwischen Abwind- und Anstellwinkel ermitteln. Da der Anstellwinkel $\Delta \alpha$ über die Flügelspannweite veränderlich ist, erschien es für den Vergleich zweckmäßig, den Mittelwert über die Spannweite zu bilden:

$$\Delta \alpha_m(t) = \frac{\delta \Gamma_0 \left(1 + \frac{c_a' \infty}{\pi \Lambda}\right)}{2 b v \frac{c_a' \infty}{\pi \Lambda}} \cdot a_m \cdot \sin(\omega t - \vartheta'_m) \quad (11)$$

Die Mittelwertbildung ist für $c_a' = 0.85 \cdot 2\pi$ und $c_a' = 0.9 \cdot 2\pi$ durchgeführt; das Ergebnis ist für $\Lambda = 8$ in Bild 3 dargestellt. Für kleine m ergibt sich

$$\vartheta'_m = 0.64 \text{ m bei } c_a' \infty = 0.85 \cdot 2\pi$$

Damit erhalten wir als Phasendifferenz für kleine m

$$\vartheta_1^* - \vartheta'_m = \Delta \vartheta = 3.77 \text{ m} - 0.64 \text{ m} = 3.1 \text{ m}$$

3) Vollständig im Inst. I der DVL, 39 S. mit 26 Abb.

Bild 2

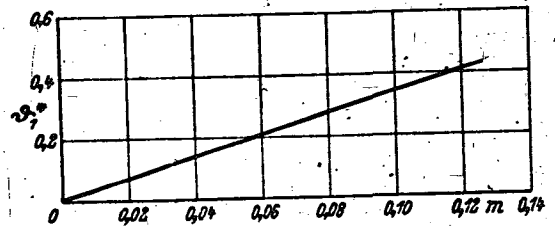
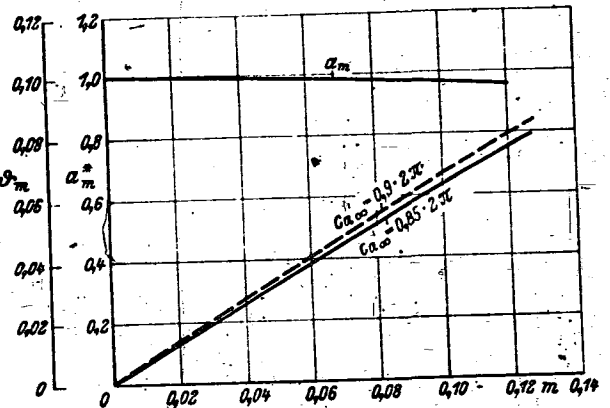


Bild 3



$$\Delta \vartheta \approx \frac{b \omega}{2 v}$$

Da für $c_a' = 0.9 \cdot 2\pi$ die Phase ϑ'_m nur wenig von der für $0.85 \cdot 2\pi$ abweicht, kann man sagen, daß die Phasenverzögerung durch den primitiven, anfangs angeführten Ansatz recht gut wiedergegeben wird.

Das Verhältnis der Amplituden ist gegeben durch

$$\frac{\Delta z_w}{\Delta z_m} = \frac{a_1}{a_m} \cdot \frac{\pi \Lambda}{1 + \frac{c_a' \infty}{\pi \Lambda}} \quad (12)$$

Um diesen Wert mit dem durch die Näherungsformel (6) gegebenen Wert zu vergleichen, muß man beachten, daß

$$k^* = k_{z_{ell}} = k_{\alpha} = \frac{\pi \Lambda}{1 + \frac{c_a' \infty}{\pi \Lambda}} \text{ ist;}$$

d. h. man vergleicht am besten

$$\frac{a_1}{a_m} \text{ mit } k \sqrt{1 + \left(\frac{b \omega}{2 v}\right)^2}$$

Dabei ergibt sich für $m \rightarrow 0$ volle Übereinstimmung; mit wachsendem m nimmt aber a_1/a_m quadratisch ab (vgl. Bild 3 und 1), während der Näherungsdruck mit m quadratisch zunimmt.

Ergebnis

Eine genauere Bestimmung des Abwindes am Leitwerk für langsam schwankende Zirkulation hat ergeben, daß der einfache Ansatz von Jones in den meisten Fällen völlig ausreichend ist.

Über Schwingungsuntersuchungen an Gegenlaufschauben

J. Meyer, Berlin-Adlershof

Bericht der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, E. V., Berlin-Adlershof, Institut für Triebwerk-Mechanik.

A 25 42

Übersicht: Berichtet wird über Ergebnisse von Schwingungsuntersuchungen, die an einem Modell und zwei naturgroßen Gegenlaufschauben mit dem DVL-Dehnungsmesser durchgeführt wurden. Dabei handelt es sich jedoch nur um die Biege-Grundschiwingung über die flache Kante (kleines Trägheitsmoment). Diese tritt als Schwingung erster und zweiter Art auf, je nachdem ob sie ohne oder nur durch das Vorhandensein der Partnerschraube möglich ist. Im allgemeinen wirkt sich die Partnerschraube schwingungsverstärkend aus.

Gliederung

- I. Einleitung
- II. Ergebnisse der Untersuchungen
- III. Zusammenfassung
- IV. Schrifttum

I. Einleitung

Die Gegenlaufschraube gewinnt in letzter Zeit wachsende Bedeutung. Eine der wichtigsten Fragen dabei ist die nach dem Schwingungs- und Flatterverhalten. Auf Grund von Schwingungsmessungen wurde versucht, hierüber Aufschluß zu erhalten. Die Messungen wurden mit dem an Blattfuß angebrachten DVL-Dehnungsmesser durchgeführt. Im folgenden wird nur über das Schwingungsverhalten der Blätter hinsichtlich ihrer Biege-Grundschiwingung berichtet. Sogenanntes Flattern ist bei keiner der drei untersuchten Gegenlaufschauben aufgetreten, was jedoch nicht zu einem allgemein gültigen Schluß berechtigt.

II. Ergebnisse der Untersuchungen

1. Die Messungen im einzelnen

Über die Untersuchungen an dem Modell ist bereits ausführlich berichtet [1]¹⁾ worden. Um diese an einer naturgroßen Gegenlaufschaube nachzuprüfen, wurde zunächst eine solche durch Gegeneinanderstellen zweier SH 14-Motoren, einer mit Druck- und einer mit Zugschraube, hergestellt. Um den von vorne kommenden Luftstrom nicht zu sehr zu stören, wurde die Druckschraube auf eine etwa 2 m lange Wellenverlängerung gesetzt. Der Durchmesser der zweiflügeligen Schrauben betrug 2,22 m.

Später wurden die gleichen Messungen an einer Gegenlaufschaube vom Durchmesser 2,40 m durchgeführt, deren jede zweiflügelige Einzelschraube von einem besonderen Elektromotor von 385 kW bei 2500 U/min angetrieben wurde.

Beide Untersuchungen bestätigten die an dem Modell erhaltenen Ergebnisse insofern, als keine neuen Erscheinungen auftraten. Im einzelnen waren die beiden naturgroßen Gegenlaufschauben aus verständlichen Gründen, besonders die letzte mit großem Bodenabstand ganz im Freien stehende [2], ärmer an kritischen Drehzahlen. Im folgenden seien nochmals kurz die bei Gegenlaufschauben auftretenden grundsätzlichen Erscheinungen aufgeführt.

2. Grundsätzliche Ergebnisse

Die bei Gegenlaufschauben auftretenden kritischen Drehzahlen (Biege-Grundschiwingung) können in zwei

Arten eingeteilt werden. Die einen, Schwingungen erster Art, treten schon bei einer einzelnen [2] Schraube, die anderen, Schwingungen zweiter Art, nur bei Anwesenheit eines gegenläufigen Partners auf. Die Schwingungen erster Art sind demnach vom Abstand der beiden Einzelschrauben nicht, die Schwingungen zweiter Art dagegen stark abhängig. Die Schwingungen zweiter Art nehmen mit zunehmendem Abstand in dem praktisch vorkommenden Bereich etwa gradlinig ab.

Die Schwingungen erster Art werden durch den Luftstrom der Partnerschraube mit deren wachsender Drehzahl stark angefacht. Sie können bis zum Dreifachen des beim Stillstand des Partners auftretenden Wertes vergrößert werden. Außerdem können starke Schwingungen durch Zusammentreffen der Erregung erster und zweiter Art hervorgerufen werden.

Für die Schwingungen erster Art ist der Resonanzfall gegeben, wenn

$$n_b = \frac{v_b}{k} \quad (1)$$

Dabei bedeuten n_b die Drehzahl der betrachteten Schraube, v_b ihre mit der Fliehkraft veränderliche Eigenfrequenz und k die erregende Luftschraubenordnung.

Für die Schwingungen zweiter Art ist der Resonanzfall gegeben, wenn

$$(n_b + n_p) = \frac{v_b}{z_p} \quad (2)$$

Dabei bedeuten n_p die Drehzahl der Partnerschraube und z_p ihre Blattzahl.

Ein Zusammentreffen von Schwingungen erster und zweiter Art kann vorliegen, wenn (v_b aus Gl. (1) und (2) eliminieren!)

$$n_p = n_b \left(\frac{k}{z_p} - 1 \right) \quad (3)$$

Wenn man, was für die Praxis sicher zutrifft, annehmen darf, daß beide Schrauben durch ein Umkehrgetriebe fest miteinander gekuppelt sind, so daß sie immer gleiche Drehzahl besitzen, d. h. $n_b = n_p$, so vereinfacht sich Gl. (3) zu

$$k = 2 z_p \quad (4)$$

Für zweiflügelige Schrauben kommt daher nur die vierte und für dreiflügelige nur die sechste Luftschraubenordnung in Frage. Da aber die Erregung erstens mit wachsender Ordnung und zweitens mit sinkender Drehzahl abnimmt (je höher die Ordnung, desto niedriger die kritische Drehzahl), so ist dieser Fall des Zusammentreffens beider Schwingungsarten unwichtig. Schwingungen zweiter Art allein sind aber nicht gefährlich. So verursachten sie bei der durch Elektromotor an-

¹⁾ Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Schrifttumsverzeichnis am Ende der Arbeit.

Zweckentsprechende Prüfverfahren zur Ermittlung der Brauchbarkeit von Klebstoffen für den Flugzeugbau

K. Scheinichen, Brandenburg/Havel

E 9

Übersicht: Prüfverfahren, zweckmäßig angesetzt, befruchten die Entwicklung und bereiten die Normung vor. Die vorliegende Arbeit behandelt einige für Klebstoffe entwickelte Prüfverfahren und -Geräte nebst Anwendungsbeispielen.

Gliederung

- I. Einleitung
- II. Grundlage der Verfahren
- III. Prüfgerät und Prüfmethode
- IV. Untersuchung von 5 Klebstoffen zum Kleben von Perbunan auf verschiedene Metall-Legierungen
 1. Prüfung der Haftfestigkeit
 2. Prüfung auf Kleb-Schubfestigkeit
- V. Zusammenfassung

I. Einleitung

Abgesehen vom Leim, der zur Verbindung von Holzbauteilen im Flugzeugbau dient und dessen Güte nach den Bauvorschriften für Flugzeuge ermittelt wird, kommt auch den Klebstoffen als Verbindungselement für Weichgummi, Kunststoff, Textilien und Metalle größere Bedeutung zu.

Die Brauchbarkeit der Klebstoffe für Sonderzwecke wird nach meist sehr einfachen Verfahren geprüft. So werden durch Eintauchen von Daumen und Zeigefinger in den Klebstoff und Herausziehen zwischen den Fingern Fäden gezogen, die Rückschlüsse auf die Klebkraft gestatten. Eine andere Methode besteht darin, Muster anzufertigen und diese durch Abziehen oder Abreißen von Hand, in seltenen Fällen auch durch Spannen in ein Stativ und Belastung durch Gewichte bis zum Abreißen des aufgeklebten Prüfstreifens zu prüfen. Diese Verfahren sind für die Flugzeugindustrie wenig zweckentsprechend. Sie sind von der subjektiven Beurteilung des Prüfers abhängig und geben dem Konstrukteur keine rechnerischen Unterlagen für die Konstruktion. Aus diesem Grunde wurden Prüfverfahren entwickelt, die es gestatten, unabhängig von der Einstellung des Prüfers mechanische Werte von Klebstoffverbindungen zu erhalten, die als Grundlage für die Festigkeitsberechnungen dienen können.

II. Grundlage der Verfahren

Bei der Verbindung von Metall mit Metall, oder Gummi mit Gummi, oder Kunststoff mit Kunststoff durch Klebstoff, oder bei der Verklebung nicht wesensgleicher Werkstoffe miteinander, sind die zur Prüfung der Leimfestigkeit in den Bauvorschriften für Flugzeuge festgelegten Prüfverfahren und die vorgeschriebene Probenform in den meisten Fällen nicht brauchbar. Die Ursachen sollen in Folgendem kurz erklärt werden.

Um bei Holz Leimverbindungen höchster Festigkeit zu erhalten, darf die Zusammensetzung und die Konsistenz des Leimes nur in geringen Grenzen schwanken, während die Klebstoffe je nach dem Verwendungszweck in ihrem Aufbau und in ihrer Zusammensetzung unterschiedlich ausfallen müssen. Die Oberflächenbeschaffenheit von zu leimendem Holz ist in jedem Fall eine andere als bei Weichgummi, Metall oder Kunststoff. So soll z. B. der Klebstoff die Oberfläche von nicht härtbarem Kunststoff anlösen, um eine innige Verbindung zu erhalten. Bei Holz dagegen soll der Leim infolge des faser-

rigen Aufbaues sich in den Fasern und Poren verankern. Es wird deshalb verlangt, daß bei geleimten Hölzern nicht die Leimfuge aufgeht, sondern daß bei der Prüfung die Holzfaser herausgerissen wird. Bei der Prüfung von Klebverbindungen kann die Zerstörung des verklebten Werkstoffes als Kriterium für die Güte der Klebverbindungen nicht herangezogen werden, da metallische Werkstoffe immer eine höhere Festigkeit besitzen, und auch homogen aufgebaute, dichte, nicht metallische Werkstoffe wie Weichgummi und Kunststoff selten im Grundwerkstoff reißen. Die Beurteilung eines Klebstoffes nach den handwerklichen Methoden ist eine unterschiedliche. Im allgemeinen wird der Kleb-Werkstoff für gut gehalten, der lange Fäden zieht. Auf Grund der vorliegenden Untersuchungsergebnisse wurde jedoch gefunden, daß derartige Klebstoffe durchaus geringere Haftfestigkeiten aufweisen können als Kleber, die nur einen sehr kurzen Faden ergeben. Allerdings hat als Forderung immer zu gelten, daß der Klebstoff eine teils zähe und klebrige Verbindung mit sehr guter Elastizität ergeben muß, wenn die Klebverbindung hochfest sein soll. Diese Forderung ist jedoch nur zu erreichen, wenn den Klebstoffen neben den Grundstoffen entsprechende Mengen geeigneter Binde- und Lösungsmittel bei der Herstellung zugefügt werden.

Bisher sind mit Klebstoffen für die vielfältigsten Verwendungszwecke noch keine so hohen Festigkeitswerte wie bei Leimverbindungen erzielt worden. Der Konstrukteur ist deshalb gezwungen gewesen, die durch Klebverbindung zu übertragenden Kräfte vermittels einer einfachen oder doppelt überlappten Klebnaht vorzunehmen. Diese Verbindung ähnelt der Schäftung beim Holz, entspricht ihr jedoch nicht. Aus diesem Grunde ist die Leimprobe, wie sie zur Prüfung der Leimfestigkeit vorgeschrieben ist, bei den Klebstoffverbindungen nicht anwendbar. Zur Prüfung von Klebstoffverbindungen sowohl für Schub- als auch für Zugbeanspruchungen wurden deshalb die weiter unten (vgl. Abschn. III) beschriebenen Prüfgeräte und -Methoden entwickelt. Da die Beanspruchung der Kleb-Schub-Verbindung ähnlich der der Leimnaht vor sich geht, wurde in Folgendem der Ausdruck Kleb-Schub-Festigkeit als Maß für auf Schub beanspruchte Klebverbindungen beibehalten.

Kleb-Zugfestigkeit ist die Beanspruchung, die senkrecht auf die Klebfläche wirkt. Diese Beanspruchung, die mit der Kleb- oder Haft-Festigkeit identisch ist, wird beispielsweise im Flügel bei Stoffbespannungen, die auf Ruder, Nasen oder Rippen aufgeklebt sind, durch den auftretenden Sog hervorgerufen.

Als Prüfverfahren wurde eine Methode gewählt, der die gleiche Beanspruchung zugrunde liegt. Entsprechend der bisher üblichen Ausdrucksweise wurden Ergebnisse, die auf diese Weise gewonnen wurden, mit Haft-Festigkeit bezeichnet.

III. Prüfgeräte und Prüfmethode

In den Bildern 1 bis 6 sind vier verschiedene Prüfeinrichtungen wiedergegeben. Die Geräte der Bilder 1 bis 5

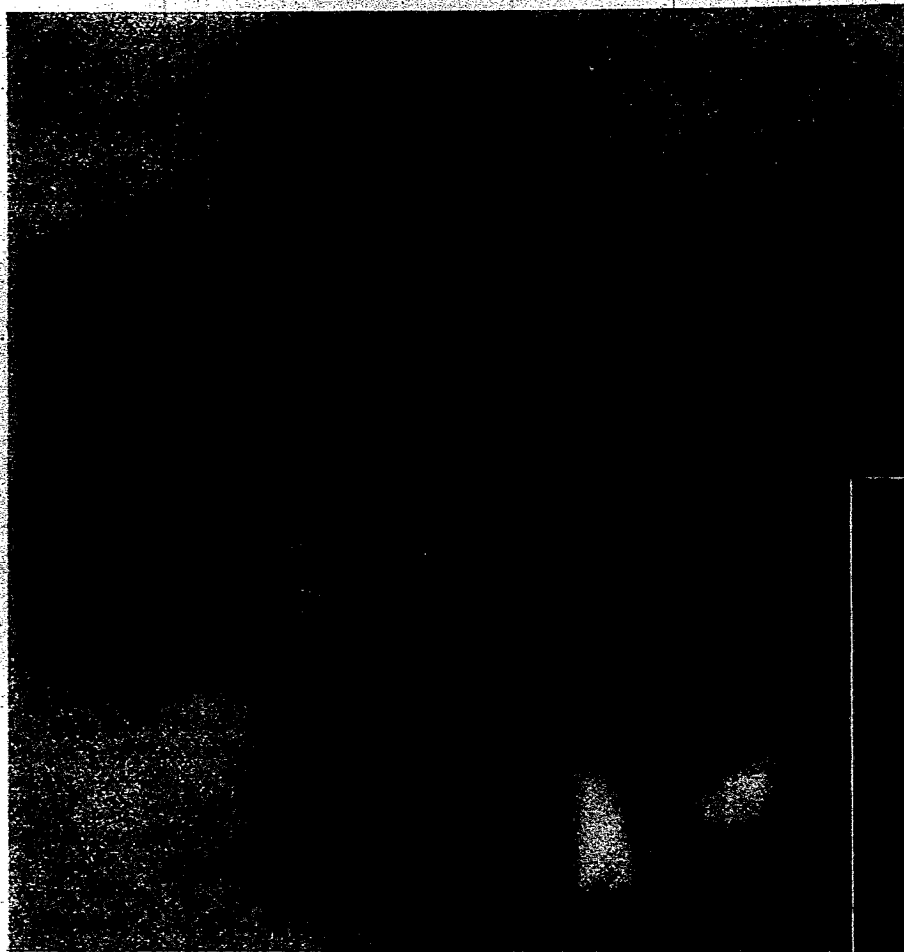


Bild 1 und 2. Prüfgerät Nr. 1 zur Prüfung der Kleb-Schubfestigkeit

Bild 1 (links). Einzelteile des Prüfgerätes

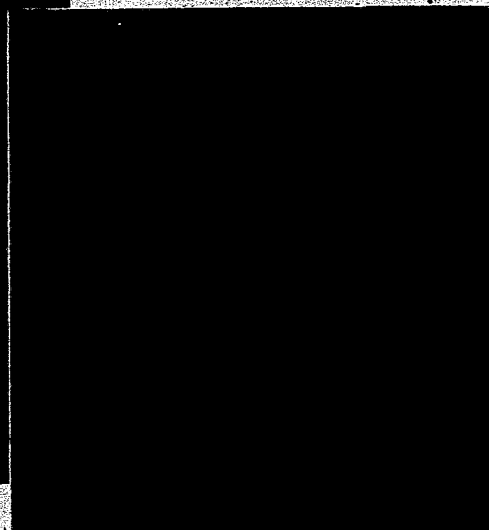
a. b Einspannbacken

c Plexiglasplatte

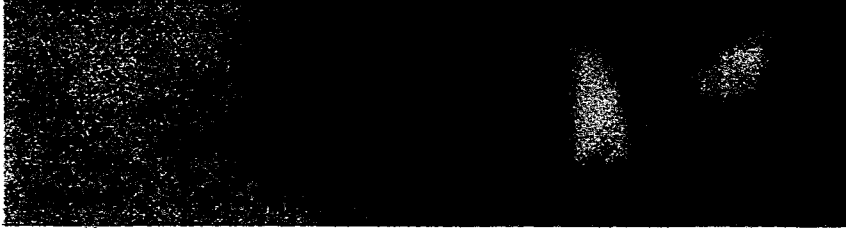
d Metallplatte mit zylinderförmiger Erhöhung

e Perbunanstreifen

Bild 2 (unten). Prüfgerät im zusammengebauten Zustand



sind zum Einspannen in Zerreißmaschinen für Metalle



sind zum Einspannen in Zerreißmaschinen für Metalle, das Gerät des Bildes 6 auch zum Einspannen in einer Fadenzerreißmaschine geeignet.

Das Gerät Nr. 1 ist zur Bestimmung der Kleb-Schub-Festigkeit verklebter, wesensgleicher und wesensfremder Werkstoffe brauchbar. Die Teile a und b, die auf der Innenseite aufgerauht sind und miteinander verschraubt werden, dienen als Einspannbacken. Sie sind zweckmäßig aus Leichtmetall oder verzinktem Stahl gefertigt und können, unabhängig von der zu prüfenden Werkstoffart, für alle Prüfmuster verwendet werden, vorausgesetzt, daß die zu prüfenden Gegenstücke, die die Klebverbindung aufweisen, die gleiche Dicke besitzen, damit genau axialer Zug in der Zerreißmaschine erfolgt. Die Teile c und d sind ausschließlich aus den Werkstoffen gefertigt, bei denen die Klebfähigkeit des Klebstoffes überprüft werden soll. Bei der Prüfung von Kunststoff oder Gummi wird das Teil c mit einer Bohrung am Einspannende versehen (Bild 1). In diese wird beim Zerreißversuch die zylinderförmige Erhöhung einer Metallplatte (e) eingefügt, so daß bei hochelastischen oder thermoplastischen Werkstoffen keine Klebung der Einspannenden zur Erzielung gleicher Stärke mit dem Gegenstück a zu erfolgen braucht. Außerdem werden auch Verspannungen in der Einspannung auf ein Mindestmaß herabgesetzt. Bild 1 zeigt die Einzelteile eines Gerätes zur Prüfung der Verklebung von Plexiglas mit Perbunan; c ist die Plexiglasscheibe, d der Perbunanstreifen. Bild 2 zeigt das Gerät zur Bestimmung der Kleb-Schubfestigkeit in zusammengebautem Zustande, so wie es in eine Zerreißmaschine eingespannt wird. Die Klebefläche beträgt 5x5 cm. Diese Flächengröße wurde durch Vorversuche als die zweckmäßigste und den in der Praxis auftretenden



Fällen naheliegendste ermittelt. Bei kleinen Klebflächen trocknet der Kleber zu schnell durch, bei größeren bleibt in der Mitte sehr häufig bei Einhaltung der vom Lieferanten angegebenen Vorschriften ein nicht durchgetrockneter Teil zurück.

Das Prüfgerät Nr. 2 besteht aus zwei Rundstangen, deren Stirnseiten mit dem zu prüfenden Klebstoff behandelt werden (Bild 3). Die Stangen können aus gleichem oder zwei unterschiedlichen Werkstoffen bestehen. Bei der Prüfung der Haftfestigkeit von Gummi oder Gewebe auf Metall wird eine dem Durchmesser der Stangen entsprechende Gummi- oder Stoffscheibe zwischen beide Stirnseiten der Stangen gleichen Werkstoffes geklebt. Die beiden aus den Stangen herausgefrästen Einspannenden werden in die Backen der Zerreißmaschine eingeklemmt.

Das Prüfgerät Nr. 3 wird zur Prüfung der Haftfestigkeit von lackiertem und nichtlackiertem Stoff auf blan-



Bild 3. Prüfgerät Nr. 2 zur Ermittlung der Haftfestigkeit von Klebstoffen

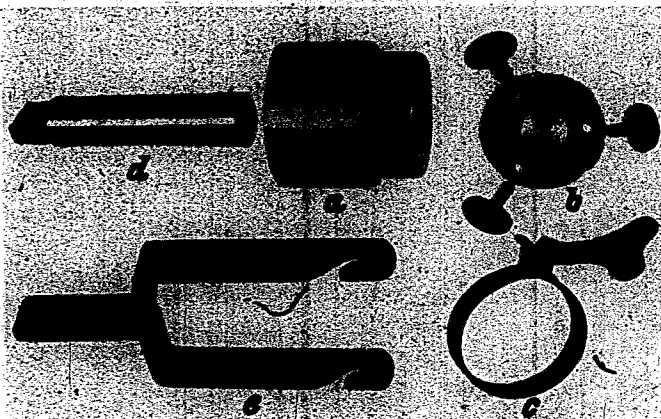


Bild 4 und 5. Prüfgerät Nr. 3 zur Prüfung der Haftfestigkeit von Textilien, Kunstleder und dgl. auf Metall oder Kunststoff

Bild 4 (links). Einzelteile des Prüfgerätes

- a Zylinder
- b Paßscheibe
- c Spannband
- d Stempel
- e Aufhängevorrichtung

Bild 5 (rechts). Prüfgerät im zusammengebauten Zustand



kern und lackiertem Metall oder Kunststoff angewendet (Bild 4 und 5). Zur Prüfung von Klebeverbindungen anderer Stoffe miteinander hat es sich nicht bewährt.

Der Stoff wird auf die mit einer Bohrung versehene Stirnseite des Geräteteiles a gebreitet und mit einer Paßscheibe b mittels Schrauben fest gegen die Auflagefläche gepreßt (Bild 4). Damit bei der Prüfung der Stoff nicht nachgeben kann, sind die Stellen, an denen der Stoff von der Paßscheibe angepreßt wird, mit Rillen versehen. Zur weiteren Versteifung wird ein Spannband c um das Ende der Stoffscheibe gelegt. Durch die Bohrung wird der mit Klebstoff versehene Stempel d eingeführt. Vermittels einer Aufhängevorrichtung e wird bei der Prüfung der Haftfestigkeit der Klebeverbindung in der Zerreißmaschine axialer Zug erhalten. Bild 5 zeigt die Vorrichtung in zusammengebautem Zustand. Beim Abreißen des Stempels wird der Stoff meist etwas von diesem in die Bohrung gezogen. Zwischen Stoff- und Paßscheibe entsteht dadurch ein Vakuum. Um dieses bereits beim Entstehen auszugleichen, ist die Paßscheibe in der Mitte mit einer Bohrung von 1 mm versehen. Der Stempel hat auf der Stirnseite eine Klebefläche von 3,8 cm². Bei größeren Flächen wird das Gewebe zu stark durchgebeult, bei kleineren werden die Ergebnisse ungenau.

Die Scheiben des Gerätes Nr. 4 dienen zur Prüfung von schubbeanspruchten, geklebten Textilien, Kunstledern und dgl. gegenüber blankem oder lackiertem Metall (Bild 6). Bei der Prüfung in der Zerreißmaschine wird gegen das nicht aufgeklebte Stoffende ein Metallplättchen in der gleichen Stärke wie die Prüfscheibe gedrückt, damit axialer Zug beim Prüfen entsteht. Die Klebefläche beträgt nur 1 cm². Bei größeren Flächen reißt fast immer das Gewebe.

Steht der Prüfstelle eine Zerreißmaschine mit einer Temperatorkammer zur Verfügung, so können die Klebeverbindungen in der Kälte und Wärme geprüft und

das mechanische Verhalten der Klebeverbindungen bei den entsprechenden Prüftemperaturen an den Ablesevorrichtungen der Zerreißmaschine ermittelt werden. Meist sind jedoch derartige Einrichtungen nicht vorhanden und sie sind in fast allen Fällen auch nicht notwendig, da durch vergleichende Prüfung von in der Wärme und Kälte gealterten und nichtgealterten Klebstoffverbindungen hinreichend genau auf das Verhalten in der Praxis geschlossen werden kann. Im Folgenden ist auch ein Untersuchungsbeispiel mit gealterten und nichtgealterten Proben wiedergegeben.

IV. Untersuchung von 5 Klebstoffen zum Kleben von Perbunan auf verschiedene Metall-Legierungen

Die Untersuchungen wurden mit fünf Klebstoffen fünf verschiedener Firmen, die im Folgenden mit u, v, w, x, y bezeichnet sind, durchgeführt. Die Kleber v, w, x, y werden bereits seit längerer Zeit in den Arado-Betrieben verwendet. Von den Klebern w und y war weiter bekannt, daß sie bei anderen Flugzeugfirmen angewendet und auf Grund von subjektiven Untersuchungen aus einer Anzahl anderer als die bestgeeigneten zum Kleben von Perbunan auf Metall ausgewählt worden waren. Um von den fünf vorstehenden Klebern den brauchbarsten zu ermitteln und gleichzeitig die im Betrieb gemachten Erfahrungen zu belegen, wurden unter Benutzung der Geräte Nr. 2 und Nr. 1 die Haft- und Schubfestigkeit vor und nach der Alterung ermittelt.

1. Prüfung der Haftfestigkeit

Zur Prüfung wurde das Gerät Nr. 2 benutzt. Durch Vorversuche war ermittelt worden, daß bei 50 mm star-

ken Rundstangen die Durchtrocknung der aufgetragenen Kleber gleichmäßig genug ist, um ein einwandfreies, durchschnittliches Ergebnis zu erhalten.

Die Stirnseiten der Rundstangen aus Hydronalium wurden, bevor eine 0,5 mm starke Platte von 50 mm Dm. aus Perbunan aufgeklebt wurde, sauber abgedreht und mit Fliegreinigungsmittel „Z“ gereinigt. Entsprechend den Vorschriften wurden alle Proben 48 Stunden lang bei $+20^\circ$ luftgetrocknet. Die Hälfte der Proben und zwar je vier pro Klebstoff wurde nach dieser Zeit geprüft, während die andere Hälfte noch 24 Stunden im Trockenschrank bei $+80^\circ$ künstlich gealtert und weitere 4 Stunden im Thermostaten einer Temperatur von -45° ausgesetzt wurde. Es ist zu erwähnen, daß weder während der Trockenzeit an der Luft noch bei der Alterung die Proben unter Druck standen. Lediglich bei der Herstellung wurden die einzelnen Teile durch sanften Druck mit dem Handballen, so wie es im Betrieb bei der Klebung üblich ist, zusammengedrückt.

Alle Proben wurden auf einer 0,5-t-Schopper-Zerreißmaschine mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 5 mm/min zerrissen. An dem Dehneßstab der Maschine wurde bei der Höchstlast die Dehnung in mm abgelesen.

Sämtliche Ergebnisse sind als Mittelwerte in der Zahlentafel 1 zusammengestellt. Neben den Mittelwerten für die Haftfestigkeit vor der Alterung sind die Abweichungen vom Mittelwert nach oben und unten angegeben. Diese zeigen, daß mit dem beschriebenen Haftfestigkeitsprüfgerät bei sorgfältigster Probenvorbereitung Ergebnisse erhalten werden, die durch reine subjektive Beurteilung niemals zu erzielen sind. Die größten Abweichungen bei diesem Versuch betragen -8% vom Mittelwert. Nach der Alterung allerdings liegen die Abweichungen, die hier nicht aufgeführt sind, bei einzelnen Klebstoffen, besonders dem Klebstoff u, bei ungefähr 30% .

Die Dehnungswerte lassen erkennen, daß die Fadenprüfmethode mit Daumen und Zeigefinger keinen Schluß auf die Haftfestigkeit des Klebstoffes erlaubt. Der Klebstoff v hat z. B. bei geringerer Dehnbarkeit als die Klebstoffe w und x eine doppelt so hohe Haftfestigkeit im nichtgealterten Zustand. Bei Höchstlast und den aufgeführten Dehnwerten ist jedoch noch keine Trennung der aufeinander geklebten Teile erfolgt. So zeigt Bild 7 eine Probe mit dem Kleber v vor der Belastung, Bild 8 eine Probe mit dem gleichen Kleber bei Höchstlast und Bild 9 kurz vor der vollständigen Trennung. Bei der größten Lastanzeige (Bild 8) wurden 2,5 mm. kurz vor der vollständigen Trennung 6,2 mm Dehnung festge-

Zahlentafel 1. Haftfestigkeit von Perbunan auf Flw 3310.2 (Hydronalium).

Bezeichnung des Klebstoffes	vor der Alterung kg/cm ²	Mittelwert Dehnung mm	nach der Alterung kg/cm ²
u	0,65 $\begin{smallmatrix} +0,02 \\ -0,03 \end{smallmatrix}$	0,5	3,24
v	1,31 $\begin{smallmatrix} +0,10 \\ -0,11 \end{smallmatrix}$	0,7	4,58
w	0,67 $\begin{smallmatrix} +0,04 \\ -0,03 \end{smallmatrix}$	0,8	4,28
x	0,64 $\begin{smallmatrix} +0,02 \\ -0,03 \end{smallmatrix}$	0,8	6,62
y	2,01 $\begin{smallmatrix} +0,15 \\ -0,15 \end{smallmatrix}$	2,5	6,84

stellt. Bild 10 und 11 geben eine Probe mit dem Kleber u vor der vollständigen Trennung der Einzelteile wieder. Die Lastanzeige der Zerreißmaschine ist in diesem Zustand bereits fast auf 0 zurückgegangen. Auch diese Ergebnisse beweisen die Notwendigkeit der Einführung einer objektiven Prüfmethode.

Die Absolutwerte der Haftfestigkeit der einzelnen Kleber zeigen, daß der Klebstoff y der bestgeeignetste von den fünf untersuchten Klebern zum Kleben von Perbunan auf Metall bei zugartiger Beanspruchung ist. Auch nach der Alterung besitzt dieser Klebstoff gegenüber den anderen noch Überlegenheit.

Aus den Ergebnissen ist auch der Einfluß der Alterung auf die Haftfestigkeit zu entnehmen. Beim Klebstoff y steigt diese auf das $3\frac{1}{2}$ fache, beim Klebstoff u auf das 5- und beim Klebstoff x auf das 10 fache an.

2. Prüfung auf Kleb-Schubfestigkeit

Für die Prüfung wurde das Gerät Nr. 1 verwendet. Die 5 mm dicken Platten aus Flw 1265.3, 3115.5, 3000.7 und 3310.2 wurden mit Fliegreinigungsmittel „Z“, die gleichdicken Perbunanplatten von Talkum mit Benzin gereinigt. Die Metall- und Perbunanplatten wurden dann auf einer Fläche von 50x50 mm mit dem Klebstoff eingestrichen und durch sanften Druck mit dem Handballen zusammengedrückt. Alle Proben wurden 48 Stunden bei 20° luftgetrocknet. Die Hälfte der Proben und zwar je vier pro Werkstoff und Klebstoff wurden nach dieser Zeit geprüft, während die andere Hälfte 24 Stunden im Trockenschrank bei $+80^\circ$ künstlich gealtert und weitere 4 Stunden im Thermostaten einer Temperatur von -45° ausgesetzt wurde.

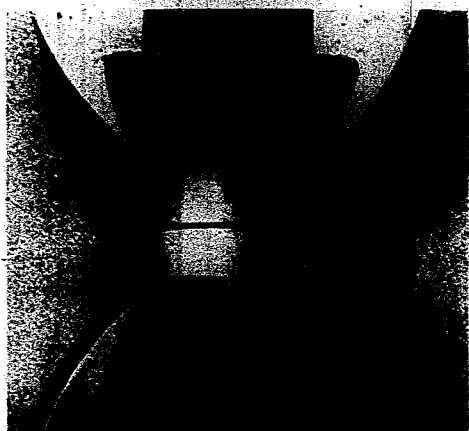


Bild 7. Prüfung mit Prüfgerät Nr. 2. Werkstoffe: Hydronalium, Perbunan und Klebstoff y; Probe vor der Belastung

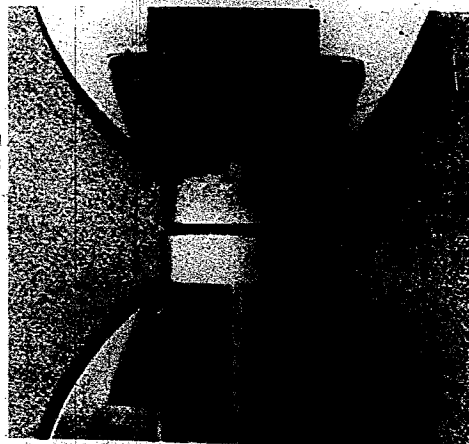


Bild 8. Prüfung mit Prüfgerät Nr. 2. Werkstoffe: Hydronalium, Perbunan und Klebstoff y; Probe bei Höchstlast

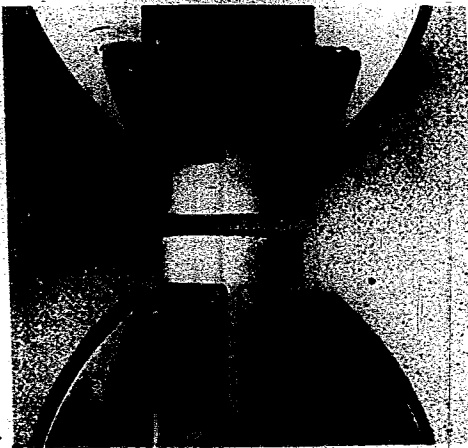


Bild 9. Prüfung mit Prüfgerät Nr. 2. Werkstoffe: Hydronalium, Perbunan und Klebstoff y; Probe kurz vor der vollständigen Trennung

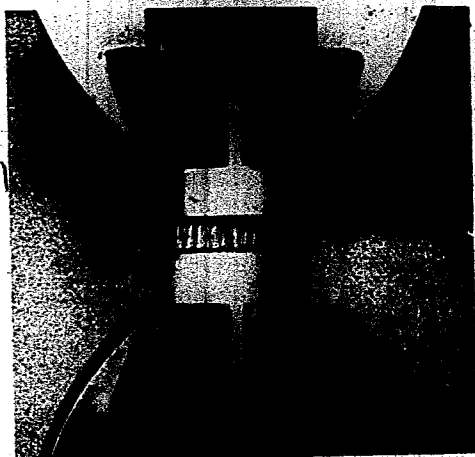


Bild 10. Prüfung mit Prüfgerät Nr. 2. Probe mit Klebstoff u vor der vollständigen Trennung

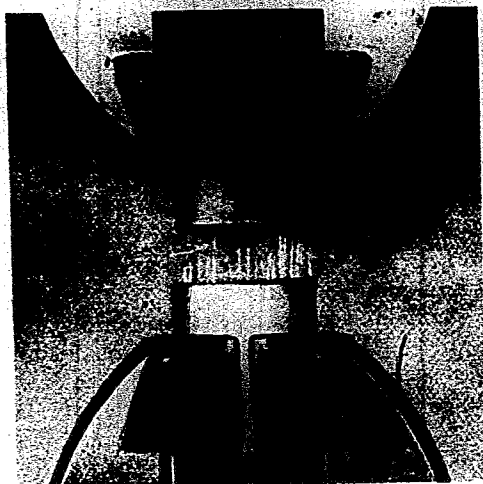


Bild 11. Prüfung mit Prüfgerät Nr. 2. Probe mit Klebstoff u unmittelbar vor der vollständigen Trennung

Die Mittelwerte aus vier Einzelergebnissen sind in der Zahlentafel 2 zusammengestellt. Außerdem wurde aus den mit den einzelnen Klebmitteln von den vier verschiedenen Werkstoffen erhaltenen Mittelwerten ein gemeinsamer Mittelwert gebildet, um den Überblick zu erleichtern. Die Prüfung auf Kleb-Schubfestigkeit erbringt ein vollständig anderes Bild von den Eigenschaften der Klebstoffe als die Prüfung auf Haftfestigkeit. Wenn

auch der Kleber y noch mit zu den besten gehört, so wird er doch bereits vor der Alterung vom Klebstoff w übertroffen. Der Klebstoff v, der bei der Haftfestigkeitsprüfung sich an zweiter Stelle befindet, wird vom Klebstoff x vor und nach der Alterung übertroffen. Der Klebstoff u steht wiederum an letzter Stelle.

Zahlentafel 2. Kleb-Schubfestigkeit von Perbunan auf verschiedenen metallischen Werkstoffen.
nach 48-stündiger Lufttrocknung

Bezeichnung des Klebstoffes	Flw 1265.3 kg/cm ²	Flw 3115.5 kg/cm ²	Flw 3002.7 kg/cm ²	Flw 3310.2 kg/cm ²	gemeinsamer Mittelwert kg/cm ²
u	0,32	0,30	0,38	0,48	0,37
v	0,66	0,76	0,84	0,84	0,78
w	1,42	1,40	1,20	1,38	1,32
x	0,92	0,84	0,93	0,84	0,88
y	1,28	1,23	1,28	1,28	1,27

nach 48-stündiger Lufttrocknung, 24-stündiger Alterung bei +80° und 4-stündiger Behandlung bei -45°

Bezeichnung des Klebstoffes	Flw 1265.3 kg/cm ²	Flw 3115.5 kg/cm ²	Flw 3000.7 kg/cm ²	Flw 3310.2 kg/cm ²	gemeinsamer Mittelwert kg/cm ²
u	0,16	0,26	0,32	0,31	0,26
v	0,74	0,77	0,73	0,75	0,75
w	1,07	1,12	1,00	0,88	1,02
x	1,02	0,92	0,95	0,90	0,95
y	1,19	1,23	1,22	1,22	1,22

Mit der Untersuchung der Kleb-Schubfestigkeiten ist gleichzeitig geklärt, weshalb in der Fertigung die Klebstoffe v, w, x, y je nach der persönlichen Einstellung bevorzugt werden. Die gemeinsamen Mittelwerte lassen erkennen, daß die Schub-Festigkeit des Klebstoffes v fast immer noch 60% von der des besten Klebstoffes (w) beträgt. Im Betriebe sind derartige Unterschiede jedoch nur durch langdauernde Erfahrung herauszufinden. Dies war z. B. der Fall bei den Flugzeugwerken, die aus einer Anzahl anderer tatsächlich die besten Klebstoffe (w und y) ausgesucht haben. Es ist Ansichtssache, welchem von den Klebern w und y der Vorzug zu geben ist. Wenn hier noch bekanntgegeben wird, daß die Verarbeitung des Klebers y erheblich umständlicher ist als die von w, ist die Entscheidung sinnfällig.

Es ist noch darauf hinzuweisen, daß die Alterung bei der Kleb-Schubfestigkeitsprüfung sich nur geringfügig bemerkbar macht. Größenordnungsmäßig liegen die Er-

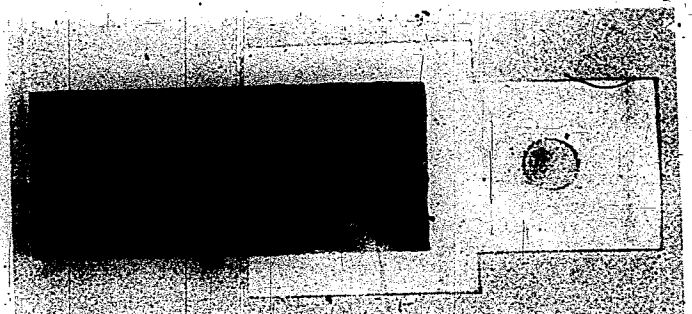


Bild 12. Rückseite einer mit Perbunan verklebten Kunststoffplatte. An den hellen Stellen Klebstoff ungenügend mit dem Kunststoff bzw. Perbunan verbunden

V. Zusammenfassung

Durch die zunehmende Anwendung von Gummi und Kunststoffen im Flugzeugbau kommt den Klebstoffen als Verbindungselement und dessen Prüfung größere Bedeutung zu. Die Gründe, die zur Entwicklung zweckentsprechender Prüfverfahren geführt haben, wurden erklärt, Prüfgeräte und Prüfmethoden beschrieben. Anhand von Untersuchungsergebnissen konnte gezeigt werden, daß eine hinreichend genaue laboratoriumsmäßige Eignungsprüfung den entsprechenden Rückschluß auf das betriebliche Verhalten gestattet und daß deshalb eine derartige Prüfung nicht nur möglich, sondern angebracht ist.

gebnisse noch in den Fehlergrenzen. Wie selbst bei sorgfältigstem Arbeiten Fehler auftreten können, beweist Bild 12. Es zeigt die Rückseite einer Platte aus thermoplastischem Kunststoff, auf den Perbunan-Gummi aufgeklebt ist. Die hellen Flecken sind Stellen, an denen der Gummi nicht fest mit dem Kunststoff durch den Klebstoff verbunden ist. Die fehlerhafte Verbindung ist auf das subjektive und daher schlecht kontrollierbare Zusammendrücken mit den Handballen zurückzuführen. Hieraus ist der Schluß zu ziehen, daß zur Erzielung gleichmäßiger, einwandfreier Klebeverbindungen das Zusammenpressen mittels zwingenartiger Vorrichtungen mit einstellbarem Druck erfolgen muß.

Untersuchung der Bewegung einer Platte beim Eintritt in eine Strahlgrenze¹⁾

Die experimentelle Nachprüfung der instationären Tragflächentheorie ist mit großen meßtechnischen Schwierigkeiten verknüpft infolge der Kleinheit und der kurzen Dauer der zu messenden Effekte. Daher sind bisher nur wenige Messungen dieser Art ausgeführt worden, und die Genauigkeit ihrer Ergebnisse ist nicht groß.

Im Hinblick auf die grundsätzliche Bedeutung für die instationäre Tragflächentheorie erschien es erwünscht, die sogenannten Übergangserscheinungen zu messen, die beim Hineinfliegen eines Flügels in eine Strahlgrenze entstehen. Dabei wächst der Auftrieb stetig bis zu einem stationären Wert an, sofern nicht vorher Abreißen der Strömung erfolgt. Ein im Prinzip sehr einfaches Meßverfahren dieses instationären Auftriebs ergibt sich dadurch, daß man eine Platte in die Strahlgrenze eines waagerechten Windkanals frei fallen läßt und die Bewegungen der Platte photographisch aufzeichnet. Dieses Verfahren war bereits 1935 vom letztgenannten Verfasser für den experimentellen Nachweis verwendet worden, daß der Auftrieb bei diesem Vorgang am vorderen Neutralpunkt angreift. Die Messungen waren noch nicht genügend genau, um den Auftrieb selbst bestimmen zu können.

In der vorliegenden Untersuchung ist dieses Meßverfahren soweit vervollkommen worden, daß ein quantitativer Vergleich mit der Theorie möglich ist. Da man bisher nur eine zweidimensionale Theorie der Übergangserscheinungen hat, war es nötig, an der Platte ebene Strömung zu erzeugen. Bei dem benutzten Windkanal mit 12-eckiger Düse stand nur eine kurze waagerechte Strahlgrenzenfläche zur Verfügung. Die Platten für den Fallversuch mußten daher mit verhältnismäßig geringer Streckung (1 : 2 und 1 : 4) ausgeführt werden, erhielten dafür aber Endscheiben. Es konnte danach bei den Fallversuchen kein merklicher Streckungseinfluß festgestellt werden. Um den Vergleich mit der Theorie durchführen zu können, war es nötig, die Geschwindigkeitsverteilung in der Strahlgrenze genau zu kennen. Hierzu wurden Messungen mit verschiedenen Sondenformen bei verschiedenen Vorkammerdrücken ausgeführt,

die sich alle recht gut durch die neue Reichardt'sche Turbulenztheorie darstellen lassen, welche auf einer Analogie zur Differentialgleichung der Wärmeleitung beruht. Der Auftrieb der Platte bewirkt eine Krümmung der Plattenbahn, die um so größer ist, je kleiner die Plattenmasse ist. Daher wurden die Platten in einer möglichst leichten Bauweise mit schlankem Profil ausgeführt. Der Schwerpunkt der Platten wurde in die Nähe des vorderen Neutralpunktes verlegt, damit keine störenden Drehungen auftreten. Die Plattenbahn wurde wie bei der ersten Untersuchung in der Weise aufgezeichnet, daß die Bahn eines im Neutralpunkt befestigten Medizinerlämpchens auf eine 13 · 18 Platte photographiert wurde, indem während des Fallvorganges das Objektiv der Kammer geöffnet blieb. Es konnten mehrere Bahnen auf dieselbe Platte nebeneinander photographiert werden.

Die Schwierigkeiten werden bei diesem Meßverfahren auf die mathematische Auswertung abgewälzt. Sie bestehen zunächst in einer iterativen Lösung der Bewegungsgleichungen der Platte, ferner in einer genauen Messung der Krümmungen der photographierten Bahnkurve. Zu diesem Zwecke wurde von den beiden erstgenannten Verfassern ein Instrument entwickelt. Dieses besteht aus einem spiegelnden Blechstreifen, der mit zahlreichen Stellschrauben auf eine der photographierten Bahn entsprechende Form gebracht werden kann, und aus einer optischen Vorrichtung zur Messung der zylindrischen Krümmungen des Blechstreifens. Die Meßfehler der optischen Messung sind sehr gering. Dagegen entstehen subjektive Fehler bei der Einstellung des Blechstreifens auf die vorgelegte Kurve, die durch genügend häufige Wiederholung der Einstellung vermindert werden können. Um systematische Fehler auszuschalten, wurde die nach der Theorie sich ergebende Plattenbahn in gleichem Maßstabe photographiert und ausgemessen. Das Ergebnis besteht daher aus zwei Reihen von Einzelwerten, die um gewisse mittlere Kurven streuen. Bis zum Beginn des Abreißen der Strömung sind kaum Unterschiede zwischen der linearen, zweidimensionalen Theorie und dem wirklichen Vorgange festzustellen, welche die Meßgenauigkeit übersteigen. Das Abreißen erfolgt erst bei recht großem Anstellwinkel ($> 20^\circ$), da eine gewisse Zeit bis zur Ausbildung der abgerissenen Strömungsform notwendig ist.

H. G. Küssner

1) FB 1640; H. Billing, K. Katterbach, H. G. Küssner (AVA): Untersuchung der Bewegung einer Platte beim Eintritt in eine Strahlgrenze. II.

Aus deutschen Forschungsanstalten

A Grundwissenschaften

FB 1604; C. Hoffmeister (Universitäts-Sternwarte Berlin-Babelsberg, Abteilung Sonneberg, Thüringen): Über bisher unerforschte Leuchtvorgänge im Bereich der mittleren Ionosphäre und ihre Beziehungen zur Wellenausbreitung.

Der Bericht behandelt atmosphärische Leuchtvorgänge in Höhen von 90 bis 180 km, die gedeutet werden als Folgen des Zustroms kosmischen Staubes. Im Zusammenhang damit treten Störungen der Ionosphäre auf, die bisher nicht geklärt werden konnten und nunmehr für bestimmte Tage mit einer ziemlich großen Wahrscheinlichkeit vorausgesagt werden können. Schließlich geben die Beobachtungen erstmalig Aufschlüsse über Strömungen der Atmosphäre in Höhen von mehr als 100 km.

15 S., 2 Abb., 1 Anhang m. 6 Bildern.

FB 1612; G. Boelk (Henschel-Flugzeugwerke, Schönefeld bei Berlin): Über symmetrische Flügelschwingungen zweimotoriger Flugzeuge.

Es wird nachgewiesen, daß für die Flatteruntersuchung des zweimotorigen Eindeckers mit vorn liegenden Flügelmotoren ohne Querrudereinfluß Berechtigung besteht, den am Motor eingespannten Außenflügel als das dem Flattern unterworfenen System zu betrachten.

58 S., 23 Abb., 2 Anhänge

FB 1613; Thiele (Optisches Institut der T. H. Berlin): Bericht über die Verminderung der Reflexion an Oberflächen durch Zweifachschichten mit homogenen Teilschichten.

Mit Hilfe der in einer früheren Arbeit entwickelten Theorie werden zunächst die Bedingungen für die Beseitigung der Reflexion monochromatischen Lichtes und dann für das geringste mittlere Reflexionsvermögen von Licht eines Spektralbereiches durch eine auf einer Glasoberfläche aufgebraute Zweifachschicht mit homogenen Teilschichten abgeleitet. Ferner wird der spektrale Verlauf des Reflexionsvermögens und der Einfluß des Dickenverhältnisses der Teilschichten auf die Reflexionsverminderung bei diesen Schichten eingehend untersucht.

81 S., 36 Abb.

FB 1618; W. Krüger (AVA): Rechnerische und experimentelle Untersuchung zur Frage des Förderleistungsbedarf von Flugzeugen mit Grenzschichtbeeinflussung.

Es werden Rechnungen und Meßergebnisse mitgeteilt über den Förderleistungsbedarf von Flugzeugen mit Grenzschichtbeeinflussung. Für die untersuchten, baulich und aerodynamisch grundsätzlich verschiedenen Anordnungen, werden zur überschlägigen Errechnung von Druckverlust und Förderleistungsbedarf Kurven und Überschlagsformeln aufgestellt. An Hand dieser Ergebnisse wird am Schluß des Berichtes die Förderleistung bei 3 verschiedenen baulichen Anordnungen zahlenmäßig errechnet.

53 S., 21 Abb., 2 Tab., 2 Rechenbl.

FB 1622; W. Schwier (AVA): Ausblasversuche zur Auftriebssteigerung an einem Flügel von 9 % Dicke mit Vorflügel und Klappe.

An einem Rechteckflügel mit einem symmetrischen Profil von 9 % Dicke wurde versucht, den Auftrieb durch Ausblasen von Luft zu steigern. Das Profil war mit einer verschiebbaren Spaltklappe von 25 % Tiefe und einem Vorflügel von 13 % Tiefe versehen, dessen Lage ebenfalls veränderlich war. Zur Steigerung des Auftriebs konnte aus dem Flügel heraus vor der Klappe und Hauptflügel Luft ausgeblasen werden. Es wurde die Abhängigkeit des Auftriebs von der ausgeblasenen Luftmenge ermittelt.

24 S., 19 Abb., 1 Taf.

FB 1623; W. Krüger (AVA): Windkanalmessungen am Absaugeklappenflügel 23012 mit Vorflügel.

Es werden Ergebnisse von Messungen am Absaugeklappenflügel 23012 mit Vorflügel mitgeteilt. Durch zusätzlichen Anbau eines Vorflügels wird der Anstellwinkelbereich gesunder Flügelströmung vergrößert. Der Absaugeklappenflügel zeigt eine verhältnismäßig geringe Empfindlichkeit des c_{am} hinsichtlich der Lage des Vorflügels. Weitere Messungen bestätigen die schon früher gemachte Erfahrung, daß ein unmittelbar vor dem Klappenspalt liegender Schlitz (Vorschlitz) die Anliegmenge im günstigen Sinne beeinflußt.

17 S., 12 Abb.

FB 1624; Pretsch (AVA): Umschlagbeginn und Absaugung. Ein Beitrag zur Grenzschichttheorie.

Für das Grenzgeschwindigkeitsprofil in der Reibungsschicht, das sich an einer längsangeströmten ebenen Platte asymptotisch einstellt, wenn überall mit konstanter Geschwindigkeit abgesaugt wird, werden exakt ohne Zuhilfenahme einer näherungsweise Geschwindigkeitsverteilung nach der Methode der kleinen Schwingungen sowohl die Stabilitätsgrenze wie die Anfachung der überlagerten Störungen berechnet und mit den Ergebnissen an der undurchlässigen Platte verglichen.

25 S., 12 Abb., 1 Taf.

FB 1628; A. Walz (AVA): Grenzschichtbeeinflussung in räumlicher Strömung.

Es wird die Frage behandelt, wie die Ergebnisse von Auftriebsmessungen mit Grenzschichtbeeinflussung in ebener Strömung auf die technisch interessierenden räumlichen Verhältnisse mit nicht gleichmäßiger Auftriebsverteilung längs Flügelspannweite zu übertragen sind. Im besonderen soll geklärt werden, ob diese Übertragung auf rein rechnerischem Weg durchführbar ist.

31 S., 16 Abb., 2 Taf.

FB 1633; (DVL): Einfluß der Kompressibilität bei rotationssymmetrischer Umströmung eines Ellipsoids.

Der Bericht ist ohne Nennung der Verfasser erschienen, da er als Teil einer Arbeit für das Lilienthal-Preisausschreiben 1942 vorgesehen ist:

Die Differentialgleichung für eine rotationssymmetrische wirbelfreie Strömung eines kompressiblen Gases wird unter Benutzung der Lösung der nach Prandtl linearisierten Gleichung als der ersten Näherung für den Fall der rotationssymmetrischen Umströmung eines langgestreckten Ellipsoids gelöst unter Vernachlässigung aller Glieder von höherer als der zweiten Ordnung in den Störgeschwindigkeiten. Es werden die Maximalgeschwindigkeiten verschieden dicker Ellipsoide in Abhängigkeit von der Mach-Zahl berechnet. Die Werte dieser zweiten Näherung werden mit den Werten erster Näherung verglichen, die man durch Anwendung der Prandtl-Göthert'schen Regel aus der inkompressiblen Strömung gewinnt. Bis zu einem Dickenverhältnis von $d/t = 0,3$ sind die Abweichungen nur klein. Ein Vergleich mit den von Lamla nach der Methode von Rayleigh in vierter Näherung berechneten Größtgeschwindigkeiten für die Kugel lehrt, daß selbst in diesem extremen Fall die Abweichungen der zweiten Näherung von den genauen Werten nach Lamla nicht erheblich sind, so daß die hier gewonnene zweite Näherung auch für dicke Ellipsoide bis $d/t = 0,5$ noch voll ausreicht.

P Luftfahrt

FB 1617; Holstein/Doncis (AVA): Messungen an vier aus der Ellipse entstandenen Laminarprofilen verschiedener Wölbung.

Im folgenden werden Messungen an vier Tragflügeln mit 50% Dickenrücklage mitgeteilt, die sich untereinander nur durch ihre Wölbung unterscheiden. Der Einfluß der Wölbung auf die Lage des Umschlagpunktes der laminaren Reibungsschicht sowie auf den Profilwiderstand wird durch Windkanalversuche bei verschiedenen Reynoldsschen Zahlen ermittelt.

18 S., 17 Abb.

FB 1638; Marquard/Meyer zur Kapellen (Institut für Kraftfahrwesen und Verbrennungsmaschinen der T. H. Aachen): Beitrag zur Untersuchung der Rollstabilität von Flugzeugen.

Der vorliegende I. Teilbericht enthält die mathematischen Unterlagen der Rollstabilitätsuntersuchung in einer Form, welche die bisherigen und neue Ansätze einschließt und für die Nachprüfung der getroffenen Voraussetzungen durch den Versuch geeignet ist.

In weiteren Berichten ist die Durchführung der Zahlenrechnung für das Versuchsflugzeug und der Vergleich mit den Versuchsergebnissen beabsichtigt.

24 S., 3 Abb.

FB 1643; W. Becker (DVL): Die Leitfähigkeit von Flugzeug-Spornradreifen und deren Änderung im praktischen Betrieb.

Es wird beschrieben, wie der Widerstand von elektrisch-leitfähigen Spornradreifen zu messen ist und welche Forderungen hinsichtlich des Widerstandes an solche Reifen zu stellen sind.

Eine Reihe von Spornradreifen verschiedener Hersteller wurde im praktischen Betrieb erprobt, um festzustellen, in welchem Maße eine Widerstandserhöhung in Abhängigkeit von der Betriebszeit und der hierbei entstehenden Beanspruchung auftritt. Die Untersu-

chung erfolgte an Reifen aus Naturkautschuk und an solchen mit Buna-Lauflächen. Einige Versuchsreifen bestanden zu 100% aus Perbunan.

16 S., 7 Abb., 2 Zahlent.

FB 1644; B. Göthert (DVL): Druckverteilungsmessungen bei hohen Geschwindigkeiten an einem Flügelprofil mit Störwinkel (Unterbrechersteuerung).

Im vorliegenden Bericht werden einige stichprobenartig angelegte Druckverteilungsmessungen und Schlierenaufnahmen an einem Flügelprofil mit Störwinkel wiedergegeben, um auf diese Weise einen Einblick in das Verhalten von Unterbrechern bei hohen Unterschallgeschwindigkeiten zu vermitteln.

17 S., 5 Abb.

FB 1651; Küchemann (AVA): Auftrieb und Widerstand eines rotierenden Flügels.

Die Ergebnisse von Luftkraftmessungen an einem Flügel, welcher um seine Querachse in Drehung versetzt wurde, werden mitgeteilt, der Einfluß von Endschleiben untersucht und die auftretenden Autorotationserscheinungen besprochen.

8 S., 4 Abb.

R Hochfrequenztechnik

FB 1615; W. Dahlke / J. Labus (DVL): Konzentrische Kugeln als elektromagnetische Hohlraumresonator.

Die Vorteile, die sich aus der Verwendung eines mehrfach zusammenhängenden Hohlraumresonators bei Laufzeitgeneratoren ergeben, werden erläutert. Als einfachstes Beispiel wird der Hohlraum zwischen zwei konzentrischen Kugeln mathematisch behandelt. Seine Eigenwellenlängen, Feldverteilung, Dämpfung und Parallelwiderstand werden berechnet und graphisch dargestellt.

25 S., 8 Abb.

UM 674; H. Gradmann / E. Schmidt (DVL): Günstigste Ausführungs- und Einbauart von Entstörkondensatoren, untersucht bei 100 MHz (3 m Wellenlänge).

Durch Strom- und Spannungsmessung wurde im Bereich von 0,12 bis 100 MHz (2500 bis 3 m) der Kernwiderstand von Durchführungskondensatoren, Durchschleifungskondensatoren und Hochfrequenzkondensatoren gewöhnlicher Ausführung für gebräuchliche Kapazitätswerte und Anschlußarten ermittelt. Da es hierbei wesentlich auf die Art des Einbaus des Kondensators ankommt, wurden verschiedene Einbauarten miteinander verglichen und auf die günstigste hingewiesen.

14 S., 8 Abb.

UM 676; A. Nefzger / H. Thäter (Flugfunk-Forschungsinstitut Oberpfaffenhofen): Anzeigeeinrichtung für Funkmeßgerät.

Die Wirkungsweise einer Anzeigeeinrichtung für Funkmeßgeräte wird beschrieben. Der Meßwert wird bei dieser Anzeigeeinrichtung an einem Zeigerinstrument zur Darstellung gebracht.

14 S., 7 Abb.

Vorabdrucke **aus** **Jahrbuch 1942 der deutschen Luftfahrtforschung** **3. Lieferung**

Inhalt:

Beiträge zur Theorie der Tragflügelprofile. Von F. Ringleb	2
Der Knoller-Betz-Effekt als Mittel zur Erhöhung des Wirkungsgrades von Schlagflügeln. Von W. Schmidt und G. Reichstein	10
Der Einfluß des Rumpfes auf die statische Längsstabilität eines Flugzeuges. Von H. Liebe	13
Die Änderung der Festigkeitseigenschaften von »Duralumin« durch Rückbildung der Kaltaushärtung. Von K. L. Dreyer	23
Gestaltung von Propellerflügeln im Hinblick auf Biegeentlastung durch die Fliehkräfte. Von K. Schürmann	26
Thermodynamische Eigenschaften kleiner luftgekühlter Zylinder. Von W. Flössel	28
Die Überwachung der Kolbentemperatur bei der Betriebstoffdauerprüfung. Von W. Glaser	37
Elektromechanischer Schwinger und Schrittschaltwerk. Von J. Görner und W. Hubert	45

Zentrale für wissenschaftliches Berichtswesen der Luftfahrtforschung
des Generalluftzeugmeisters (ZWB)
Berlin-Adlershof

Beiträge zur Theorie der Tragflügelprofile*).

Von Friedrich Ringleb.

Bericht der Messerschmitt A.-G., Augsburg.

Im Gegensatz zu der in der Praxis üblichen, aus geometrischen und aerodynamischen Elementen gemischten Behandlungsweise der Tragflügelprofile mittels Skelettlinie und Umrißfunktion wird in der vorliegenden Arbeit eine in allen wesentlichen Zügen aerodynamische Theorie der Tragflügelprofile entwickelt. Dazu dient ein sehr einfaches Verfahren der konformen Abbildung, das als konforme Mittelung bezeichnet wird. Es liefert in einheitlicher und zwangloser Weise Profile mit beliebig vorgegebenen aerodynamischen und geometrischen Eigenschaften einschließlich der Druckverteilung und gestattet darüber hinaus, auch für die Praxis wichtige Optimalforderungen zu erfüllen. Wir entwickeln hier die allgemeinen Grundlagen dieses Verfahrens.

Gliederung.

1. Die Methode des konformen Mittels.
2. Geometrische Eigenschaften des konformen Mittels zweier Profile.
3. Allgemeine aerodynamische Beziehungen für ein Profil mit normierter Abbildung.
4. Aerodynamische Eigenschaften des konformen Mittels zweier Profile.
5. Grundzüge einer Profilsystematik.

1. Die Methode des konformen Mittels.

Das aerodynamische Verhalten eines Tragflügelprofiles ist — soweit es sich als Folge eines reibungsfreien Strömungsvorganges in einem inkompressiblen Medium deuten läßt — vollständig bekannt, wenn man die umkehrbar eindeutige und konforme Abbildung seines Außengebietes auf das Äußere eines Kreises kennt.

Nach dem Riemannschen Abbildungssatz existiert zu jedem vorgegebenen Tragflügelprofil stets eine solche Abbildung. Sie ist nur bis auf eine beliebige lineare Transformation des Äußeren des Kreises auf sich selbst eindeutig bestimmt. Man kann also noch verschiedene Normierungsbedingungen vorschreiben.

Zur Begründung der Methode des konformen Mittels ist folgende Normierung wichtig, die uns zugleich ein aerodynamisches Koordinatensystem für das Profil liefert. Wir betrachten die Abbildung des Kreises mit dem Radius a um den Koordinatenanfangspunkt der $\zeta = \xi + i\eta$ -Ebene (Bild 1) auf das Äußere eines in der $z = x + iy$ -Ebene irgendwo gelegenen Tragflügelprofils. Wir fordern nun, daß

1. die Abbildungsfunktion $z = f(\zeta)$ den unendlich fernen Punkt der ζ -Ebene in den unendlich fernen Punkt der z -Ebene überführe.

Die Abbildung ist dann bis auf eine Drehung der ζ -Ebene um den Koordinatenanfangspunkt eindeutig bestimmt. Diese Drehung werde nun durch die Forderung festgelegt, daß

2. die Hinterkante des Profils dem Punkte $\zeta = -a$ entsprechen möge.

Die hiermit eindeutig bestimmte Abbildungsfunktion $z = f(\zeta)$ hat im Unendlichen eine Entwicklung von der Form

$$z = C_{-1}\zeta + C_0 + \frac{C_1}{\zeta} + \frac{C_2}{\zeta^2} + \dots$$

wobei die C_n im allgemeinen komplexe Zahlen sind.

* P 31 11.

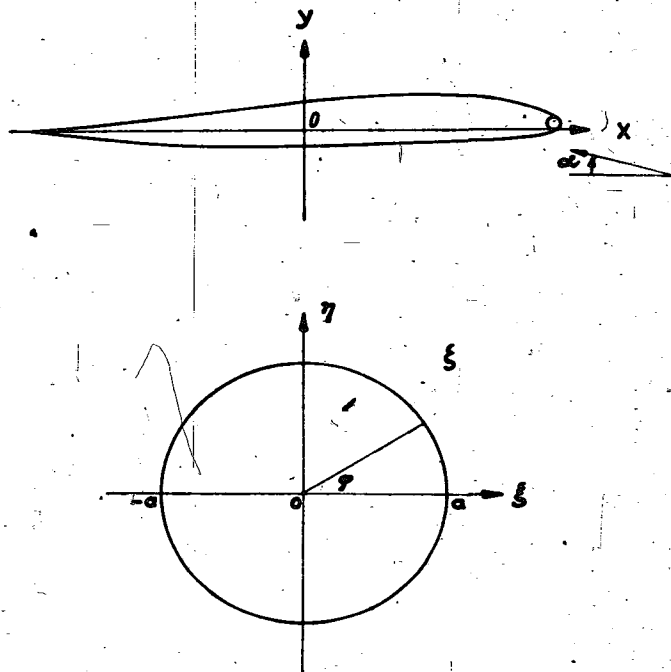


Bild 1. Zur konformen Abbildung des Äußeren eines Profils auf das Äußere eines Kreises.

Wir gehen noch einen Schritt weiter, indem wir z mit $\frac{1}{C_{-1}}$ multiplizieren. Geometrisch bedeutet das im allgemeinen eine Drehstreckung der z -Ebene. Das Profil wird also in bestimmter Weise gedreht und ähnlich verzerrt. Nehmen wir an, daß diese Änderung von vorneherein geschehen sei, so hat unsere Abbildungsfunktion im Unendlichen nunmehr eine Entwicklung von der Form

$$\left. \begin{aligned} z &= \zeta + C_0 + \frac{C_1}{\zeta} + \frac{C_2}{\zeta^2} + \dots \\ C_n &= A_n + i B_n \end{aligned} \right\} \dots \dots (1)$$

Wir fordern stets, daß

3. Das Profil in der z -Ebene durch eine geeignete Ähnlichkeitstransformation in eine solche Lage und auf eine solche Größe gebracht sei, daß die Abbildungsfunktion $z(\zeta)$ sich im Unendlichen wie die Funktion $\bar{z} = \bar{\zeta}$ verhalte, also eine Entwicklung von der Form (1) besitze.

Diese drei mathematischen Forderungen haben aerodynamisch folgende Bedeutung. Wir denken uns den Kreis in der ζ -Ebene im Unendlichen parallel zur ξ -Achse zirkulationsfrei umströmt. Die Funktion $z(\zeta)$ bildet diese Strömung auf eine ebenfalls zirkulationsfreie Strömung um das Tragflügelprofil in der z -Ebene ab, die im Unendlichen der x -Achse parallel ist, da sich die Funktion $z(\zeta)$ wegen unserer Normierungsforderungen dort wie die Funktion $z = \zeta$ ver-

hält. Dem Staupunkt $\zeta = -a$ entspricht die Hinterkante des Profils, an der die Strömung also glatt abfließt, ohne sie zu umströmen.

Daraus folgt:

Die x -Achse ist der Nullauftriebsrichtung des Profils parallel.

Einer Änderung der Konstanten C_0 in der Entwicklung (1) entspricht eine Parallelverschiebung des Profils. Wir werden später diese Konstante so bestimmen, daß der Punkt $z = 0$ der Neutralpunkt (Brennpunkt) des Profils wird. Als dann haben wir im x, y Koordinatensystem ein eindeutig bestimmtes aerodynamisch begründetes Koordinatensystem für das Profil gewonnen¹⁾.

Die Methode des konformen Mittels ergibt sich als naheliegende Lösung der folgenden Aufgabe:

Gegeben seien zwei verschiedene Tragflügelprofile, deren Abbildungen auf den Kreis bekannt sind. Kann man aus diesen beiden ein weiteres Profil so ableiten, daß seine Eigenschaften Mittelwerte der Eigenschaften der gegebenen Profile sind und seine Abbildungsfunktion ebenfalls bekannt ist?

Es seien

$$z_1 = f_1(\zeta), \quad z_2 = f_2(\zeta),$$

die normierten Funktionen, welche den Kreisbereich $|\zeta| \leq a$ auf das Äußere der beiden Profile abbilden.

Zwei Punkte z_1, z_2 , welche demselben ζ -Wert entsprechen, nennen wir konform zugeordnete Punkte.

Insbesondere nennen wir zwei Punkte z_1, z_2 auf den beiden Profilkonturen konform zugeordnet, wenn sie Bildpunkte desselben Kreispunktes $\zeta = a e^{i\gamma}$ sind (vgl. das schematische Bild 2).

Wir teilen nun die Strecke zwischen zwei beliebigen konform zugeordneten Punkten z_1 und z_2 von z_1 aus im festen Verhältnis

$$\frac{m}{n} = \lambda$$

und bezeichnen den Teilpunkt mit z . Dann gilt

$$z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda} \quad (2)$$

Wir nennen z das zum Teilverhältnis λ gehörige konforme Mittel von z_1 und z_2 .

Sind

$$z_1 = \zeta + C_0^{(1)} + \frac{C_1^{(1)}}{\zeta} + \frac{C_2^{(1)}}{\zeta^2} + \dots$$

$$z_2 = \zeta + C_0^{(2)} + \frac{C_1^{(2)}}{\zeta} + \frac{C_2^{(2)}}{\zeta^2} + \dots$$

die Reihenentwicklungen der Funktionen $z_1(\zeta)$ und $z_2(\zeta)$ im Unendlichen, so besitzt die Funktion $z(\zeta)$ dort die Entwicklung

$$z = \zeta + C_0 + \frac{C_1}{\zeta} + \frac{C_2}{\zeta^2} + \dots \quad (4)$$

wobei

$$C_v = \frac{C_v^{(1)} + \lambda C_v^{(2)}}{1 + \lambda}$$

gilt. Die Funktion $z(\zeta)$ erscheint also wieder in der normierten Gestalt. Für das Profil, welches vom Punkte z beschrieben wird, wenn ζ den Kreis $|\zeta| = a$ durchläuft, gibt demnach die x -Achse wieder die Nullauftriebsrichtung an.

Einer Parallelverschiebung von z_1 und z_2 entspricht eine Parallelverschiebung von z .

Die Funktion $z(\zeta)$ liefert eine im allgemeinen konforme Abbildung des Äußeren des Kreises $|\zeta| = a$ auf einen Bereich, der mehr oder minder von einer profilartigen Kurve begrenzt ist. Dem Werte $\lambda = 0$ entspricht das erste, dem Wert $\lambda = \infty$ das zweite Ausgangsprofil.

¹⁾ Der allgemein nicht klar definierbare geometrische Begriff der Sehne eines Profils erweist sich im folgenden als überflüssig.

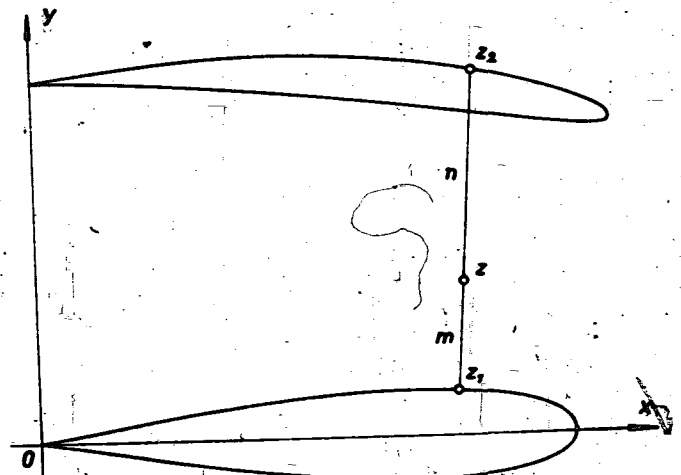
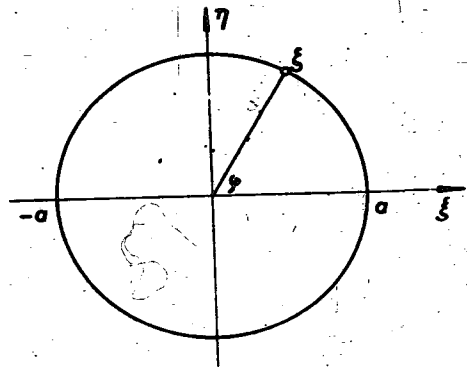


Bild 2. Konformes Mittel z zwischen z_1 und z_2 mit dem Teilverhältnis $\lambda = \frac{m}{n}$.

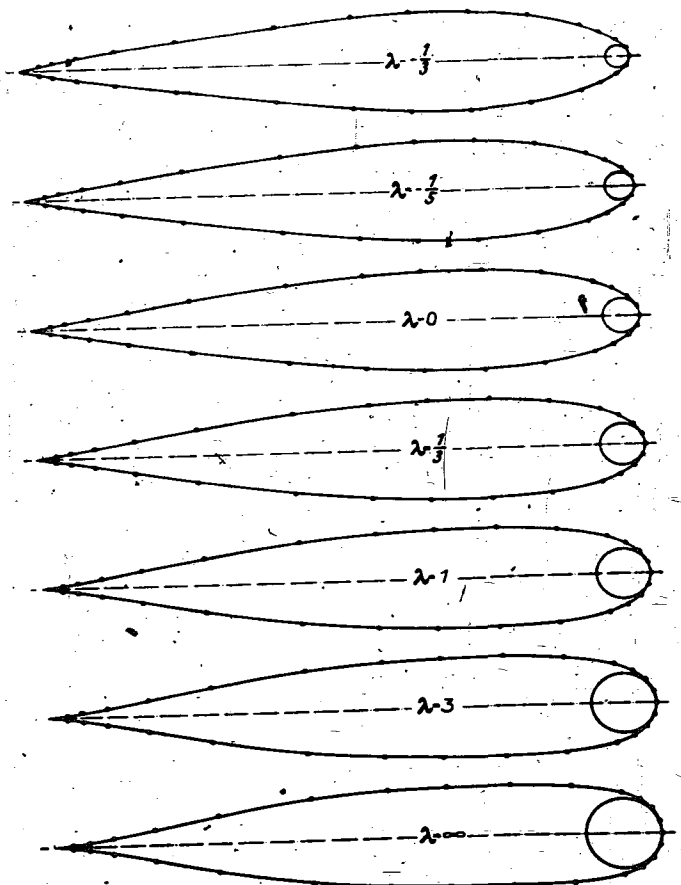


Bild 3. Konforme Mittel zwischen symmetrischen Profilen.

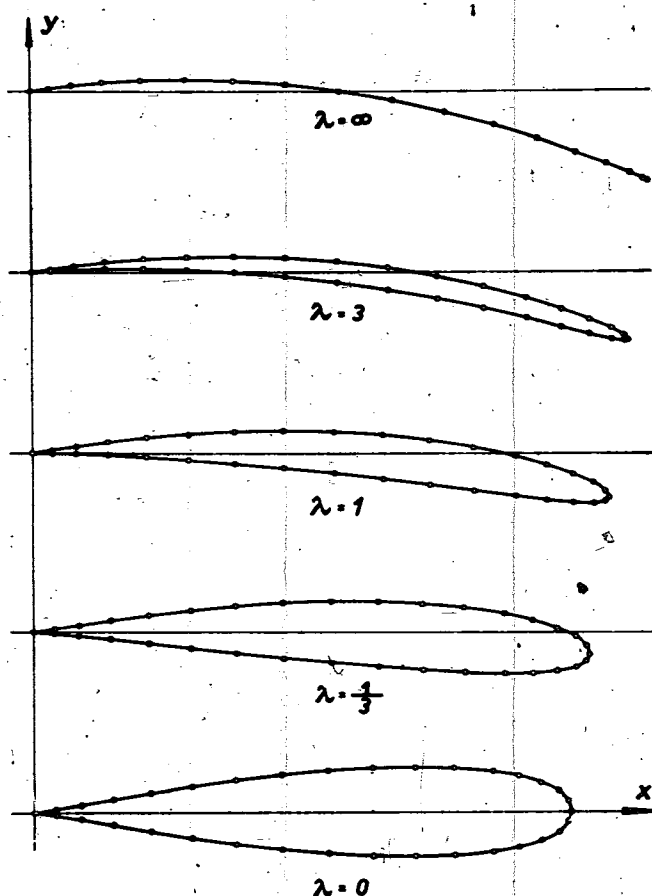


Bild 4a. Konforme Mittel zwischen einem symmetrischen Profil und einem Kreisbogenschlitz.

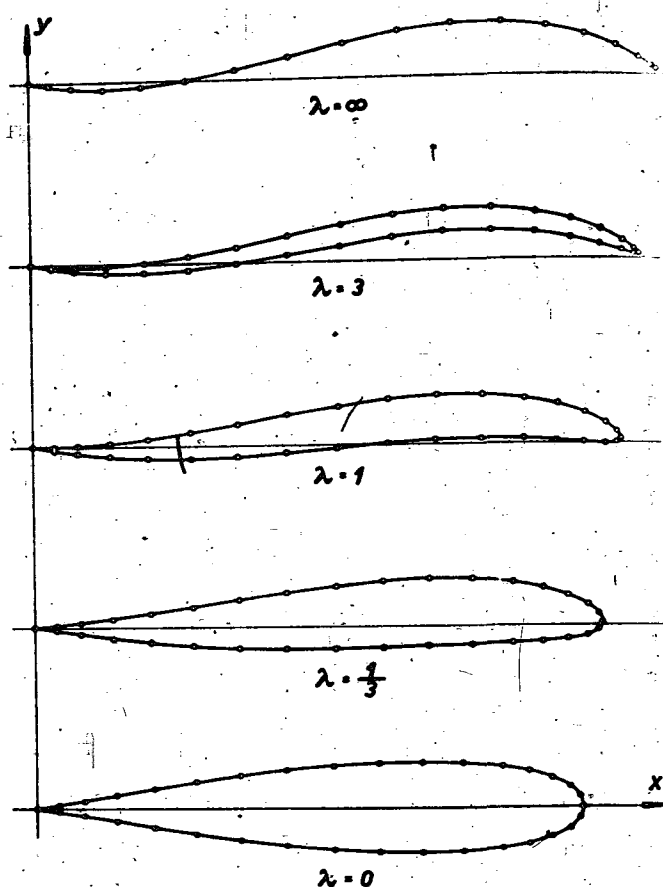


Bild 4b. Konforme Mittel zwischen einem symmetrischen Profil und einem S-förmigen Schlitz.

Die Abbildung ist konform, wenn an keiner Stelle die Ableitung $\frac{dz}{d\zeta} = 0$ wird. Würde diese Ableitung an einer Stelle ζ verschwinden, so müßte wegen (2)

$$\frac{dz_1}{d\zeta} + \lambda \frac{dz_2}{d\zeta} = 0$$

und daher

$$\frac{dz_2}{dz_1} = -\frac{1}{\lambda}$$

gelten. Wenn λ z. B. positiv ist und die Ausgangsprofile nicht sehr stark voneinander abweichen, ist diese Bedingung aber sicher an keiner Stelle im Inneren des Bereiches erfüllt.

Bild 3 zeigt das Ergebnis der konformen Mittelung mit verschiedenen Werten von λ zwischen zwei verschiedenen symmetrischen Profilen, denen die Werte $\lambda = 0$ und $\lambda = \infty$ entsprechen. Ebenso zeigt Bild 4 das Ergebnis der konformen Mittelung zwischen einem symmetrischen Profil und einem Kreisbogenschlitz bzw. einem S-förmigen Schlitz. Man erhält auf diese Weise gewölbte Profile.

Schließlich werde als Beispiel zu unserem Verfahren eine besonders einfache Herleitung der Abbildungsfunktion des Äußeren eines Kreises auf das Äußere einer Ellipse gegeben, von der wir im folgenden noch Gebrauch zu machen haben. Das Äußere des Kreises $|\zeta| = 1$ in der ζ -Ebene werde den beiden Abbildungen

$$z_1 = \zeta, \quad z_2 = \zeta + \frac{1}{\zeta}$$

unterworfen. Die erste läßt den Kreis ungeändert, die zweite führt ihn in den Schlitz der reellen z_2 -Achse zwischen den Punkten $z_2 = -2$ und $z_2 = 2$ über (Bild 5). Einem Punkte des Kreises mit der Abszisse ξ entspricht bei der zweiten Abbildung der Punkt $z_2 = 2\xi$. Dem Punkte z_1 auf dem Kreise

$$x_1^2 + y_1^2 = 1$$

ist also der Punkt

$$x_2 = 2x_1, \quad y_2 = 0$$

konform zugeordnet. Das zum Teilverhältnis λ gehörige Mittel zwischen beiden Punkten

$$z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}$$

ergibt

$$x = \frac{1 + 2\lambda}{1 + \lambda} x_1, \quad y = \frac{1}{1 + \lambda} y_1.$$

Der Punkt x, y genügt also der Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

mit

$$a = \frac{1 + 2\lambda}{1 + \lambda}, \quad b = \frac{1}{1 + \lambda}.$$

Die Abbildungsfunktion des Kreisbereiches $|\zeta| \geq 1$ auf das Äußere dieser Ellipse ist

$$z = \zeta + \frac{\lambda}{1 + \lambda} \cdot \frac{1}{\zeta}.$$

Der Krümmungsradius P der Ellipse in ihren Scheitelpunkten ergibt sich aus der bekannten Formel $P = \frac{b^2}{a}$ zu

$$P = \frac{1}{(\lambda + 1)(2\lambda + 1)} \quad (5)$$

In Bild 5 ist die Bestimmung der Ellipse konstruktiv für das Teilverhältnis $\lambda = 1$ durchgeführt worden. Um die Zeichnung übersichtlich zu gestalten, haben wir z_1 und z_2 in zwei verschiedenen, parallel gegeneinander verschobenen Koordinatensystemen dargestellt. Nach dem obigen Satz über die Parallelverschiebung ist das zulässig. Konform zugeordnete Punkte tragen die gleiche Nummer. Wir können diese Konstruktion als konformen Strakplan bezeichnen

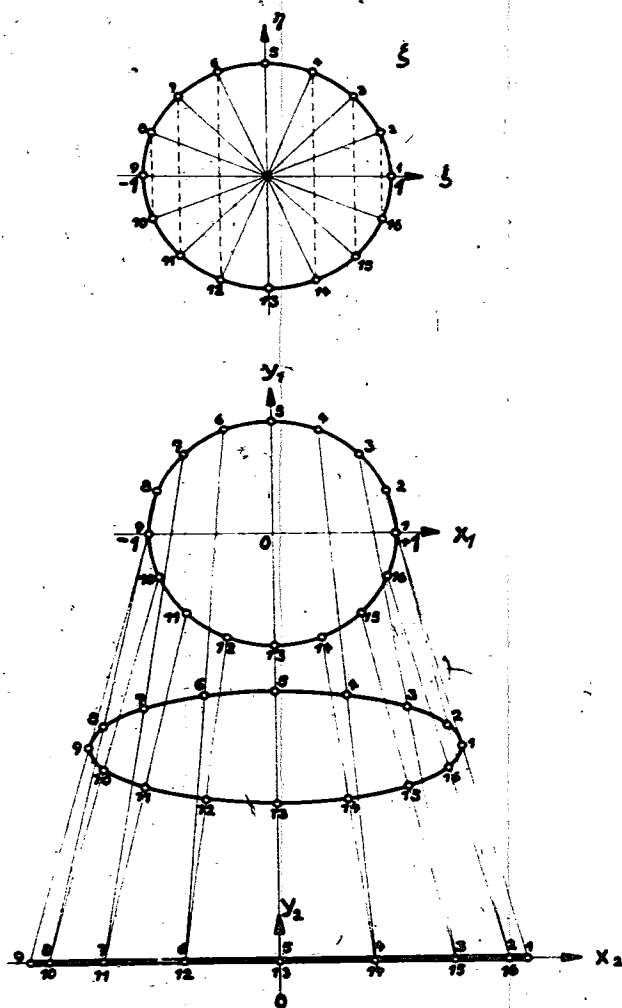


Bild 5. Die Ellipse als konformes Mittel zwischen Kreis und geradem Schlitz.

2. Geometrische Eigenschaften des konformen Mittels zweier Profile.

Konform zugeordnete Profile haben im allgemeinen verschiedene Längen. Das zeigt schon das Beispiel von Kreis und geradem Schlitz. Es entsteht also die Frage, welches die Länge l des zum Teilverhältnisses λ gehörigen konformen Mittels ist, wenn l_1 und l_2 die Längen der konform zugeordneten Ausgangsprofile sind.

Unter der Länge l eines Profils verstehen wir dabei die Länge seiner Projektion auf die Nullauftriebsrichtung.

Zur Beantwortung solcher und ähnlicher Fragen genügt es bei den üblichen Profilformen, die konforme Zuordnung der Profilverpunkte in sehr guter Näherung durch eine Zentralprojektion zu ersetzen, indem man alle Projektionsgeraden durch den Schnittpunkt der Verbindungsgeraden der Hinterkanten und der vorderen Staupunkte bei Nullauftrieb hindurchgehen läßt (Bild 6). Dann gilt:

Die Länge l des konformen Mittels zweier konform zugeordneter Profile mit den Längen l_1 und l_2 ist

$$l = \frac{l_1 + \lambda l_2}{1 + \lambda} \quad (6)$$

wenn λ wieder das Teilverhältnis ist.

Wir betrachten nun konform zugeordnete Profile mit gleicher Lage der größten Dicke. Es seien z_1, z_1' bzw. z_2, z_2' diejenigen Punkte der beiden Profile, welche die größte Dicke begrenzen. Näherungsweise sind z_1 und z_2 bzw. z_1' und z_2' konform zugeordnet. Näherungsweise begrenzen die Punkte

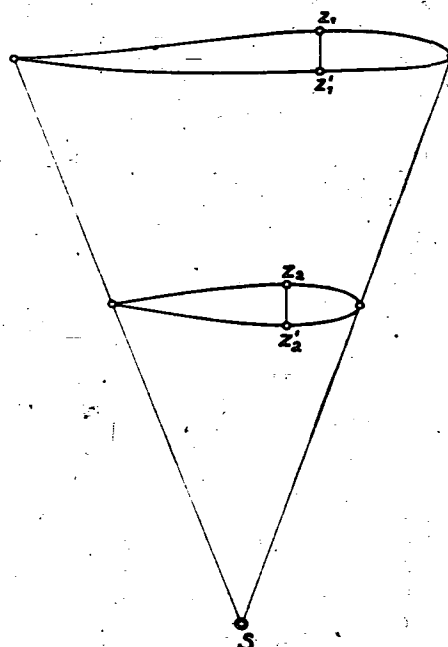


Bild 6. Zur Bestimmung der größten Dicke des konformen Mittels zweier Profile.

$$z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}, \quad z' = \frac{z_1' + \lambda z_2'}{1 + \lambda}$$

die größte Dicke des konformen Mittels der beiden Profile. Hieraus folgt

$$z - z' = \frac{z_1 - z_1' + \lambda (z_2 - z_2')}{1 + \lambda}$$

Bezeichnen wir also, die größten Dicken der Ausgangsprofile mit d_1 und d_2 , ihre Längen mit l_1 und l_2 , so ist näherungsweise die größte Dicke d des konformen Mittels im Verhältnis zu seiner Länge l

$$\frac{d}{l} = \frac{l_1 \cdot \frac{d_1}{l_1} + \lambda l_2 \cdot \frac{d_2}{l_2}}{l_1 + \lambda l_2} \quad (7)$$

vorausgesetzt, daß die Dickenlage der Ausgangsprofile die gleiche ist. Die Lage der größten Dicke des Mittels stimmt dann näherungsweise mit der Dickenlage der Ausgangsprofile überein.

Reduziert sich das zweite Profil auf einen Schlitz, so hat man wegen $d_2 = 0$:

$$\frac{d}{l} = \frac{l_1}{l_1 + \lambda l_2} \cdot \frac{d_1}{l_1}$$

Der Schlitz erscheint hier als ein Ersatz für die in der Praxis bisher übliche Verwendung einer Skelettlinie.

Unter dem Nasenradius eines Profils wollen wir den Krümmungsradius in demjenigen Profilverpunkte verstehen, dessen Tangente auf der Nullauftriebsrichtung senkrecht steht.

Zur Bestimmung des Nasenradius des konformen Mittels zwischen zwei Profilen darf man die konforme Zuordnung nicht mehr durch eine Zentralprojektion ersetzen. Wir denken uns in diesem Falle die Nasenradien $P_1 = l_1 \rho_1$ und $P_2 = l_2 \rho_2$ der Ausgangsprofile als Nasenradien von Ellipsen, welche aus dem Kreis mit dem Radius a durch Kombination mit einem geraden Schlitz entstanden sind (vgl. S. 4). Die Teilverhältnisse für die Ausgangsprofile (Ellipsen) zwischen Kreis und Schlitz seien λ_1 und λ_2 , so daß Gl. (5) für $\frac{P_1}{a}$, λ_1 und $\frac{P_2}{a}$, λ_2 erfüllt ist, also

$$\lambda_v = -\frac{3}{4} + \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{a}{2P_v}} \quad (v = 1, 2) \quad (8)$$

gilt. λ sei das Teilverhältnis für das konforme Mittel zwischen den Ausgangsprofilen, μ das Teilverhältnis dieses konformen Mittels zwischen Kreis und Schlitz, wenn man seine Nase als Ellipse ansieht. Dann ergeben einige Proportionalitätsbetrachtungen näherungsweise folgendes Resultat:

Der Nasenradius $P = \rho l$ des zum Teilverhältnis λ gehörigen konformen Mittels zwischen den konform zugeordneten Profilen mit den Nasenradien $P_1 = \rho_1 l_1$ und $P_2 = \rho_2 l_2$ ist

$$P = \frac{a}{(\mu + 1)(2\mu + 1)} \quad (9)$$

wobei

$$\mu = \frac{\lambda \lambda_2 (1 + \lambda_1) + \lambda_1 (1 + \lambda_2)}{\lambda (1 + \lambda_1) + (1 + \lambda_2)} \quad (10)$$

gilt und λ_1, λ_2 aus den Gl. (8) zu berechnen sind.

Der Hinterkantenwinkel σ des zum Teilverhältnis λ gehörigen konformen Mittels zwischen den Profilen mit den Hinterkantenwinkeln σ_1 und σ_2 ist näherungsweise

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \lambda \sigma_2}{1 + \lambda} \quad (11)$$

8. Allgemeine aerodynamische Beziehungen für ein Profil mit normierter Abbildung.

Die an der Hinterkante des Profils abfließende Zirkulationsströmung um das Profil ergibt sich als Bild der bekannten Zirkulationsströmung um den Kreis in der ζ -Ebene mit einem Staupunkte im Punkte $\zeta = -a$. Unter der Voraussetzung, daß die Abbildungsfunktion im Unendlichen eine Entwicklung von der Form (1) besitze, die x -Achse also insbesondere der Nullauftriebsrichtung des Profils parallel sei, gelten dann die folgenden Beziehungen:

Ist α der Anstellwinkel, so lautet die komplexe Strömungsfunktion für die Strömung um das Profil mit der Strömungsgeschwindigkeit v_∞ im Unendlichen

$$w = \Phi + i\Psi = -v_\infty \left(\zeta e^{i\alpha} + \frac{a^2}{\zeta e^{i\alpha}} + 2ia \sin \alpha \ln \zeta \right) \quad (12)$$

(Φ Geschwindigkeits-, Ψ Strömungspotential).

Der Anstellwinkel α wird dabei von der negativen x -Richtung aus (s. Bild 1) im Uhrzeigerdreh Sinn positiv gerechnet. Die im entgegengesetzten Uhrzeigerdreh Sinn positiv gerechnete Zirkulation ist

$$\Gamma = 4\pi a v_\infty \sin \alpha \quad (13)$$

Für die Geschwindigkeit v in einem Profilpunkte, dem der Wert $\zeta = a e^{i\varphi}$ entspricht, folgt aus (12) wegen $v = \frac{dw}{dz}$ die Beziehung

$$\frac{v}{v_\infty} = \frac{4}{f'(a e^{i\varphi})} \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \alpha \right) \cos \frac{\varphi}{2} \quad (14)$$

Für den Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ ergibt sich hieraus

$$\left(\frac{v}{v_\infty} \right)_{\alpha=0} = 2 \left| \frac{\sin \varphi}{f'(a e^{i\varphi})} \right| \quad (15)$$

und daher für einen beliebigen Anstellwinkel α

$$\frac{v}{v_\infty} = \left(\frac{v}{v_\infty} \right)_{\alpha=0} \frac{\sin \left(\frac{\varphi}{2} + \alpha \right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} \quad (16)$$

Die Druckverteilung erhält man aus der bekannten Formel

$$\frac{\Delta p}{\rho} = 1 - \left(\frac{v}{v_\infty} \right)^2 \quad (17)$$

wobei $\Delta p = p - p_\infty$ ist und p_∞ den Druck im Unendlichen, $q = \frac{\rho}{2} v_\infty^2$ den Staudruck bedeutet.

Für kleine Anstellwinkel α ist wegen (14) $\frac{v}{v_\infty}$ an derselben Stelle des Profils näherungsweise eine ganze lineare Funktion von α . Bezeichnen

wir die Druckdifferenz in Profilpunkten, welche zu den Parametern φ und $-\varphi$ gehören, als den örtlichen Auftrieb, so folgt aus (14) und (17):

Die Auftriebsverteilung eines symmetrischen oder auch eines wenig gewölbten Profils ist bei kleinem Anstellwinkel α näherungsweise eine ganze lineare Funktion von α .

Es seien X, Y die Komponenten des Auftriebs, den die Strömung mit dem Anstellwinkel α und der Geschwindigkeit v_∞ im Unendlichen am Profil erzeugt. Dann ist nach Blasius

$$X - iY = \frac{\rho}{2} i \oint \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz,$$

wobei das Integral in positivem Sinne über eine geschlossene doppelpunktfreie stetige Kurve zu erstrecken ist, welche das Profil umschließt.

Bildet man mit Benutzung von (12) $\frac{dw}{dz}$ und setzt man für $f(\zeta)$ die Reihenentwicklung (1) ein, so ergibt die Integration über einen großen Kreis um den Nullpunkt der ζ -Ebene

$$\left. \begin{aligned} X &= 4\pi \rho a v_\infty^2 \sin^2 \alpha = \rho v_\infty \Gamma \sin \alpha, \\ Y &= 4\pi \rho a v_\infty^2 \sin \alpha \cos \alpha = \rho v_\infty \Gamma \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Der Auftrieb selbst wird also

$$A = 4\pi \rho a v_\infty^2 \sin \alpha = \rho v_\infty \Gamma \quad (19)$$

Mit dem Auftriebsbeiwert c_a und der Profillänge l ist nun

$$A = c_a \frac{\rho}{2} v_\infty^2 l,$$

somit

$$c_a = \frac{8\pi a}{l} \sin \alpha \quad (20)$$

Die Formeln für das Moment nehmen bei unserer Normierung der Abbildungsfunktion eine besonders durchsichtige Gestalt an. Wir bezeichnen mit M_0 das Moment des Auftriebs in bezug auf den Koordinatenanfangspunkt. Nach Blasius ist dann

$$M_0 = -\frac{\rho}{2} \Re \left(\oint \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 z dz \right),$$

wobei $\Re$ den Realteil des Integrals bedeutet. Das Moment ist positiv, wenn es das Profil im entgegengesetzten Uhrzeigerdreh Sinn zu drehen sucht, also schwanzlastig ist. Führt man wieder $\frac{dw}{dz}$ und die Reihenentwicklung (1) für $f(\zeta)$ ein, so ergibt die Integration über einen großen Kreis um den Nullpunkt der ζ -Ebene nach dem Residuensatz

$$M_0 = 2\pi \rho v_\infty^2 [-a B_0 + (B_1 + a B_0) \cos 2\alpha + (A_1 + a A_0) \sin 2\alpha] \quad (21)$$

Wir erkennen, daß der Auftrieb A (Gl. (19)) abgesehen von der Anströmgeschwindigkeit und dem Anstellwinkel von der Abbildungsfunktion nur insoweit abhängt, als durch sie der Radius a des Bildkreises in der ζ -Ebene bestimmt wird. Auf den Wert des Moments haben dagegen außerdem noch die Koeffizienten $C_0 = A_0 + i B_0$ und $C_1 = A_1 + i B_1$ der Abbildungsfunktion $z = \zeta + C_0 + \frac{C_1}{\zeta} + \frac{C_2}{\zeta^2} + \dots$ einen Einfluß.

Eine Änderung der Konstanten C_0 bedeutet lediglich eine Parallelverschiebung des Profils in der z -Ebene. Wählen wir nun C_0 derart, daß für die in Gl. (21) auftretenden Koeffizienten von $\sin 2\alpha$ und $\cos 2\alpha$

$$A_1 + a A_0 = 0, \quad B_1 + a B_0 = 0 \quad (22)$$

gilt, so erhält das Profil eine solche Lage, daß sein Moment in bezug auf den Koordinatenanfangspunkt vom Anstellwinkel unabhängig wird.

Unter den Bedingungen (22) ist also der Koordinatenanfangspunkt der Neutralpunkt (Brennpunkt) des Profils.

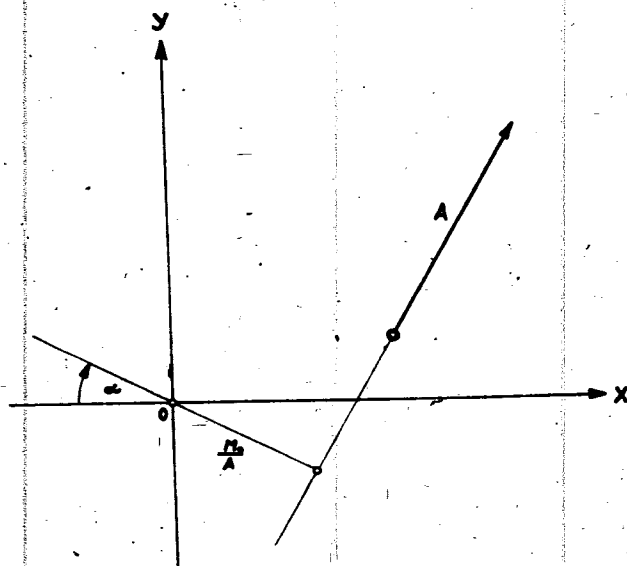


Bild 7. Zur Bestimmung der Gleichung der Auftriebsparabel.

Aus den Beziehungen (18) für die Auftriebskomponenten folgt, daß der Auftriebsvektor auf der Anströmrichtung senkrecht steht. Die Gleichung der Geraden, welcher der Auftriebsvektor angehört, hat demnach die Hessesche Normalform

$$G \equiv x \cos \alpha - y \sin \alpha - \frac{M_0}{A} = 0$$

(s. Bild 7). Es sei nun O der Neutralpunkt, also (22) erfüllt. Dann haben wir wegen (21) und (19)

$$\frac{M_0}{A} = -\frac{1}{2} \frac{B_0}{\sin \alpha}$$

also

$$G \equiv x \cos \alpha - y \sin \alpha + \frac{B_0}{2 \sin \alpha} = 0.$$

Die Einhüllende dieser Geradenschar bei variablem α ergibt sich durch Elimination von α aus den Gleichungen

$$G = 0, \quad \frac{\partial G}{\partial \alpha} = 0$$

zu

$$x^2 = -2 B_0 y + B_0^2$$

(Gleichung der Auftriebsparabel).

Die Auftriebsparabel reduziert sich auf eine Gerade, wenn $B_0 = 0$ und damit gleichbedeutend wegen (22) $B_1 = 0$ ist.

Das Profil ist also dann und nur dann druckpunktfest, wenn $B_1 = 0$ ist.

Mit Benutzung des Beiwertes c_m gilt für das Moment die Beziehung

$$M_0 = c_m \frac{\rho}{2} v_\infty^2 l^2.$$

Wegen (21) und (22) lautet somit der Momentenbeiwert in bezug auf den Neutralpunkt

$$c_{m_0} = 4 \pi \frac{B_1}{l^2} \dots \dots \dots (23)$$

4. Aerodynamische Eigenschaften des konformen Mittels zweier Profile.

Wir untersuchen zunächst den Zusammenhang zwischen den Strömungsgeschwindigkeiten auf den Konturen zweier Profile und der Geschwindigkeit auf der Kontur des konformen Mittels der beiden Profile.

Es genügt, wenn wir zunächst nur Geschwindigkeitsverteilungen für den Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ betrachten, weil nach Gl. (16) aus einer solchen Verteilung die Geschwindigkeitsverteilung für einen beliebigen Anstellwinkel leicht berechnet werden kann.

Mit $z_1(\zeta)$, $z_2(\zeta)$ werden wie bisher die Abbildungsfunktionen des Kreisbereiches $|\zeta| \geq a$ auf das Äußere der beiden Profile bezeichnet. Bilden wir mit Hilfe der Funktion

$$\zeta^* = \zeta + \frac{a^2}{\zeta}$$

den Bereich $|\zeta| \geq a$ auf das Äußere des geraden Schlitzes in der ζ^* -Ebene zwischen den Punkten $\zeta^* = -2a$ und $\zeta^* = 2a$ ab, so sind $z_1(-\zeta^*)$, $z_2(-\zeta^*)$ die Umkehrfunktionen der Strömungsfunktionen der beiden Profile für die Strömungsgeschwindigkeit 1 im Unendlichen und den Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$.

Es gilt also

$$\frac{d\zeta^*}{dz_1} = \frac{v_1}{v_\infty} e^{-i\theta_1}, \quad \frac{d\zeta^*}{dz_2} = \frac{v_2}{v_\infty} e^{-i\theta_2}$$

für die Anströmgeschwindigkeit v_∞ im Unendlichen. Dabei sind v_1 , v_2 die Geschwindigkeiten, θ_1 , θ_2 die Strömungsrichtungen in den konform zugeordneten Punkten z_1 und z_2 . Für das konforme Mittel ist

$$z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}$$

also

$$\frac{dz}{d\zeta^*} = \frac{\frac{dz_1}{d\zeta^*} + \lambda \frac{dz_2}{d\zeta^*}}{1 + \lambda}$$

Ist v die Geschwindigkeit, θ die Strömungsrichtung für das konforme Mittel, so haben wir

$$\frac{d\zeta^*}{dz} = \frac{v}{v_\infty} e^{-i\theta}$$

folglich

$$\frac{v_\infty}{v} e^{i\theta} = \frac{\frac{v_\infty}{v_1} e^{i\theta_1} + \lambda \frac{v_\infty}{v_2} e^{i\theta_2}}{1 + \lambda}$$

und

$$\frac{1}{v} \cos \theta = \frac{1}{1 + \lambda} \left(\frac{1}{v_1} \cos \theta_1 + \frac{\lambda}{v_2} \cos \theta_2 \right),$$

$$\frac{1}{v} \sin \theta = \frac{1}{1 + \lambda} \left(\frac{1}{v_1} \sin \theta_1 + \frac{\lambda}{v_2} \sin \theta_2 \right).$$

Die Geschwindigkeit an einer Stelle z des konformen Mittels ergibt sich demnach aus den Geschwindigkeiten v_1 , v_2 und den Strömungsrichtungen θ_1 , θ_2 an den zugehörigen Stellen z_1 und z_2 gemäß der Formel

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{1 + \lambda} \sqrt{\frac{1}{v_1^2} + \frac{\lambda^2}{v_2^2} + \frac{2\lambda}{v_1 v_2} \cos(\theta_2 - \theta_1)} \quad (24)$$

Für wenig voneinander abweichende Ausgangsprofile kann $\cos(\theta_2 - \theta_1) \sim 1$ gesetzt werden. Die strenge Formel (24) geht dann in die Näherungsformel

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{1 + \lambda} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{\lambda}{v_2} \right) \dots \dots \dots (25)$$

über. Es ist also v näherungsweise das gewogene harmonische Mittel zwischen v_1 und v_2 .

Die Formeln (24) und (25) gelten auch für einen beliebigen Anstellwinkel α , denn zu den Punkten z_1 , z_2 , z gehört derselbe Wert ζ des Kreises $|\zeta| = a$, also das gleiche φ in der Formel (16).

Bei gleichem Anstellwinkel und gleicher Anströmgeschwindigkeit ist der Auftrieb des konformen Mittels der gleiche wie der Auftrieb der Einzelprofile. Das zeigt Gl. (19), weil alle drei Profile denselben Wert a besitzen. Für die zugehörigen Auftriebsbeiwerte c_{a1} , c_{a2} und c_a gilt

$$c_{a1} = \frac{8 \pi a}{l_1} \sin \alpha, \quad c_{a2} = \frac{8 \pi a}{l_2} \sin \alpha,$$

$$c_a = \frac{8 \pi a}{l} \sin \alpha,$$

also näherungsweise wegen Gl. (6)

$$\frac{1}{c_a} = \frac{1}{1 + \lambda} \left(\frac{1}{c_{a1}} + \frac{\lambda}{c_{a2}} \right) \dots \dots \dots (26)$$

Der Auftriebsbeiwert des konformen Mittels ist demnach näherungsweise gleich dem gewogenen harmonischen Mittel der Auftriebsbeiwerte der Ausgangsprofile.

Bei der Profilauswahl in der Praxis erhebt sich die Frage, welche Wölbung neben sonst gleichen Eigenschaften am vorteilhaftesten ist. Sie wird in der Weise beantwortet, daß man für einige Profile verschiedener Wölbung die Polare zeichnet, ihre Einhüllende bestimmt und denjenigen ihrer Punkte ermittelt, der zu dem c_z -Wert des normalen Flugzustandes gehört. Die Polare, welche die Einhüllende in diesem Punkte berührt, ist die Polare des gesuchten Profils. Dieses Profil ist dadurch ausgezeichnet, daß es bei dem gegebenen c_a unter allen Vergleichsprofilen den geringsten Widerstand besitzt. Dieser Wert ist jedoch im allgemeinen von dem $c_{a\text{opt}}$ des Profils, bei dem der kleinste Widerstand des Profils (ohne Rücksicht auf andere Profile) angenommen wird, verschieden.

Der geometrische Begriff der Wölbung ist für theoretische Untersuchungen unbrauchbar. Wir betrachten statt dessen denjenigen, für die Wölbung charakteristischen Wert $c_a = c_a^*$, bei dem das Profil möglichst glatt umströmt wird. Dementsprechend ist für den Schlitz (das unendlich dünne Profil) diejenige Strömung charakteristisch, welche überall endliche Geschwindigkeit besitzt, für das symmetrische Profil die symmetrische Anströmung. Wir denken uns nun ein beliebiges Profil durch konforme Mittelung eines symmetrischen Profils und eines Schlitzprofils entstanden. Der Auftriebsbeiwert für glatte Umströmung des Schlitzes sei c_{a1}^* . Der Auftriebsbeiwert für symmetrische Anströmung des symmetrischen Profils ist $c_{a1}^* = 0$. Als einfachste Näherung für den Auftriebsbeiwert bei glatter Umströmung des konformen Mittels setzen wir dann

$$c_a^* = \frac{\lambda l_2}{l_1 + \lambda l_2} c_{a1}^* \quad (27)$$

Wir betrachten diese Gleichung nachträglich als Definition für den bisher unscharfen Begriff der möglichst glatten Umströmung eines Profils mit runder Nase. Es möge darauf hingewiesen werden, daß diese Beziehung (27) nichts mit der Beziehung (26) zu tun hat, da in (26) zu c_{a1} und c_{a2} die gleichen Anstellwinkel gehören, während jetzt die zu c_a^* und c_{a1}^* gehörenden Anstellwinkel verschieden sind.

Wir haben schließlich noch das Moment des konformen Mittels zu bestimmen. Für die beiden Ausgangsprofile sei jetzt der Nullpunkt Neutralpunkt. Nach Gl. (23) sind dann die c_{m0} -Werte für die beiden Profile gegeben durch

$$c_{m0}^{(1)} = 4\pi \frac{B_1^{(1)}}{l_1^2}, \quad c_{m0}^{(2)} = 4\pi \frac{B_1^{(2)}}{l_2^2},$$

wobei $B_1^{(1)}$ und $B_1^{(2)}$ die Imaginärteile von $C_1^{(1)}$ und $C_1^{(2)}$ in den Entwicklungen (3) bedeuten. Der Nullpunkt ist auch Neutralpunkt für das konforme Mittel. Der Momentbeiwert hierfür ist

$$c_{m0} = 4\pi \frac{B_1}{l^2},$$

wobei $B_1 = \frac{B_1^{(1)} + \lambda B_1^{(2)}}{1 + \lambda}$ und näherungsweise $l = \frac{l_1 + \lambda l_2}{1 + \lambda}$ gilt. Somit folgt:

Der Momentenbeiwert für das konforme Mittel zwischen zwei Profilen mit den Momentenbeiwerten $c_{m0}^{(1)}$ und $c_{m0}^{(2)}$ ist näherungsweise

$$c_{m0} = (1 + \lambda) \frac{l_1^2 c_{m0}^{(1)} + \lambda l_2^2 c_{m0}^{(2)}}{(l_1 + \lambda l_2)^2} \quad (28)$$

Da für druckpunktfeste Ausgangsprofile $B_1^{(1)} = 0$, $B_1^{(2)} = 0$ ist, ergibt sich streng auch $B_1 = 0$.

Das konforme Mittel druckpunktfester Profile ist also ebenfalls druckpunktfest.

5. Grundzüge einer Profilsystematik.

Mit Hilfe der im vorhergehenden entwickelten Theorie des konformen Mittels läßt sich nun leicht eine für die Praxis brauchbare und hinreichend einfache Profilsystematik begründen. Dem Wesen der Methode des konformen Mittels entsprechend benötigen wir dazu einige einfache Grundprofile, aus denen alle gewünschten Profile durch Mittelung abzuleiten sind.

Die Theorie hat bisher nur wenige Profiltypen geliefert, deren Koordinaten und Geschwindigkeiten in wirklich einfacher Weise berechnet werden können. In erster Linie gehören hierher die symmetrischen Hyperbelpprofile, welche aus einem Hyperbelast mittels Transformation durch reziproke Radien entstehen, wenn der Mittelpunkt des Transformationskreises auf der Symmetrieachse des Hyper-

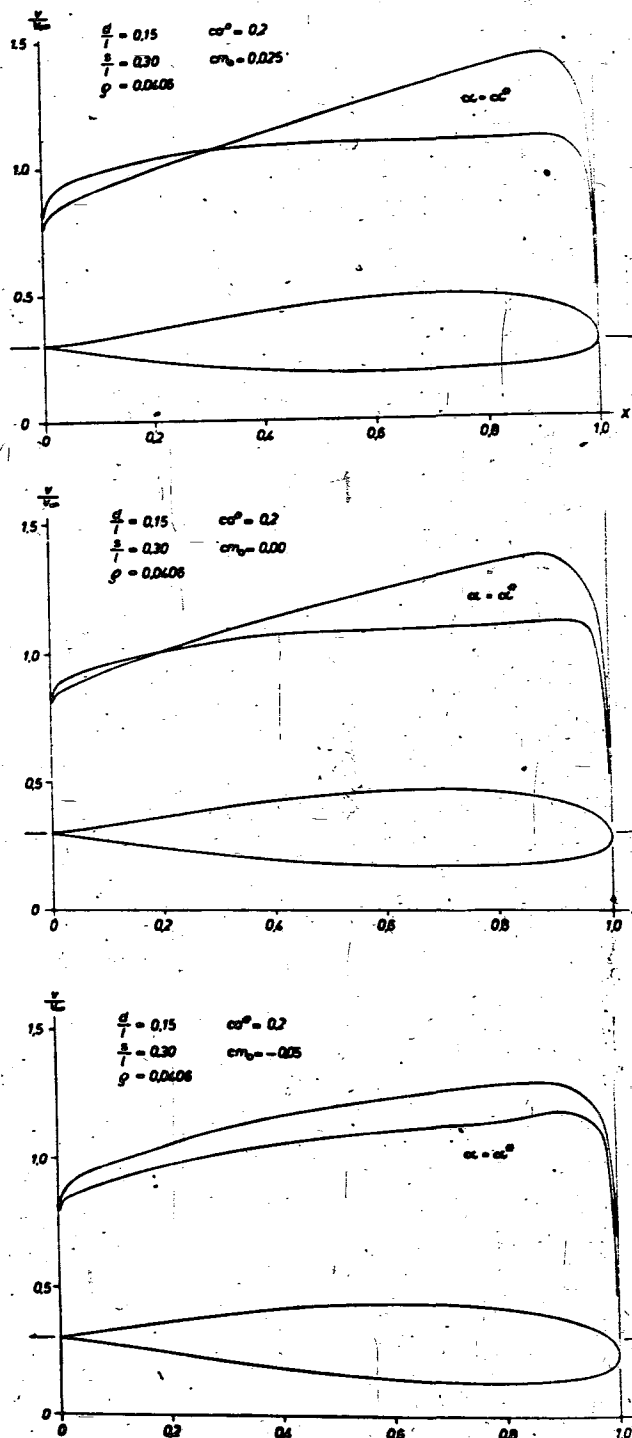


Bild 8. Drei Profile mit verschiedenen c_{m0} -Werten und ihre Geschwindigkeitsverteilungen bei glatter Umströmung.

belastet liegt. Einfach zu berechnen sind auch die symmetrischen Profile vom Joukowski-Typus, die nach einem Ansatz von v. Mises aus dem Einheitskreis in der z -Ebene durch eine Abbildung $z = f(\zeta)$ entstehen, deren Ableitung eine Entwicklung von der Form

$$\frac{dz}{d\zeta} = \left(1 + \frac{1}{\zeta}\right) \left(1 - \frac{1}{\zeta} + \frac{c_2}{\zeta^2} + \frac{c_3}{\zeta^3} + \dots\right)$$

mit reellen c_n besitzt²⁾.

Außer diesen beiden Typen ist nur noch die Birnbaum-Glauert-Weinigsche Theorie der Schlitzprofile³⁾ rechnerisch einfach zu handhaben.

Diese Schlitzprofile werden vom Praktiker als Skelettlinien verwendet, während dagegen die beiden zuerst genannten Typen ohne weiteres praktisch wenig brauchbar sind, die Hyperbelp Profile, weil sie eine zu spitze Nase besitzen und die Joukowski-Typen, weil ihre Hinterkantenwinkel Null sind.

Die Methode des konformen Mittels gestattet aber sofort, diese symmetrischen Profiltypen in praktisch brauchbare Formen umzuwandeln. Zunächst gilt:

Durch Mittelung mit einem geraden Schlitz läßt sich jedes Profil auf ein vorgegebenes Verhältnis d/l von Dicke zu Länge bringen.

Wir nehmen nun z. B. ein Hyperbelpprofil mit 30% Dickenrücklage und bestimmen zwei Joukowski Typen mit der gleichen Dickenrücklage, mit der gleichen Dicke und zwei verschiedenen Nasenradien, wobei der eine Nasenradius gleich dem des Hyperbelp Profils sei.

Durch Mittelung des Hyperbelp Profils mit dem Joukowski profil vom gleichen Nasenradius erhalten wir Profile von demselben Nasenradius mit beliebiger Hinterkante. Durch eine zweite Mittelung mit dem anderen Joukowski Typ können wir den Nasenradius beliebig verändern. Man erkennt, daß man beide Mittelungen so einrichten kann, daß das entstehende symmetrische Profil einen vorgegebenen Nasenradius und einen vorgegebenen Hinterkantenwinkel besitzt. Entsprechend kann man mit einem Hyperbelpprofil von 40% Dickenrücklage verfahren. Durch Mittelung von

Profilen mit 30% und 40% Dickenrücklage erhält man schließlich jede andere gewünschte Dickenrücklage. Wir erkennen also:

Durch konforme Mittelungen zwischen höchstens zwei Hyperbelpprofilen und vier Joukowski Typen läßt sich ein symmetrisches Profil konstruieren, von dem die größte Dicke und ihre Lage, der Nasenradius und der Hinterkantenwinkel vorgegeben sind und dessen Geschwindigkeitsverteilung man kennt.

Dabei ist folgender Umstand wichtig: Wir haben zur Bestimmung von Längen, Nasenradien usw. Näherungen verwendet, die in normalen Bereichen hinreichend genau sind. Es wird aber das gewonnene Profil in Wahrheit kleiner, wenn auch praktisch bedeutungslose Abweichungen von den vorgegebenen Größen aufweisen. Die Geschwindigkeitsverteilung gehört jedoch streng zu dem gewonnenen Profil.

An Stelle der im vorhergehenden benutzten Hyperbel- und Joukowski Profile lassen sich selbstverständlich auch andere Profiltypen mit bekannter Abbildung in ganz entsprechender Weise verwenden.

Zur Herstellung eines gewölbten Profils mitteln wir ein symmetrisches Profil mit einem Schlitzprofil. Durch geeignete Wahl des symmetrischen Profils und der aerodynamischen Konstanten c_a^* , c_{m_0} , der Wölbungslage u. dgl. für den Schlitz erreichen wir schließlich folgendes Ergebnis:

Durch konforme Mittelung lassen sich normale⁴⁾ Profile mit allen üblichen geometrischen und aerodynamischen Daten und deren Geschwindigkeitsverteilungen bestimmen.

Bild 8 zeigt einige auf diese Weise gewonnene Profile und deren Geschwindigkeitsverteilungen bei glatter Umströmung⁵⁾.

²⁾ F. Ringleb, Eine neue Klasse von Profilen mit bekannter Strömung (Messerschmitt A.-G., im Manuskript verbrettet, 1939).

³⁾ F. Weinig, Beitrag zur Theorie dünner schwach gewölbter Tragflügelprofile. Z. angew. Math. Mech. Bd. 14 (1934), S. 279.

⁴⁾ Gemeint sind nicht zu dicke, schwach gewölbte Profile, so wie sie heute in der Technik fast ausschließlich Verwendung finden. In ähnlicher Weise lassen sich aber auch außergewöhnliche Profilformen herstellen, wie sich die Methode der konformen Mittelung überhaupt zur Herstellung der konformen Abbildungen verschiedenartigster Bereiche eignet.

⁵⁾ Bei der rechnerischen und konstruktiven Durchführung der Beispiele wurde der Verfasser in dankenswerter Weise von Herrn Dipl.-Ing. R. Langsch unterstützt.

Der Knoller-Betz-Effekt als Mittel zur Erhöhung des Wirkungsgrades von Schlagflügeln*).

Von Wilhelm Schmidt und Georg Reichstein.

Bericht der Henschel Flugzeugwerke A.-G., Berlin-Schönefeld.

Es wird erstmalig gezeigt, daß ein konstruktiv wohl möglicher Schlagflügel nach Bild 1 — bestehend aus einem vorderen Flügel mit auf und ab schwenkendem Ruder und einem dahinterliegenden zweiten Flügel — einen Wirkungsgrad von 100% haben kann, wenn die Schlagfrequenz des Ruders und die Länge des hinteren Flügels aufeinander abgestimmt sind.

I. Zweck und Umfang der Untersuchung.

Über die Vortriebserzeugung mittels Schlagflügel ist bereits bekannt, daß man mit einem parallel auf und ab bewegten Flügel einen großen Vortrieb bei möglichst 100% Wirkungsgrad nur dann erzeugen kann, wenn man eine große Fläche langsam auf und ab bewegt. Das ist konstruktiv sehr schwierig. Viel leichter ist es schon, einen Flügel um eine Achse parallel zur Vorderkante auf und ab zu schwenken. Leider beträgt dabei der Höchstwirkungsgrad nur 50%.

Im Hinblick hierauf ist man zunächst geneigt, den Schlagflügel als Vortriebserzeuger überhaupt abzulehnen. Das ist aber insofern nicht ratsam, als die Schlagflügel-forschung noch längst nicht abgeschlossen ist. Man sollte vielmehr bestrebt sein, den Wirkungsgrad des konstruktiv möglichen, um eine Achse parallel zur Vorderkante schwenkenden Schlagflügels zu verbessern.

Bereits in den Veröffentlichungen [1] und [2] wurde darauf hingewiesen, daß eine Auf- und Abbewegung der Luft, durch die ein Flügel hindurchbewegt wird, widerstandsvermindernd, ja sogar vortriebserzeugend sein kann. Diese Erscheinung ist unter der Bezeichnung „Knoller-Betz-Effekt“ in das Schrifttum eingegangen.

In einer Patentschrift [3] wurde auch schon ein Flugzeug mit tandemartig hintereinander angeordneten Tragflächen vorgeschlagen, dessen vorderer Flügel zwecks Erzeugung eines Vortriebes um seine Vorderkante auf und ab geschwenkt wird. Dabei wurde unter anderem darauf hingewiesen, daß der hintere Flügel durch eine auf und ab geworfene Luft hindurchbewegt wird, also auf Grund des Knoller-Betz-Effektes eine Widerstandsverminderung erfahren muß.

Auf eine quantitative Bestimmung des Vortriebes und Wirkungsgrades eines solchen Schlagflügels wird in der Patentschrift nicht eingegangen. Eine solche Bestimmung ist Gegenstand der vorliegenden Untersuchung.

Dabei wird das in Bild 1 dargestellte Flügelsystem zugrunde gelegt. Es unterscheidet sich von dem in obiger Patentschrift vorgeschlagenen insbesondere dadurch, daß der hintere Teil des vorderen Flügels als Ruder ausgebildet ist und nur dieses auf und ab geschwenkt wird. Hierdurch wird die konstruktive Lösung weiterhin bedeutend vereinfacht. Außerdem sind beide Flügel durch unendlich lange Platten ersetzt, um die Untersuchung so einfach als möglich zu gestalten.

Für die rechnerische Verfolgung der Umströmung eines solchen Flügelsystems sind bereits mehrere Unterlagen vorhanden.

In der Veröffentlichung [4] wird ein Flügel behandelt, dessen hinterer Teil als Ruder ausgebildet ist und um seine Ruderachse auf und ab geschwenkt wird. Die Behandlung

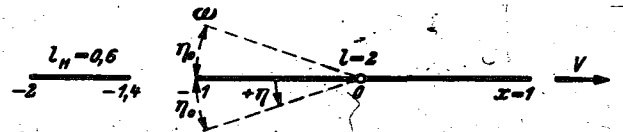


Bild 1. Der untersuchte Schlagflügel.

enthält auch den in Bild 1 dargestellten vorderen Flügel, dessen Ruderachse in der Flügelmittte liegt. Das hat uns veranlaßt, unsere Untersuchung unmittelbar an obige anzuschließen und mit den gleichen Bezeichnungen durchzuführen. Vortrieb und Wirkungsgrad werden in der Veröffentlichung [4] nicht behandelt. Hierüber findet man die ersten Ansätze in der Arbeit [5], weitere Ansätze in [6]. In den Veröffentlichungen [7] und [8] wird der allgemeinste Fall eines auf und ab bewegten Flügels untersucht. Hierin ist also auch der Flügel mit schwenkendem Ruder enthalten. Zahlenmäßig wird aber über den Wirkungsgrad auch hier nichts mitgeteilt.

Obige Veröffentlichungen erstrecken sich sämtlich nur über einen einzigen Flügel allein. Ansätze über zwei hintereinanderliegende Flügel findet man in der Arbeit [9], allerdings nur für den stationären Fall. Diese Ansätze lassen sich ohne Schwierigkeiten auch auf den instationären Fall und insbesondere auf den Schlagflügel nach Bild 1 anwenden. Eine strenge Lösung hierfür ist bisher aber noch nicht bekannt.

Eine solche wird auch in der vorliegenden Untersuchung nicht mitgeteilt. Wir haben uns vielmehr für eine schrittweise Näherungslösung entschieden, in der jeweils ein Flügel allein im Wirbelfeld des anderen liegend angenommen wird. So wird zunächst nur das Wirbelfeld und die daraus folgende Quergeschwindigkeit des vorderen Flügels berechnet. Als dann wird der hintere Flügel in das Feld des vorderen hineingelegt und ein neues zum hinteren Flügel gehöriges Wirbelfeld so bestimmt, daß die davon herrührende Quergeschwindigkeit am Ort des hinteren Flügels die vom vorderen gerade aufhebt. Der hierzu gehörige Vortrieb des hinteren Flügels wird zum Vortrieb des vorderen addiert und zur Berechnung des Gesamtwirkungsgrades herangezogen. Damit ist der erste Schritt der Näherungsrechnung beendet. Im zweiten Schritt wäre die Einwirkung des zum hinteren Flügel gehörigen Quergeschwindigkeitsfeldes auf den vorderen und die damit verbundene Vortriebsänderung des vorderen Flügels zu berechnen. Auf diesen und alle weiteren Schritte wird bewußt verzichtet, da bereits der erste Schritt das wesentliche Ergebnis liefert, nämlich, daß es mit Hilfe des hinteren Flügels möglich ist, den Wirkungsgrad des Schlagflügels auf 100% zu erhöhen. In der nun folgenden Untersuchung wird im einzelnen gezeigt, wie sich der hohe Wirkungsgrad ergibt und wie er zu erklären ist.

II. Die Wirkungsgraderhöhung und ihre Begründung.

Führt man für die Auf- und Abbewegung des Ruders unter Benutzung der in Bild 1 erklärten Bezeichnungen ein Sinusgesetz

$$\eta = \eta_0 \sin \frac{l \omega}{2 V} s$$

* P 34.

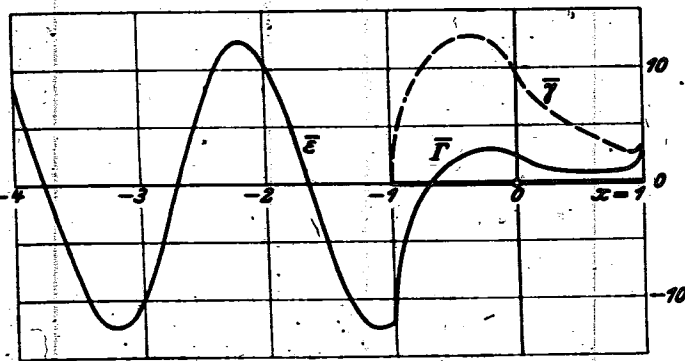


Bild 2. Die vom vorderen Flügel erzeugten, auf der x -Achse liegenden Wirbel für den Fall $\frac{l\omega}{2V} = 3$ und $\cos \frac{l\omega}{2V} s = 1$.

in, wobei V die Fluggeschwindigkeit und ω die Schlagfrequenz, außerdem $s = \frac{2V}{l} t$ und t die Zeit ist, so läßt sich für eine gegebene Schlagfrequenz insbesondere auch der zu einer bestimmten Zeit und zu einem bestimmten Ort der x -Achse gehörige Wert der Wirbel und der von diesen induzierten Quergeschwindigkeiten als Summe aus einer Kosinus- und einer Sinusschwingung darstellen. Beispielsweise gilt für die freien Wirbel:

$$\epsilon(x, s) = \epsilon_c(x) \cos \frac{l\omega}{2V} s + \epsilon_s(x) \sin \frac{l\omega}{2V} s.$$

Hiervon wird für die weitere Betrachtung nur der Sonderfall $\cos \frac{l\omega}{2V} s = 1$ benötigt. Es werden daher auch nur die zu diesem Sonderfall gehörigen Werte mitgeteilt. Dabei wird auf den Index c verzichtet.

Bild 2 zeigt das zu $\frac{l\omega}{2V} = 3$ gehörige Wirbelfeld des vorderen Flügels, bestehend aus den Plattenwirbeln $\bar{F}$ und den freien Wirbeln $\bar{\epsilon}$. Außerdem sind noch die gebundenen Wirbel $\bar{\gamma}$ eingetragen, die für die augenblickliche Druckverteilung maßgebend sind. Hierin bedeutet beispielsweise $\bar{\gamma} = \frac{\pi^2}{V\eta_0} \epsilon$ usw.

Die durch das Wirbelfeld erzeugten Quergeschwindigkeiten w sind in Bild 3 in der Form $\bar{w} = \frac{\pi^2}{V\eta_0} w$ dargestellt. Hierin bedeutet $\bar{w}$, die von den freien Wirbeln und $\bar{w}_F$, die von den Plattenwirbeln hervorgerufene Quergeschwindigkeit. $\bar{w}_\eta$ ist die zur Ruderwinkelgeschwindigkeit η gehörige Quergeschwindigkeit. In der Tat erfüllen die von den freien und den Plattenwirbeln hervorgerufenen Quergeschwindigkeiten $\bar{w}_\epsilon$ und $\bar{w}_F$ am Ort des Flügels die vorgegebene Bedingung: An der Flosse heben sie sich auf und am Ruder liefern sie die eingeleitete Rudergeschwindigkeit $\bar{w}_\eta$.

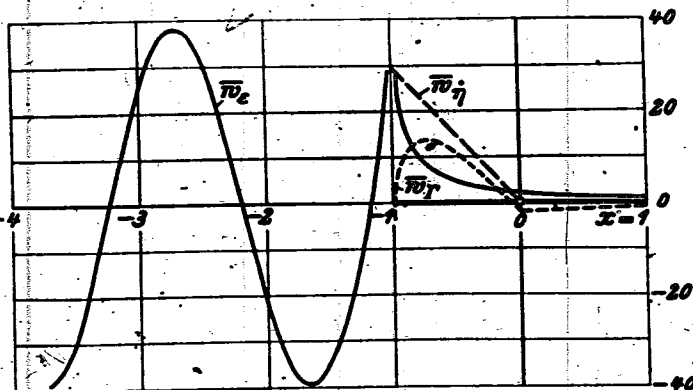


Bild 3. Die durch das Wirbelfeld nach Bild 2 am Ort der x -Achse erzeugten Quergeschwindigkeiten.

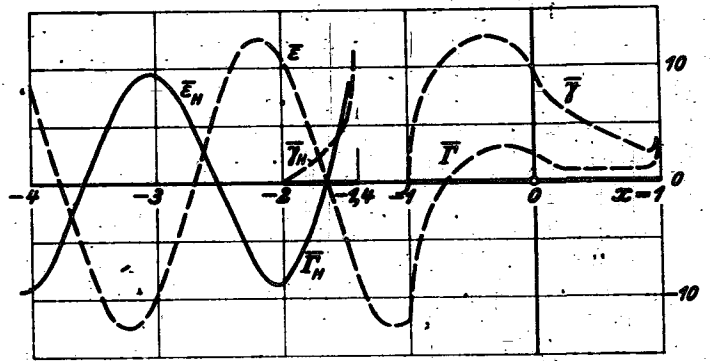


Bild 4. Die vom vorderen und hinteren Flügel erzeugten, auf der x -Achse liegenden Wirbel für den Fall $\frac{l\omega}{2V} = 3$ und $\cos \frac{l\omega}{2V} s = 1$.

Bringt man in dieses Quergeschwindigkeitsfeld den hinteren Flügel hinein, der von $x = -1,4$ bis $x = -2$ reicht, so erfährt dieser eine Queranströmung, die sich nach obigem periodisch ändert und somit die Voraussetzung für das Auftreten des Knoller-Betz-Effektes, d. h. eines zusätzlichen Vortriebes liefert.

Zur Berechnung dieses Vortriebes hat man zunächst die zur vorgegebenen Quergeschwindigkeit gehörige Wirbelverteilung des hinteren Flügels zu berechnen. Diese ist mit dem Index H versehen und in Bild 4 neben der zum vorderen Flügel gehörigen eingetragen. Es zeigt sich insbesondere, daß die freien Wirbel des vorderen Flügels durch die vom hinteren Flügel abgehenden zum Teil aufgehoben werden. Der hintere Flügel ist gleichsam imstande, der vom vorderen Flügel sonst unausgenutzt abwandernden Wirbelenergie einen guten Teil zu entziehen, so daß die hinter dem Flügelsystem zurückbleibende und damit endgültig verlorene Wirbelenergie kleiner wird. Hiernach ist zu vermuten, daß der Wirkungsgrad des Schlagflügels durch Hinzufügen eines hinteren Flügels vergrößert werden kann.

Diese Vergrößerung des Wirkungsgrades ist aus Bild 5 zu ersehen. Hier ist der Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der dimensionslosen Schlagfrequenz $\frac{l\omega}{2V}$ aufgetragen. Für den vorderen Flügel allein steigt der Wirkungsgrad mit wachsender Schlagfrequenz bis auf einen Höchstwert von 50% dauernd an, wie die gestrichelte Kurve zeigt. Demgegenüber wächst der Wirkungsgrad des Flügelsystems zunächst bis zu einem Höchstwert, um dann wieder abzufallen. Das Anwachsen des Wirkungsgrades auf über 100% ist darauf zurückzuführen, daß die Rechnung bereits nach

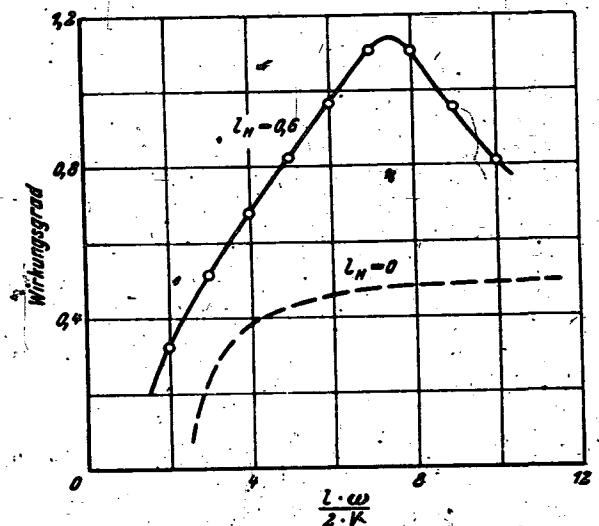


Bild 5. Der Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der dimensionslosen Schlagfrequenz. (1. Näherung.)

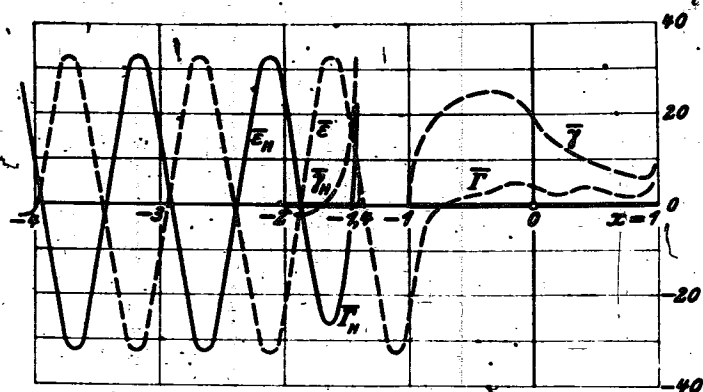


Bild 6. Die vom vorderen und hinteren Flügel erzeugten, auf der x -Achse liegenden Wirbel für den Fall $\frac{l\omega}{2V} = 6$ und $\cos \frac{l\omega}{2V} s = 1$.

dem ersten Schritt der Näherungslösung abgebrochen wurde. Selbstverständlich kann der Wirkungsgrad einen Höchstwert von 100% nicht überschreiten. Ein solcher aber ist für den Schlagflügel nach Bild 1 bei einer Schlagfrequenz $\frac{l\omega}{2V} \approx 7,5$ zu erwarten.

Bild 6 zeigt das Wirbelfeld für den Fall $\frac{l\omega}{2V} = 6$, also eine Frequenz, die nahe an der zum Höchstwirkungsgrad gehörigen liegt. Hiernach heben sich die vom vorderen und hinteren Flügel abgehenden Wirbel nahezu auf. Die abgehende Wirbelenergie ist also sehr klein. Wenn aber die Verlustenergie nur klein ist, muß fast die volle aufgewendete Leistung in Nutzleistung umgewandelt worden sein, der Wirkungsgrad in Übereinstimmung mit Bild 5 also nahezu 100% betragen.

Die Tatsache, daß der Höchstwirkungsgrad nur bei einer ganz bestimmten Schlagfrequenz erreicht wird, deutet darauf hin, daß zwischen der Frequenz einerseits und der Länge des hinteren Flügels andererseits eine ganz bestimmte Abhängigkeit besteht. Offenbar müssen bei einer derartigen Flügelsystem die Schlagfrequenz des Ruders und die Länge des hinteren Flügels aufeinander abgestimmt sein.

Schrifttum.

- [1] R. Knoller, Die Gesetze des Luftwiderstandes. Flug- und Motortechnik (Offizielle Mitteilungen des Österreichischen Flugtechnischen Vereines, Wien) 111. Jahrgang, Nr. 21, 10. Juli 1909, S. 1—7 und Nr. 22, 25. Juli 1909, S. 1—6, sowie R. Knoller, Zur Theorie des Segelfluges. Z. Flugtechn. Bd. 4 (1913), S. 13 und 14.
- [2] A. Betz, Ein Beitrag zur Erklärung des Segelfluges. Z. Flugtechn. Bd. 3 (1912), S. 269—272.
- [3] Fritz Stamer, Flugzeug mit tandemartig hintereinander angeordneten Tragflächen. Deutsche Patentschrift Nr. 458 827 vom 27. Nov. 1924.
- [4] Heinz Söhngen, Bestimmung der Auftriebsverteilung für beliebige instationäre Bewegungen (Ebenes Problem). Luftf.-Forschg. Bd. 17 (1940), S. 401—420.
- [5] Walter Birnbaum, Der Schlagflügelpropeller und die kleinen Schwingungen elastisch befestigter Tragflügel. Z. Flugtechn. Bd. 15 (1924), S. 128—134.
- [6] W. F. Durand, Aerodynamic Theory, Bd. 2, Chapter V, S. 280—310.
- [7] J. E. Garrick, Propulsion of a flapping and oscillating airfoil. National Advisory Committee for Aeronautics, Report Nr. 567, 1936.
- [8] Werner Schmeidler, Vortrieb und Widerstand. Z. angew. Math. u. Méch. Bd. 19 (1939), S. 65—86.
- [9] Heinz Söhngen, Auftrieb und Moment der geknickten Platte mit Spalt. Luftf.-Forschg., Bd. 17 (1940), S. 17 bis 22.

Der Einfluß des Rumpfes auf die statische Längsstabilität eines Flugzeuges*).

Von H. Liebe.

Bericht des Aerodynamischen Instituts der Technischen Hochschule Darmstadt.

Es wird ein einfaches Rechenverfahren angegeben, mit dem man den Einfluß eines beliebigen Rumpfes auf die statische Längsstabilität eines Flugzeuges abschätzen kann. Die Abhängigkeit des Stabilitätsbeitrages des Rumpfes von den verschiedenen Flugzeugdaten wird damit im einzelnen untersucht. Eine große Anzahl von Messungen wird mitgeteilt und die Zuverlässigkeit der Rechnung daran nachgeprüft.

Gliederung.

- I. Einleitung.
- II. Bezeichnungen.
- III. Theoretischer Teil.
- IV. Messungen.
- V. Schlußbemerkungen.
- VI. Anhang.

I. Einleitung.

a) Allgemeines. Es ist bekannt, daß ein Flugzeugrumpf ähnlich wie jeder langgestreckte Körper bei den im Flug vorkommenden Anströmrichtungen ein instabilisierendes Luftkraftmoment erzeugt, dessen Größe proportional dem Rumpfvolumen V ist. Im Momentenhaushalt des gesamten Flugzeuges spielt das Rumpfmoment natürlich eine um so größere Rolle, je größer das Rumpfvolumen im Verhältnis zu den Flügel- und Leitwerksabmessungen ist, mit anderen Worten, je größer das »relative Rumpfvolumen« ist, das zweckmäßig als $\frac{V}{F^{1/2}}$ definiert wird (F Flügelfläche).

Es sei hier gleich erwähnt, daß V im allgemeinen nicht das wirkliche Rumpfvolumen ist, sondern ein »wirksames Ersatzvolumen«, dessen physikalisch sinnvolle Definition weiter unten angegeben wird (s. Abschnitt I d).

Der Rumpf liefert Beiträge sowohl zum Längsmoment als auch zum Momenten um die Hochachse eines Flugzeuges. Hier wird nur sein Beitrag zum Längsmoment und ganz besonders sein Einfluß auf die statische Längsstabilität näher untersucht.

b) Der »Rumpfeinfluß«. Zunächst werde festgelegt, welche Größe zweckmäßig als »Rumpfeinfluß« einzuführen ist. Das Moment eines Flügels um einen beliebigen Punkt $X l_B$ seiner Sehne (s. Bild 1) kann man bei Beschränkung auf kleine Anstellwinkel schreiben.

$$M_{Fi} = M_{Fi_0} - A [X - X_n] l_B.$$

Dabei ist M_{Fi_0} das vom Anstellwinkel unabhängige Nullmoment, A der Auftrieb, $X_n l_B$ der Neutralpunkt des Flügels und l_B eine Bezugstiefe. Für eine Flügel-Rumpf-Kombination gilt ganz analog

$$M_K = M_{Fi} + M_R = M_K - A_K [X - X_{nK}] l_B$$

(Index K deutet Kombination an).

Die für die statische Längsstabilität maßgebenden Größen sind

$$\frac{d M_{Fi}}{d \alpha} = - \frac{d A}{d \alpha} [X - X_n] l_B$$

bzw.

$$\frac{d M_K}{d \alpha} = \frac{d M_{Fi}}{d \alpha} + \frac{d M_R}{d \alpha} = - \frac{d A_K}{d \alpha} [X - X_{nK}] l_B$$

*) P 31 4.

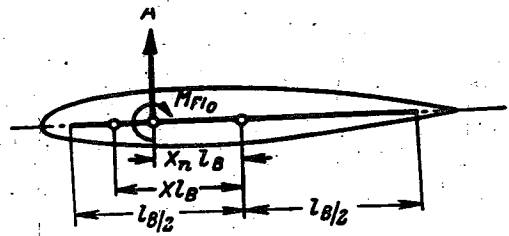


Bild 1. Zur Aufstellung der Momentengleichung.

Für die in erster Näherung praktisch erfüllte Voraussetzung, daß der Auftriebsanstieg der Kombination etwa gleich dem Auftriebsanstieg des Flügels allein ist, also

$$\frac{d A_K}{d \alpha} \approx \frac{d A}{d \alpha}$$

gilt, erhält man aus vorstehenden Gleichungen folgende Beziehung

$$\frac{d M_K}{d \alpha} - \frac{d M_{Fi}}{d \alpha} = \frac{d M_R}{d \alpha} = \frac{d A}{d \alpha} [X_{nK} - X_n] l_B = \frac{d A}{d \alpha} \Delta X_n l_B.$$

Man erkennt, daß sich der Einfluß des Rumpfes auf die statische Längsstabilität eines Flugzeuges im wesentlichen in einer Neutralpunktverschiebung auswirkt. $\Delta X_n > 0$ bedeutet Verschiebung nach vorn, also instabilisierendes Rumpfeinfluß.

Mit Einführung der dimensionslosen Beiwerte

$$c_a = \frac{A}{q F}$$

und

$$c_{m_R} = \frac{M_R}{q V}$$

erhält man für diese Neutralpunktverschiebung den Ausdruck

$$\Delta X_n l_B = \frac{d c_{m_R} / d \alpha}{d c_a / d \alpha} \frac{V}{F^{1/2}}$$

der zweckmäßig noch durch Multiplikation mit $F^{-1/2}$ von der Flugzeuggröße unabhängig gemacht wird. Damit ergibt sich schließlich die Beziehung

$$E = \frac{\Delta X_n l_B}{F^{1/2}} = \frac{A X_n l_B}{V A l_m} = \frac{d c_{m_R} / d \alpha}{d c_a / d \alpha} \frac{V}{F^{3/2}} \quad (1)$$

Die Größe E soll als »Rumpfeinfluß« bezeichnet werden. Der Rumpfeinfluß ist danach also die in geeigneter Weise, dimensionslos gemachte Neutralpunktverschiebung durch den Rumpf. Seine Berechnung ist nur eine Frage der Kenntnis von $\frac{d c_{m_R}}{d \alpha}$.

c) Über die Größe $\frac{d c_{m_R}}{d \alpha}$. Für einen alleinfahrenden

Rumpf (Luftschiff!) ist die Größe $\frac{d c_{m_R}}{d \alpha}$ bekannt. Sie ist theoretisch nur eine Funktion der Rumpfstreckung, praktisch aber auch noch etwas vom Momentenbezugspunkt ab-

hängig. Bei den Abmessungen, die Flugzeugrumpfe normalerweise haben, dürften für $\frac{d c_{mR}}{d \alpha}$ Werte von 1,6 bis 2 in Frage kommen. Dabei ist 2 der obere Grenzwert¹⁾.

Benutzt man etwa diesen Grenzwert zur Berechnung von E , so erhält man im allgemeinen zu hohe Werte gegenüber der Wirklichkeit, wie aus folgender Gegenüberstellung hervorgeht.

Beispiel	Rumpfeinfluß E	
	Rechnung m. $\frac{d c_{mR}}{d \alpha} = 2$	Messung
1	0,0140	0,0124
2	0,0227	0,0118
3	0,0286	0,0234

Man kann auch gar nicht erwarten, daß die Rechnung mit $\frac{d c_{mR}}{d \alpha} = 2$ richtige Ergebnisse liefert; denn schließlich liegt ein Flugzeugrumpf in einer Flügel-Rumpf-Kombination nicht wie ein alleinfahrender Rumpf in einer ungestörten Parallelströmung, sondern im Strömungsfeld des Flügels, was eine starke Abhängigkeit des Wertes $\frac{d c_{mR}}{d \alpha}$ und damit des Rumpfeinflusses von der Anordnung der Fläche im Rumpf und von den Flächenabmessungen zur Folge haben muß. Dies geht ganz klar aus folgenden Überlegungen hervor.

Nach dem Vorschlag von Munk kann man sich die beliebige schräge Anströmung eines Rumpfes in erster Annäherung zusammengesetzt denken aus einer Axialanströmung und einer ungefähr ebenen Queranströmung. Diese Vorstellung stimmt um so besser mit der Wirklichkeit überein, je länger der Rumpf im Verhältnis zu seinen Querabmessungen ist, d. h. je größer seine Streckung ist.

Für einen Flugzeugrumpf, der im Strömungsfeld der Fläche liegt, ergibt sich dann im einfachsten Fall folgendes idealisierte Strömungsbild (s. Bild 2): Ist v die unter dem Winkel α gegen die Achse des Rumpfelementes $f \cdot dx$ geneigte Anblasgeschwindigkeit, w die auf v senkrecht stehende von der Fläche herrührende Zusatzgeschwindigkeit, die klein gegen v angenommen werden kann, so setzt sich die resultierende Anströmung des Rumpfelementes zusammen aus der axialen Geschwindigkeit $v \cdot \cos \alpha_R$ und der Quergeschwindigkeit $v \cdot \sin \alpha_R$. Dabei ist $\alpha_R = \alpha + \Delta \alpha$ der resultierende örtliche Anblaswinkel und $\Delta \alpha \approx \frac{w}{v}$ der durch die Zusatzgeschwindigkeit w erzeugte Ablenkungswinkel der Strömung.

Für den einfachsten Fall, daß der Querschnitt f ein Kreis ist, wird dann von der Strömung auf das Rumpfelement eine Querkraft ausgeübt, die aus dem scheinbaren Impuls des kleinen Kreiszylinders $f dx$ zu berechnen ist zu

$$dP = \frac{d}{dx} (q \cdot f \cdot v \cdot \sin \alpha_R) \frac{dx}{dt} dx$$

mit

$$\frac{dx}{dt} = -v \cos \alpha_R$$

Daraus erhält man nach Vereinfachung und unter Beschränkung auf kleine Winkel α die Querkraftverteilung über die Rumpflänge

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{q v^2}{2} 2 \left[\frac{df}{dx} (\alpha + \Delta \alpha) + f \frac{d}{dx} (\alpha + \Delta \alpha) \right]$$

Darin ist der Ablenkungswinkel $\Delta \alpha$ eine Funktion des Abstandes des Rumpfelementes von der Fläche. Sie kann je nach Lage der Fläche im Rumpf verschiedene Werte für die gleiche Rumpfstellstelle annehmen. Damit wird auch $\frac{dP}{dx}$ sehr verschieden werden können.

¹⁾ Siehe z. B. Beitrag von M. Munk in Durand, Aerodynamic Theory Bd. I, S. 273 ff.

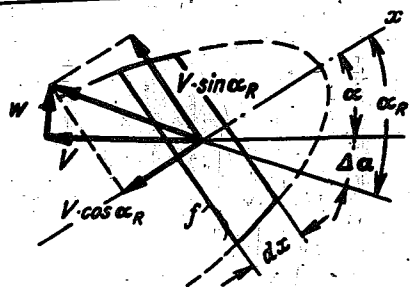


Bild 2. Schräg angeströmtes Rumpfelement.

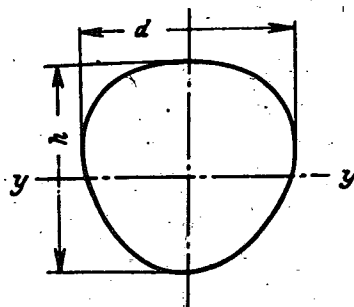


Bild 3. Zum wirksamen Ersatzrumpf.

Die Gesamtquerkraft, das Integral von $\frac{dP}{dx}$ über die Rumpflänge, verschwindet immer, wie man leicht nachrechnen kann, wenn f an den Rumpfen verschwindet. Da gegen wird das Moment der Querkräfte je nach der Δx Verteilung über die Rumpflänge die verschiedensten Beträge annehmen können; mit anderen Worten, das Rumpfmoment und damit der Rumpfeinfluß muß von der Lage der Fläche im Rumpf abhängig sein. Bei gegebenen sonstigen Verhältnissen ist der Ablenkungswinkel vor allem eine Funktion der Flügelstreckung, wenn man die kleineren Einflüsse des Flügelumrisses und der Schränkung außer acht läßt. Es ist daher auch ein gewisser Einfluß der Flügelstreckung auf das Rumpfmoment zu erwarten. Ebenso wird eine Abhängigkeit des Rumpfeinflusses von der Rumpfstreckung vorhanden sein.

d) Bemerkungen zur nachfolgenden Rechnung. Der Einfachheit halber werden im folgenden nur rotations-symmetrische Rumpfe in Mitteldeckeranordnung behandelt. Die dafür errechneten Ergebnisse gelten aber auch für allgemeine Rumpfformen, wenn man nur statt des wirklichen Rumpfes einen rotationssymmetrischen wirksamen Ersatzrumpf einführt. Diesen erhält man, indem man die wirklichen Querschnitte durch Kreisquerschnitte mit der Breite d als Durchmesser ersetzt. Nach Bild 3 ist dabei d die größte Querschnittsabmessung parallel zur Querachse y .

Eine mäßige Krümmung der Rumpfachse verändert die Stabilitätseigenschaften des Rumpfes nicht. Sie beeinflusst nur das Nullmoment der Kombination, was hier zunächst nicht weiter interessiert.

Die Abhängigkeit des Rumpfeinflusses von der Höhe der Fläche im Rumpf und vom Einstellwinkel der Fläche am Rumpf (etwa definiert als der Winkel zwischen Nullauftriebsrichtung der Fläche und Nullmomentenachse des Rumpfes) konnte noch nicht untersucht werden. Man kann jedoch vermuten, daß sie klein sein wird.

II. Bezeichnungen.

α Anstellwinkel gegen die Nullauftriebsrichtung der Fläche,

$$\Delta \alpha \approx \frac{w}{v}$$

α_R Ablenkungswinkel infolge der von der Fläche herrührenden Zusatzgeschwindigkeit w ,

a_s Abstand des Volumenschwerpunktes von der Rumpfmittle; nach vorne positiv,

$$B = \frac{d c_a / d \alpha}{2 \pi A k^2} \text{ Abwindkoeffizient,}$$

Abstand der Rumpfnase vom $l_R/4$ -Punkt der Fläche in Teilen der Rumpflänge; »Längsanordnung« der Fläche,

mittlerer Rumpfdurchmesser,

»Rumpfeinfluß«,

Rumpfsquerschnitt,

mittlerer Rumpfsquerschnitt,

Flügelfläche mit Rumpfteil, bei der Berechnung des Rumpfeinflusses auftretende Integrale; im Anhang tabelliert,

Spannweitenverhältnis, durchweg $k = 0,6$ angenommen,

Bezugstiefe des Flügels; Tiefe des die Stabilitätseigenschaften der wirklichen Fläche wiedergebenden rechteckigen »Ersatzflügels«, Rumpflänge,

Verhältnis: Ersatzhalbspannweite zu Rumpflänge; »relative Ersatzhalbspannweite«,

Flügelstreckung,

Rumpfstreckung,

Ersatzhalbspannweite; Halbspannweite des Hufeisenwirbels, der der Berechnung von $\Delta\alpha$ zugrunde gelegt wird,

Absolutbetrag der dimensionslosen Längskoordinate der Rumpfnase,

... des Rumpfschwanzes;

... der Rumpfmittle,

... des Punktes $\frac{l_R}{4}$, von der Nase aus gerechnet,

... des Punktes $\frac{3l_R}{4}$, wie vorher,

Anblasegeschwindigkeit, Fluggeschwindigkeit,

Rumpfvolumen; d größte Rumpfbreite in y -Richtung,

Zusatzgeschwindigkeit senkrecht zu v , Längskoordinate nach vorne positiv; Nullpunkt im $l_R/4$ -Punkt der Fläche,

Neutralpunkt der Fläche; Entfernung des Punktes mit $\frac{dc_m}{d\alpha} = 0$ in Teilen der

Bezugstiefe l_B z. B. vom Flächenschwerpunkt, Neutralpunkt der Kombination, Definition wie vorher,

Verschiebung des Indifferenzpunktes durch den Rumpf.

III. Theoretischer Teil.

a) Das Moment eines rotationssymmetrischen Rumpfes in einer Flügel-Rumpf-Kombination. Der Rumpf liegt im Strömungsfeld des Flügels. Die vom Flügel herrührenden Zusatzgeschwindigkeiten w sollen als klein gegen die Anblasegeschwindigkeit v , die mit der Nullauftriebsrichtung den Winkel α bildet, angenommen werden, so daß sie nur die Anströmrichtung um $\Delta\alpha \approx \frac{w}{v}$ ändern. Setzt man voraus, daß die Querabmessung des Rumpfes klein gegen seine Länge ist und die Rumpfachse mit der

Nullauftriebsrichtung zusammenfällt, so kann man in erster Annäherung annehmen, daß jedes Rumpfelement fdx (f Rumpfsquerschnitt an der Stelle x) mit einer Parallelströmung v , die mit seiner Achse den Winkel $\alpha_R = \alpha + \Delta\alpha$ bildet, angeströmt wird. Beschränkt man sich auf kleine Winkel α und setzt man schließlich noch voraus, daß f eine stetige Funktion von x ist, die an den Rumpfenenden verschwindet, so erhält man für das Rumpfmoment den Ausdruck

$$M_R = 2 \frac{\rho v^2}{2} \int_{l_R} f \cdot \alpha_R \cdot dx.$$

Der Rumpfmomentenbeiwert ist dann

$$c_{m_R} = \frac{M_R}{q V} = \frac{2}{V} \int_{l_R} f \cdot \alpha_R \cdot dx$$

und sein Anstellwinkelanstieg

$$\frac{dc_{m_R}}{d\alpha} = 2 \left[1 + \frac{1}{V} \int_{l_R} f \cdot \frac{d\alpha_R}{d\alpha} \cdot dx \right] \quad (2)$$

b) Über eine brauchbare Funktion für $\frac{d\Delta\alpha}{d\alpha}$: Um

das in (2) vorkommende Integral formal möglichst einfach zu gestalten, empfiehlt es sich, zur Berechnung des Ablenkungswinkels $\Delta\alpha$ die Tragfläche durch einen Hufeisenwirbel zu ersetzen, dessen tragende Linie im ersten Viertel der Bezugstiefe l_R liegt und dessen Spannweite $b^* = kb$ ist. Die Größe k ist hierbei ohne unmittelbare physikalische Bedeutung; sie ist also nicht etwa das Verhältnis der Spannweite der aufgerollten Wirbelzöpfe zur Spannweite des Flügels, sondern lediglich eine Korrekturgröße, mit deren Hilfe man $\Delta\alpha$ »richtig« bemessen kann. Das »richtige« $\Delta\alpha$ ist bestimmt durch die wirksame Zusatzgeschwindigkeit in der Rumpfgegend, die etwas größer sein dürfte als die Zusatzgeschwindigkeit für einen Punkt der Rumpfachse, die man unter Annahme der wirklichen Auftriebsverteilung der Fläche bei Nichtvorhandensein des Rumpfes berechnen würde. Es wurde $k = 0,6$ angenommen, was ein $\Delta\alpha$ liefert, das im Mittel über die Rumpflänge etwas über den Werten liegt, die man bei einer elliptischen Auftriebsverteilung (mit nichtaufgerollter Wirbellfläche im Nachstrom!) für die Rumpfachse erhält. Um weiter unten vorzunehmende Rechnungen einfach zu gestalten, soll $k = 0,6$ für alle möglichen Umrißformen und Flügelstreckungen konstant gelassen werden. Dadurch werden die im allgemeinen kleineren Einflüsse, welche der Flügelumriß auf $\Delta\alpha$ hat, zunächst unberücksichtigt gelassen. Im Rahmen dieser an sich im ganzen rohen Annahmen dürfte das ohne weiteres erlaubt sein.

Man erhält mit diesen Voraussetzungen für $\frac{d\Delta\alpha}{d\alpha}$ den

Ausdruck

$$\frac{d\Delta\alpha}{d\alpha} = B \left[\frac{1}{V} \sqrt{x^2 + s^{*2}} - 1 \right] \quad (3)$$

mit

$$B = \frac{dc_a}{d\alpha} \cdot \frac{1}{2\pi \Lambda k^2},$$

dem »Abwindkoeffizienten«. Arbeitet man (3) in (2) ein, so bekommt man

$$\frac{dc_{m_R}}{d\alpha} = 2 [1 - B (1 - J)] \quad (4)$$

worin nur noch das »Abwindintegral«

$$J = \frac{1}{V} \int_{l_R} \frac{\sqrt{x^2 + s^{*2}}}{x} dx$$

unbekannt ist.

x ist die Entfernung eines Punktes der Rumpfachse von der tragenden Linie aus. Für $x = 0$, d. h. für die Stelle der tragenden Linie selbst, geht der Integrand $\rightarrow \infty$, was natürlich physikalisch sinnlos ist. Aus formalen Gründen soll diese sachliche Unschönheit aber ruhig in Kauf genommen werden. Die Antisymmetrie des die Unendlichkeitsstelle verursachenden Ausdrucks $\frac{1}{x} \sqrt{x^2 + s^{*2}}$ zu $x = 0$ sorgt

schon dafür, daß bei der Integration über die Rumpflänge endliche Werte übrigbleiben. Allerdings eignen sich (3) bzw. (4) nur für formale Weiterrechnung; eine vernünftige zeichnerische Lösung des Abwindintegrals J , bei der man an sich die genaue Rumpfkantur berücksichtigen könnte, dürfte im allgemeinen schlecht möglich sein. Man muß also versuchen, die wirkliche Rumpfform durch eine möglichst einfache Funktion anzunähern, die gestattet, das Integral J rechnerisch zu lösen.

c) Lösung des Abwindintegrals J für ein Rotationsellipsoid: Das zu behandelnde Integral kann nach leichter Umformung geschrieben werden:

$$J = \lambda \int_{-u_1}^{u_2} \frac{f}{f_m} \frac{1+u^2}{u} du.$$

Darin ist $u = \frac{x}{s^*} = \frac{x}{\lambda l_R}$ eine dimensionslose Längskoordinate. Wegen λ , u_1 , u_2 , f , f_m usw. siehe den Abschnitt Bezeichnungen.

Ersetzt man nun den wirklichen Rumpf durch ein Rotationsellipsoid gleicher Länge und gleichen Volumens, so erhält man für die dimensionslose Querschnittsverteilung des Rumpfes $\frac{f}{f_m}$ die Funktion

$$\frac{f}{f_m} \approx \frac{f}{f_m}_E = 6\lambda^2 [u_1 u_2 - 2u_3 u - u^2],$$

die eine geschlossene Lösung von J ermöglicht. Man bekommt:

$$J \approx J_E = 3\lambda^3 \left[\frac{u_1}{\lambda} \sqrt{1+u_1^2} - \frac{u_2}{\lambda} \sqrt{1+u_2^2} + 2u_1 u_2 \ln \left\{ \frac{u_2}{u_1} \frac{\sqrt{1+u_1^2}-1}{\sqrt{1+u_2^2}-1} \right\} - 2u_3 \ln \left\{ (u_1 + \sqrt{1+u_1^2})(u_2 + \sqrt{1+u_2^2}) \right\} - \frac{2}{3} \left\{ (1+u_1^2)^{3/2} - (1+u_2^2)^{3/2} \right\} \right] \quad (5)$$

(Der Index E soll »Ellipsoid« andeuten.)

Die Erfahrung zeigt, daß die mit Benutzung von (5) berechneten Rumpfeinflußwerte auch für nichtelliptische Rumpfformen mit der Wirklichkeit, d. h. mit den Messungen übereinstimmen, so lange der Rumpf nur eine zur Mitte symmetrische oder wenigstens annähernd symmetrische Querschnittsverteilung über seine Länge aufweist. Diese Tatsache legt den Gedanken nahe, zu versuchen, eine allgemeinere Rumpfform aus einer symmetrischen Querschnittsverteilung und einer zur Mitte antisymmetrischen Zusatzverteilung zusammenzusetzen. Man kann dann für die Berechnung des Rumpfeinflusses eines beliebigen unsymmetrischen Rumpfes von den für das Ellipsoid gefundenen Ergebnissen ausgehen.

d) Lösung des Abwindintegrals J für einen beliebig geformten Rumpf: Die wirkliche $\frac{f}{f_m}$ -Verteilung sei näherungsweise ersetzt durch:

$$\frac{f}{f_m} \approx \frac{f}{f_m}_N = \frac{f}{f_m}_E + \frac{f}{f_m}_Z,$$

worin die Indices N »Näherung«, E »Ellipsoid«, Z »Zusatz« bedeuten sollen. Das Integral J wird dann

$$J \approx J_E + \lambda \int_{-u_1}^{u_2} \frac{f}{f_m}_Z \frac{1+u^2}{u} du = J_E + J_Z.$$

Für die Zusatzverteilung $\frac{f}{f_m}_Z$ werden am besten zwei zur Rumpfmittle antisymmetrische Parabelbögen angenommen, deren Pfeilhöhe so abgemessen wird, daß der Schwerpunkt der Näherungsverteilung $\frac{f}{f_m}_N$ mit dem Volumenschwerpunkt des wirklichen Rumpfes zusammenfällt. Die angenäherte und die wirkliche Rumpfform entsprechen einander dann in der Länge, im Volumen und in der Volumenschwer-

punktage. Bei glatten, völligen Rumpfformen hat sich das als ausreichend dafür erwiesen, daß der wirkliche Rumpf und der Näherungsrumpf in ihrem Einfluß auf die statische Längsstabilität einander entsprechen.

Das Zusatzintegral J_Z kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$J_Z = \frac{a_s}{l_R} J_K.$$

Dabei ist a_s der Abstand des Volumenschwerpunktes von der Rumpfmittle, l_R die Rumpflänge, und J_K hat den Wert

$$J_K = 24\lambda^3 \left[\frac{u_1}{\lambda} \sqrt{1+u_1^2} + \frac{u_2}{\lambda} \sqrt{1+u_2^2} + \frac{4}{3} \left\{ 2(1+u_2^2)^{3/2} - (1+u_1^2)^{3/2} - (1+u_2^2)^{3/2} \right\} - 2u_1 u_2 \ln \frac{\sqrt{1+u_1^2}+1}{\sqrt{1+u_1^2}-1} + 2u_2 u_3 \ln \frac{\sqrt{1+u_2^2}+1}{\sqrt{1+u_2^2}-1} - 4u^2 \ln \frac{\sqrt{1+u_2^2}+1}{\sqrt{1+u_2^2}-1} - 4u_4 \ln (u_1 + \sqrt{1+u_1^2}) + 4u_5 \ln (u_2 + \sqrt{1+u_2^2}) - 8u_3 \ln (u_3 + \sqrt{1+u_3^2}) \right] \quad (6)$$

Damit stellt sich das Abwindintegral

$$J \approx J_E + \frac{a_s}{l_R} J_K$$

schließlich als eine nach (5) und (6) bekannte geschlossene Funktion der Längsanordnung der Fläche δ , der relativen Ersatzhalbspannweite λ und der Lage des Rumpfvolumenschwerpunktes $\frac{a_s}{l_R}$ dar. Die Einzelfunktionen J_E und J_K sind im Anhang für die gebräuchlichen Bereiche von δ und λ tabelliert und in Kurventafeln mitgeteilt.

e) Die endgültige Formel für den Rumpfeinfluß. Mit den in Abschnitt a bis d abgeleiteten Beziehungen erhält man schließlich für den Rumpfeinfluß nach (1) den geschlossenen Ausdruck

$$E = \frac{\Delta X_n l_R}{F^{1/2}} = \frac{2}{d c_a / d \alpha} \frac{V}{F^{1/2}} \left[1 - B \left(1 - J_E - \frac{a_s}{l_R} J_K \right) \right] \quad (7)$$

wonach man den Einfluß auf die statische Längsstabilität eines beliebig geformten Rumpfes in einer beliebigen Mitteldeckerkombination von Flügel und Rumpf rechnerisch abschätzen kann.

Der Rumpfeinfluß ergibt sich nach (7) als der Einfluß des allein fahrenden Rumpfes sehr großer Streckung mit $\frac{d c_m}{d \alpha} = 2$ mal einem Korrekturfaktor, der den Flügelabwind berücksichtigt. Für sehr große Flügelstreckungen ($\lambda \rightarrow \infty$) geht $B \rightarrow 0$ und die Korrektur strebt dem Werte 1 zu. Es sei nochmals erwähnt, daß V nicht das wirkliche Rumpfvolumen, sondern das Volumen des wirksamen Ersatzrumpfes nach Abschnitt 1d ist. Im übrigen werde auf den Abschnitt Bezeichnungen verwiesen.

f) Über die Abhängigkeit des Rumpfeinflusses E von den Kombinationsgrößen δ , λ , A_R , $\frac{a_s}{l_R}$ usw.

Wegen des komplizierten Aufbaues der Funktionen J_E und J_K ist eine formale Diskussion des Ausdruckes (7) schlecht möglich. Die hauptsächlich interessierende Frage, wie bei gegebenem Rumpfvolumen und gegebener Flächengröße der Rumpfeinfluß von den einzelnen Flugzeuggrößen abhängt, soll deshalb an Hand von Kurvenzügen, die mit Benutzung von (7) berechnet wurden, eingehender besprochen werden; und zwar zunächst für den Fall des Rotationsellipsoides, der, wie die Erfahrung gezeigt hat, auch die Fälle allgemeiner zur Mitte symmetrischer Rumpfformen (Querschnittsverteilungen) gut ersetzt. Der Rumpfeinfluß ist hierfür gegeben durch den Sonderfall von (7) mit $\frac{a_s}{l_R} = 0$:

$$E = \frac{2}{d c_a / d \alpha} \frac{V}{F^{1/2}} [1 - B(1 - J_E)].$$

Als Ausgang für die Rechnungen wird eine „Normalkombination“ angenommen mit folgenden Abmessungen

$$\frac{V}{F^{3/2}} = 0,061; \quad \frac{d c_a}{d \alpha} = c'_a = 4,2; \quad \tilde{A} = 6; \quad B = 0,31;$$

$$\lambda = 0,375; \quad A_R = 9,84.$$

Der Flügelumriß sei ein Rechteck; für $c'_{a\alpha}$ werde der Wert 5,4 angesetzt.

1. Der Einfluß der Längsanordnung der Fläche. Bei gegebenen Kombinationsgrößen ist der Rumpfeinfluß nur noch eine Funktion der Lage der Fläche im Rumpf (Längsanordnung), gekennzeichnet durch den in Bruchteilen der Rumpflänge gemessenen Abstand δ des l_R -Punktes der Fläche von der Rumpfnase. Bild 4 zeigt, daß der Rumpfeinfluß sehr stark mit δ ansteigt, was auch verständlich ist. Je weiter nämlich die Fläche nach hinten rückt, desto größer ist der vor dem Flügel in dessen Aufwind liegende Rumpfanteil, desto größer muß also die instabilisierende Wirkung des Rumpfes sein. Die eingestrichelte Waagerechte ist der Rumpfeinfluß mit $\frac{d c_{ma}}{d \alpha} = 2$ ohne Berücksichtigung des Flügelabwindes.

2. Der Einfluß der Flügelstreckung. Die Flügelstreckung wird bei konstanter Flächengröße verändert. Die übrigen Kombinationsgrößen ändern sich dann nach folgenden Gesetzmäßigkeiten:

$$\frac{c_a}{c_{a0}} = \frac{A_0 + \frac{c'_{a\alpha}}{\pi} A}{A_0 + \frac{c'_{a\alpha}}{\pi} A_0}; \quad \frac{B}{B_0} = \frac{A_0 + \frac{c'_{a\alpha}}{\pi}}{A_0 + \frac{c'_{a\alpha}}{\pi}}; \quad \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{A}{A_0}.$$

Damit wurde der Rumpfeinfluß für verschiedene A wieder als Funktion von δ berechnet. Die in Bild 5 zusammengestellten Ergebnisse zeigen bei üblichen δ -Werten (0,35 bis 0,45) eine verhältnismäßig geringe Abhängigkeit des Rumpfeinflusses von der Flügelstreckung. Bei extremen Flächenlagen, also kleinen oder großen Werten von δ ist der Einfluß von A größer. Sehr schön ist das schon weiter oben angedeutete Nachlassen der Abhängigkeit des Rumpfeinflusses von der Flächenlängsanordnung δ bei größeren Flügelstreckungen zu erkennen.

3. Der Einfluß der Rumpfstreckung. Als Rumpfstreckung wurde die Größe $\frac{l_R}{d_m}$ eingeführt, abgekürzt A_R . Man kann sich leicht überlegen, daß A_R mit dem Rumpfvolumen V durch die Beziehung verknüpft ist

$$A_R = \left(\frac{\pi}{4} \frac{l_R^3}{V} \right)^{1/2}.$$

Ändert man A_R bei konstantem Rumpfvolumen und konstanten Flächenabmessungen, so ist die einzige Kombinationsgröße, die von der Rumpfstreckung abhängt, die relative Halbspannweite $\frac{s^*}{l_R}$. Die Beziehung zwischen beiden ist

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(\frac{A_{R0}}{A_R} \right)^{2/3}.$$

Unter Benutzung dieser Formel wurde der Rumpfeinfluß mit den Normalannahmen für verschiedene Rumpfstreckungen A_R berechnet. Die Ergebnisse sind in Bild 6 zusammengestellt und zeigen, daß im praktisch vorkommenden Bereich der Einfluß von A_R auf E gering ist. Bei δ -Werten kleiner als 0,5 ist die instabilisierende Wirkung des Rumpfes um so kleiner, je kleiner die Rumpfstreckung ist, bei δ -Werten über 0,5 umgekehrt, je größer A_R ist. Die Abhängigkeit des Rumpfeinflusses von der Längsanordnung δ wird mit wachsendem A_R geringer.

Zweifellos ist der Einfluß der Rumpfstreckung noch etwas anders. Bei Abnahme der Streckung dürfte nach den be-

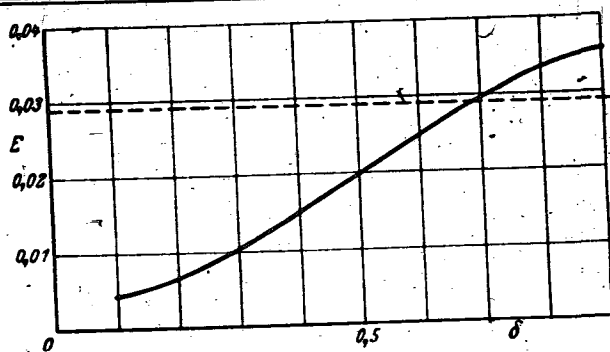


Bild 4. Rumpfeinfluß als Funktion der Flächenlängsanordnung. (Abmessungen der Normalkombination.)

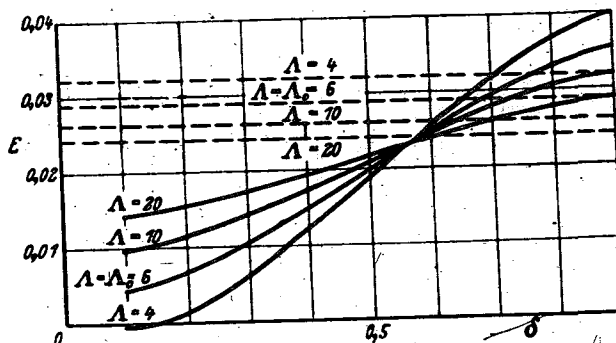


Bild 5. Der Einfluß der Flügelstreckung.

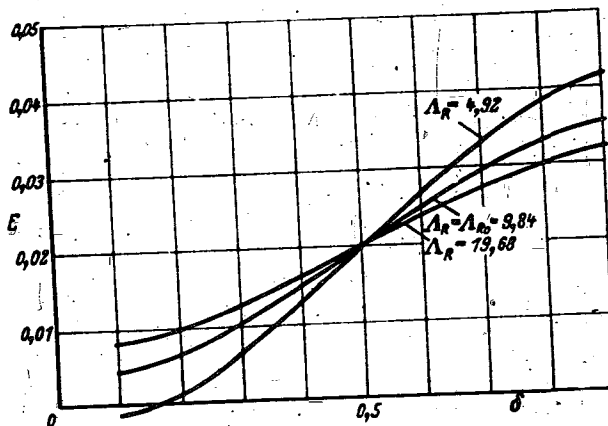


Bild 6. Der Einfluß der Rumpfstreckung.

kannten Arbeiten über das Moment schräg angeströmter Körper²⁾ das Rumpfmoment an sich etwas abnehmen, was hier jedoch nicht weiter berücksichtigt ist.

4. Der Einfluß der Rumpfquerschnittsverteilung. Im folgenden Abschnitt wird der unsymmetrische Rumpf untersucht, d. h. der Rumpf mit zur Mitte unsymmetrischer Querschnittsverteilung. Der Rumpfeinfluß ist für diesen Fall gegeben durch Gl. (7):

$$E = \frac{2}{d c_a} \frac{V}{F^{3/2}} \left[1 - B \left(1 - J_E - \frac{a_s}{l_R} J_K \right) \right].$$

Mit den Normalannahmen von Abschnitt III f wurde E für verschiedene Volumenschwerpunktlagen $\frac{a_s}{l_R}$, die ja in der hier benutzten Rechnung die Rumpfquerschnittsverteilung symbolisieren, als Funktion der Längsanordnung δ berechnet und in Bild 7 wiedergegeben.

Positive $\frac{a_s}{l_R}$ bedeuten dabei, daß der Volumenschwerpunkt vor der Rumpfmittle liegt (Vorlage). Man sieht, daß

²⁾ Durand, I, S. 285 ff.

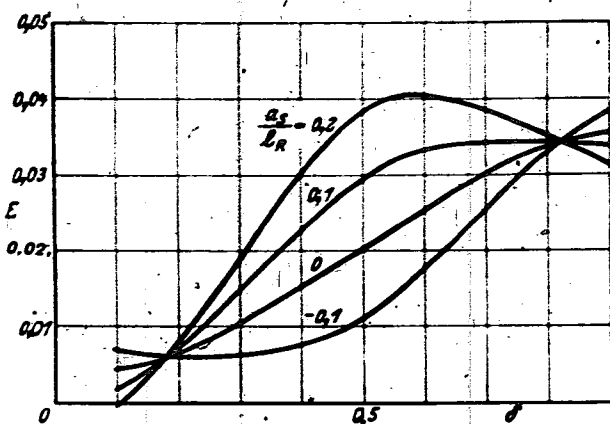


Bild 7. Der Einfluß der Rumpfquerschnittsverteilung.

eine Vorlage des Volumenschwerpunktes bei normalen Flächenanordnungen δ den instabilisierenden Rumpfeinfluß verstärkt, eine Rücklage ihn verkleinert. Bei sehr kleinen und sehr großen δ -Werten ($\delta < 0,18$ und $\delta > 0,82$) kehren sich die Verhältnisse um.

5. Der Einfluß der Flächengröße und Rumpflänge. Die Flügelgröße bzw. das Rumpfvolumen bestimmen durch Festlegung des relativen Rumpfvolumens V/F weitestgehend das „Niveau“ des Rumpfeinflusses. E ist direkt proportional dem relativen Rumpfvolumen, wenn die übrigen Kombinationsgrößen konstant sind.

6. Der Einfluß des Flügelumrisses. Die Änderung des Abwindes mit dem Flügelumriß wird bei der vorliegenden Theorie nicht berücksichtigt, wie eingangs begründet wurde. Der Flügelumriß kann sich somit nur in einer Verschiebung der l_R -Linie, d. h. in einer Änderung von δ auswirken. Entsprechend seiner Abhängigkeit von δ wird also der Rumpfeinfluß bei nach vorn gepfeiltem Flügelumriß verkleinert, durch Pfeilung nach hinten vergrößert.

7. Zusammenfassung. Über die Abhängigkeit des Rumpfeinflusses von den verschiedenen Kombinationsgrößen ist abschließend zu sagen: Bei gegebenem relativem Rumpfvolumen V/F sind die einflußreichsten Kombinationsgrößen die Längsanordnung δ der Fläche im Rumpf, die Flügelstreckung Λ , die Rumpfstreckung Λ_R und die Rumpfquerschnittsverteilung, gekennzeichnet durch die Volumenschwerpunktlage a_s/l_R . Grundsätzlich gilt, kleine δ -Werte, d. h. Fläche weit vorn im Rumpf, kleiner Rumpfeinfluß. Bei für Flugzeugrumpfe üblichen δ -Werten sind die Einflüsse der übrigen Kombinationsgrößen im allgemeinen klein. Sie gehen in der Richtung, daß man sagen kann, der Rumpfeinfluß bei normalen δ -Werten ist um so kleiner, je kleiner Λ , Λ_R , a_s/l_R ist. Bei vorn liegenden Rumpfen (Motorgondeln) mit $\delta > 0,5 - 0,6$ gilt dagegen, der Rumpfeinfluß wird um so kleiner, je größer Λ und Λ_R sind; die Abhängigkeit von a_s/l_R ist verschieden, meistens aber so, daß negative a_s/l_R -Werte den Rumpfeinfluß verkleinern. Als Richtwerte könnte man für Rumpfe normaler Anordnung und Bauart etwa angeben

$$\frac{E}{V/F} \approx 0,3 \div 0,4,$$

für Gondeln etwa

$$\frac{E}{V/F} \approx 0,9 \div 1,1.$$

IV. Messungen.

a) Bemerkungen zum Versuchsaufbau und zur Versuchsdurchführung. Um die Theorie systematisch zu erproben, wurde eine große Anzahl Kombinationen von acht verschiedenen Flächen und sechs verschiedenen rotationssymmetrischen Rumpfen untersucht. Um das Versuchsprogramm nicht zu umfangreich zu gestalten, konnte es zunächst nur darauf ankommen, die Verhältnisse bei der Beeinflussung der Stabilität durch den Rumpf grundsätzlich zu klären. Es wurden daher nur Mitteldeckerkombinationen, bei denen Rumpfachse und Nullauftriebsrichtung etwa zusammenfielen, vermessen. Die einzelnen Kombinationen unterscheiden sich also durch die Längsanordnung der Fläche im Rumpf, durch Flügelstreckung, Flügelumriß, Rumpfstreckung und Größenverhältnisse.

Die Untersuchung des Einflusses der Hochlage der Fläche im Rumpf, des Einstellwinkels der Rumpfachse gegen die Nullauftriebsrichtung und der Ausbildung des Flügel-Rumpf-Überganges durch verschiedene Füllstücke wurde vorläufig zurückgestellt. Übrigens liegen zum Teil gerade darüber ziemlich umfangreiche amerikanische Messungen vor (NACA-Report 540), die zeigen, daß Hochlage und Einstellwinkel nur geringeren Einfluß haben.

Die Modelle bestanden aus Holz; die Rumpfe waren mit Paßstücken so gearbeitet, daß ein Rumpf mit verschiedenen Flächen in verschiedener Lage kombiniert werden konnte. Die Flächen wurden mit Hilfe eines kleinen Spitzenlagers so aufgehängt, daß die Momentenbezugsachse durch den Flächenschwerpunkt ging.

Die Messungen wurden folgendermaßen durchgeführt: Es wurden zuerst Auftrieb und Moment des Flügels allein gemessen (α von -5° bis $+5^\circ$) und daraus c'_a und $c'_{m'}$ berechnet. (Der Index U deutet an, daß bei den Messungen die Momentenbezugsachse durch den Umrißschwerpunkt der Fläche, nicht durch den l_R -Punkt geht.) Dann wurde der Rumpf eingebaut und c'_{aK} und $c'_{m'K}$ gemessen bzw. aus der Messung bestimmt. Dabei wurden als Bezugsgröße wieder die Fläche F und die Bezugsstiefe l_R des ganzen Flügels eingesetzt, da nur so das Arbeiten mit den dimensionslosen Größen c'_a usw. sinnvoll wird. Als Einfluß des Rumpfes auf die statische Längsstabilität wird hier zweckmäßig die Verschiebung des Neutralpunktes in Teilen der Bezugsstiefe genommen. Es ergibt sich ganz einfach

$$\Delta X_n = \frac{c'_{m'K} l_R - c'_{m'} l_R}{c'_a K - c'_a}.$$

Diese Größe ist mit dem „Rumpfeinfluß“ des theoretischen Teiles durch die Beziehung verknüpft

$$\Delta X_n = E \frac{F}{l_R} = \frac{2}{c'_a} \frac{V}{F l_R} \left[1 - B \left(1 - J_R - \frac{a_s}{l_R} J_K \right) \right].$$

Danach können die gemessenen Werte also nachgerechnet werden, wobei für c'_a der Wert des Flügels allein einzusetzen ist, da bei der Herleitung der Formel für E die Voraussetzung $c'_{aK} \approx c'_a$ gemacht wurde. An und für sich ist diese Voraussetzung nach den Messungen nicht erfüllt. Es ist fast immer $c'_{aK} < c'_a$. Allerdings sind die Unterschiede meist sehr klein; nur wenn die Flügeltiefe an der Wurzel nicht klein gegen die Rumpflänge ist, scheinen sie beträchtlicher zu werden. Trotzdem stimmen die Messungen selbst in diesen Fällen mit der Rechnung gut überein. Man kann sich diese Tatsache nur so erklären, daß bei den Kombinationen mit großer c'_a -Abminderung auch $c'_{m'K}$ entsprechend kleiner wird. Ein plausibler Grund dafür kann nicht angegeben werden.

Die Abmessungen der untersuchten Flächen und Rumpfe sind in Zahlentafel 1 und 2 zusammengestellt worden.

b) Meßergebnisse. Die gemessenen c'_a - und $c'_{m'}$ -Werte der einzelnen Kombinationen und die daraus be-

Zahlentafel 1. Flächenabmessungen.

Nr.	Umriß	b_m	$l_{m,m}$	$l_{m,n}$	F_m	$F \cdot l_{m,n}$	Δ
1	Rechteck	1,224	0,200	0,200	0,245	0,049	6,12
2	"	1,531	0,247	0,247	0,378	0,093	6,21
3	Trapez 1:3	1,517	0,247	0,268	0,375	0,101	6,13
4	Rechteck	1,703	0,166	0,166	0,283	0,0469	10,26
5	"	1,378	0,226	0,226	0,311	0,0704	6,10
6	"	1,466	0,180	0,180	0,264	0,0475	8,14
7	Trapez 1:2	1,458	0,176	0,182	0,256	0,0466	8,31
8	" 1:3	1,458	0,171	0,185	0,249	0,0462	8,53

Zahlentafel 2. Rumpfabmessungen.

Nr.	Kontur	$l_{m,n}$	$V_{m,n}$	Δl_n	$\frac{a_s}{l_n}$	$\frac{l_n}{d}$
1	Ell. + Hyperbel	1,188	0,0067	14,00	0,115	11,41
2	"	0,903	0,0071	9,08	0,098	7,43
3	Ell. + Zyl. + Ell.	0,812	0,0070	7,72	0,010	6,31
4	"	0,402	0,0031	4,03	0,020	3,30
5	"	0,365	0,0028	3,71	0,026	3,03
6	"	0,233	0,0015	2,56	0,030	2,09

$\frac{l_n}{d}$ Achsenverhältnis des volumengleichen Rotationsellipsoids.

rechneten Neutralpunktverschiebungen ΔX_n sind in Zahlentafel 3 zusammengestellt.

Zum Vergleich von Messung und Rechnung ist jeweils die gemessene und die gerechnete Neutralpunktverschiebung als Funktion von δ in ein Diagramm eingezeichnet worden. Für die Messungen, die nur bei einem δ -Wert durchgeführt wurden, ist der Vergleich an Hand von Zahlentafel 4 möglich, in der Messung und Rechnung gegenübergestellt sind.

Wie man aus Zahlentafel 4 und aus Bild 8 bis 23 sehen kann, ist die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung im ganzen recht befriedigend. Am besten ist sie im Mittel bei den Kombinationen des Rumpfes 3 für mittlere δ -Werte; bei den Rumpfen 1 und 2 ist sie im Durchschnitt schlechter, vor allem bei kleineren Werten

Zahlentafel 4. Gemessene und gerechnete ΔX_n -Werte.

Nr.	25	47	60	61	62	64	65	67	68
Messg.	1,07	-0,36	4,48	-0,72	3,96	2,26	2,76	1,73	2,42
Rechng.	1,23	-0,68	3,63	-0,72	3,17	3,28	3,16	3,52	3,39

von δ . Aufschlußreich sind die Verhältnisse bei Fläche 6 und Rumpf 3 (s. Bild 22): Bei mittlerem δ stimmen Messung und Rechnung besonders gut überein, die zu den extremen δ -Werten gehörenden Meßpunkte fallen dagegen ganz heraus.

Sieht man sich die »unsicheren« Kombinationen einmal näher an, so kann man zu dem Schluß kommen, daß das »Versagen« der Theorie hauptsächlich durch ungünstige Strömungsverhältnisse verursacht worden ist. Die Kombinationen, bei denen diese bedeutenderen, nicht mehr durch Meßstreuung zu erklärenden Unterschiede zwischen Rechnung und Messung auftreten, sind nämlich im allgemeinen solche, bei denen die Fläche etwa nach Bild 24 im Rumpf liegt. Da auch in diesen Fällen grundsätzlich auf Anwendung von Füllstücken und ähnlichem zur Verbesserung des Flügel-Rumpf-Überganges verzichtet wurde, sind ziemlich sicher ungünstige Interferenzwirkungen zu erwarten: Teilweiser Ausfall des Rumpfes oder der Fläche durch Totwasserbildung usw. Die Folge davon müssen größere Unterschiede beim Rumpfeinfluß E zwischen Messung und Rechnung sein. Für die Richtigkeit vorstehender Überlegung spricht Bild 25. Die Messung, die aus dem schon erwähnten NACA-Report 540 entnommen ist, stammt von Kombinationen mit gut ausgebildetem Flügel-Rumpf-Übergang. Messung und Rechnung stimmen hierbei gut überein.

Abschließend wird man wohl sagen können, bei Vorliegen günstiger Strömungsverhältnisse, die u. U. durch gute Ausbildung des Flügel-Rumpf-Überganges erst geschaffen werden müssen, stimmen Theorie und Messung befriedigend überein. Wie die Messungen 47, 60, 61 und 62 zeigen, ist die Rechnung auch für sehr kurze Rumpfe brauchbar. Rumpf 6 z. B. (Messung 47) ist nur genau so lang wie die Fläche 5 tief ist.

Zahlentafel 3. Meßergebnisse.

Nr.	Komb.	δ	$c_{m,n}$	c_n	$\Delta X_{n,0}$	Nr.	Komb.	δ	$c_{m,n}$	c_n	$\Delta X_{n,0}$
1	Fl 1	—	1,067	4,233	—	35	Fl 4 + R 3	0,241	1,393	4,682	2,90
2	Fl 1 + R 1	0,171	1,061	4,187	0,13	36	"	0,419	1,464	4,642	4,69
3	"	0,214	1,090	4,137	1,14	37	"	0,598	1,541	4,629	6,44
4	"	0,265	1,146	4,145	2,44	38	Fl 5	—	1,186	4,271	—
5	"	0,318	1,198	4,142	3,71	39	Fl 5 + R 1	0,157	1,084	4,034	-0,96
6	"	0,369	1,252	4,154	4,93	40	"	0,258	1,159	3,998	1,16
7	Fl 1 + R 2	0,148	1,021	4,114	-0,39	41	"	0,353	1,242	4,006	3,17
8	"	0,253	1,117	4,118	1,91	42	Fl 5 + R 2	0,248	1,119	3,978	0,30
9	"	0,337	1,283	4,228	5,14	43	"	0,338	1,232	4,016	2,85
10	Fl 1 + R 3	0,231	1,122	4,137	1,91	44	Fl 5 + R 3	0,221	1,152	4,061	0,54
11	"	0,404	1,263	4,210	4,79	45	"	0,399	1,230	4,044	2,59
12	"	0,578	1,344	4,220	6,61	46	"	0,578	1,298	4,010	4,54
13	Fl 2	—	1,174	4,253	—	47	Fl 5 + R 6	0,258	1,041	3,790	-0,36
14	Fl 2 + R 1	0,165	1,113	4,027	0,04	48	Fl 6	—	1,196	4,499	—
15	"	0,204	1,155	4,049	0,93	49	Fl 6 + R 1	0,165	1,188	4,493	-0,14
16	"	0,254	1,181	4,025	1,74	50	"	0,277	1,260	4,377	2,21
17	"	0,305	1,218	4,040	2,55	51	"	0,368	1,411	4,488	4,86
18	"	0,343	1,237	4,040	3,02	52	Fl 6 + R 2	0,157	1,166	4,460	-0,44
19	Fl 2 + R 2	0,234	1,162	4,038	1,18	53	"	0,257	1,269	4,461	1,87
20	"	0,333	1,226	4,037	2,77	54	"	0,363	1,372	4,440	4,32
21	Fl 2 + R 3	0,222	1,164	4,081	0,92	55	Fl 6 + R 3	0,080	1,135	4,295	-0,16
22	"	0,396	1,225	4,057	2,59	56	"	0,235	1,282	4,463	2,15
23	"	0,580	1,278	4,074	3,77	57	"	0,405	1,377	4,511	3,95
24	Fl 3	—	1,198	4,338	—	58	"	0,589	1,456	4,501	5,77
25	Fl 3 + R 1	0,256	1,121	3,907	1,07	59	"	0,812	1,518	4,189	9,66
26	Fl 4	—	1,253	4,665	—	60	Fl 6 + R 4	0,627	1,337	4,305	4,48
27	Fl 4 + R 1	0,164	1,281	4,592	1,05	61	Fl 6 + R 5	0,166	1,155	4,467	-0,72
28	"	0,220	1,340	4,635	2,06	62	"	0,589	1,307	4,279	3,96
29	"	0,268	1,395	4,600	3,48	63	Fl 7	—	1,213	4,715	—
30	"	0,322	1,439	4,554	4,75	64	Fl 7 + R 1	0,269	1,295	4,626	2,26
31	"	0,372	1,494	4,621	5,48	65	Fl 7 + R 2	0,274	1,291	4,531	2,76
32	Fl 4 + R 2	0,169	1,281	4,571	1,17	66	Fl 8	—	1,228	4,665	—
33	"	0,259	1,349	4,574	2,64	67	Fl 8 + R 1	0,275	1,247	4,451	1,73
34	"	0,357	1,460	4,607	4,84	68	Fl 8 + R 2	0,278	1,251	4,359	2,42

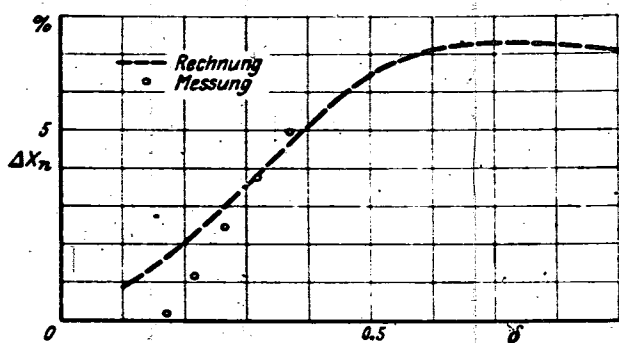


Bild 8. Fläche 1 und Rumpf 1.

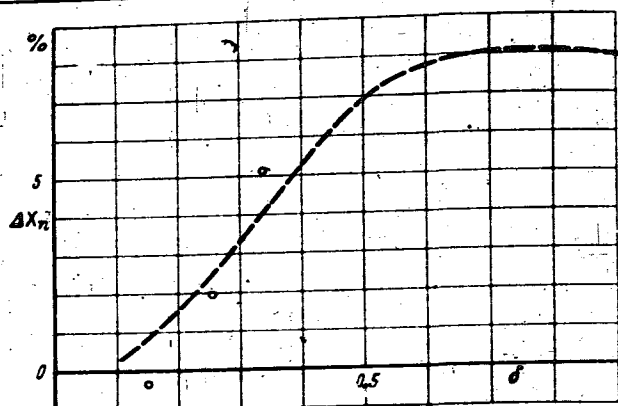


Bild 9. Fläche 1 und Rumpf 2.

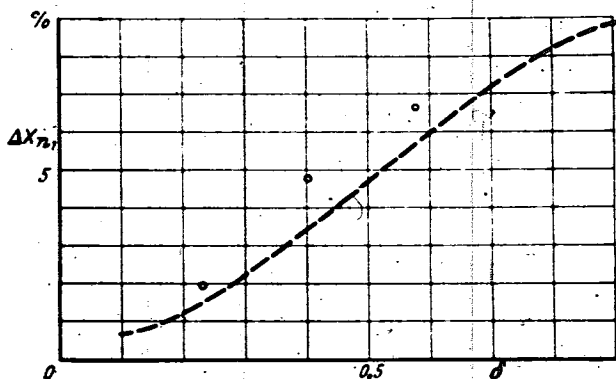


Bild 10. Fläche 1 und Rumpf 3.

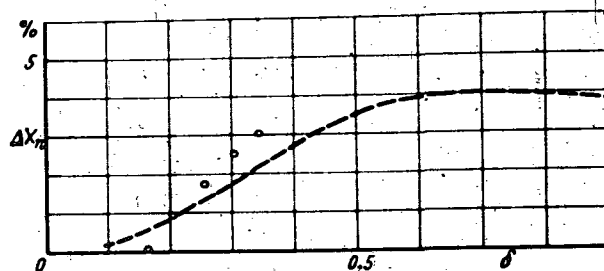


Bild 11. Fläche 2 und Rumpf 1.

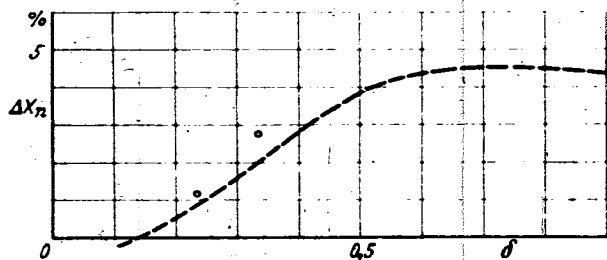


Bild 12. Fläche 2 und Rumpf 2.

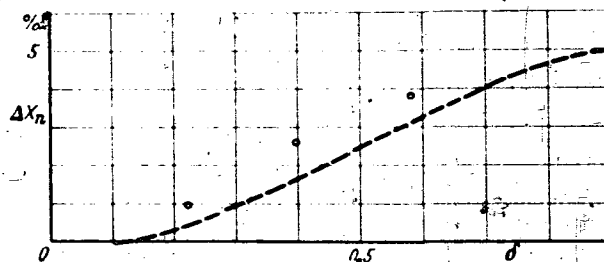


Bild 13. Fläche 2 und Rumpf 3.

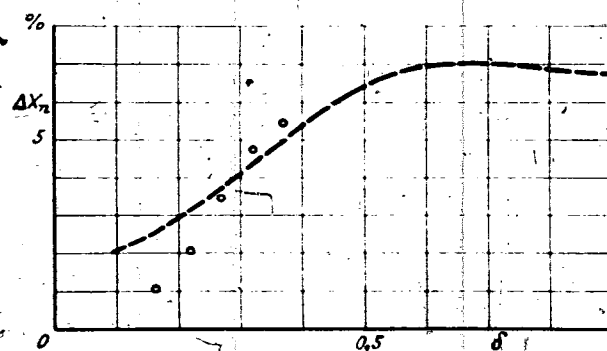


Bild 14. Fläche 4 und Rumpf 1.

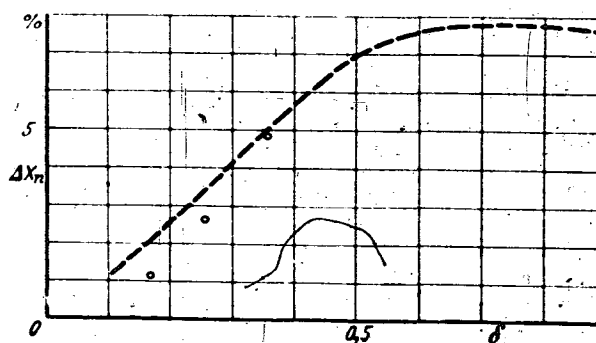


Bild 15. Fläche 4 und Rumpf 2.

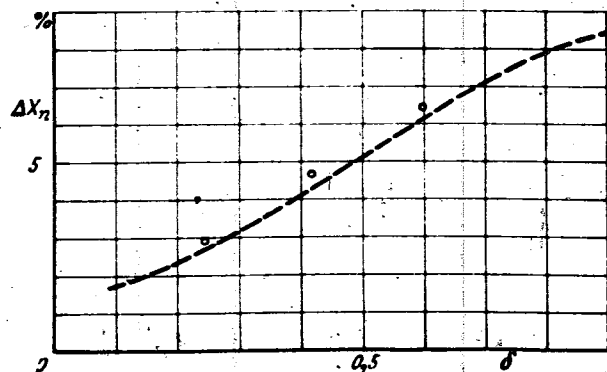


Bild 16 (links). Fläche 4 und Rumpf 3.

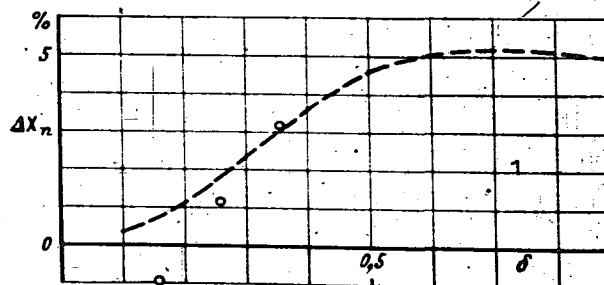


Bild 17. Fläche 5 und Rumpf 1.

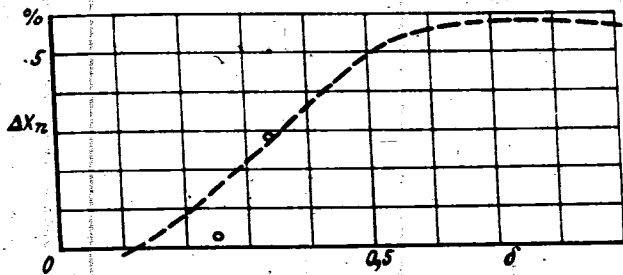


Bild 18. Fläche 5 und Rumpf 2.

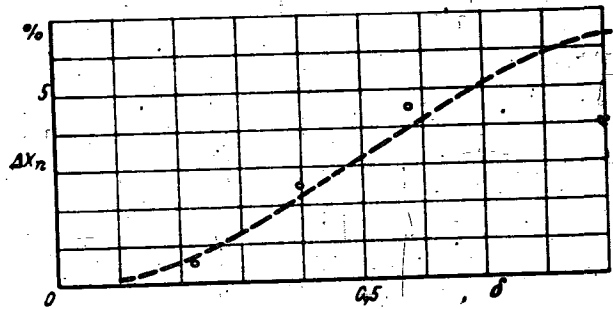


Bild 19. Fläche 5 und Rumpf 3.

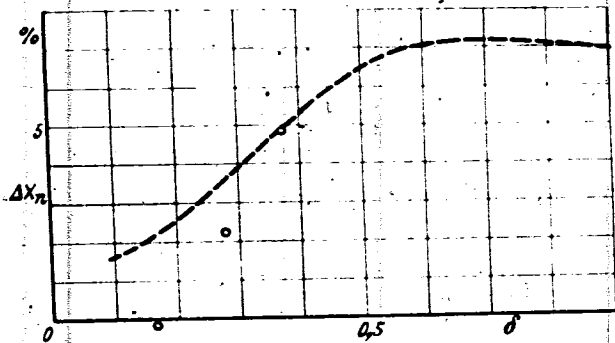


Bild 20. Fläche 6 und Rumpf 1.

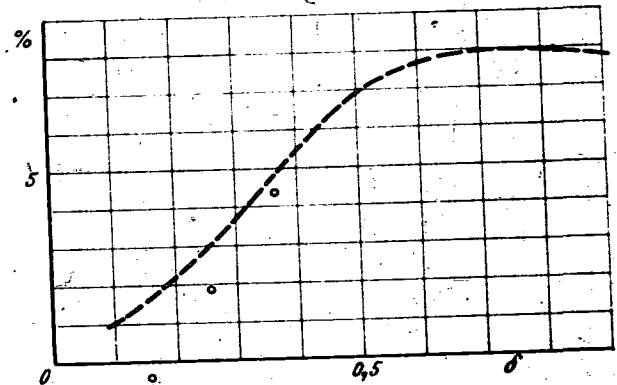


Bild 21. Fläche 6 und Rumpf 2.

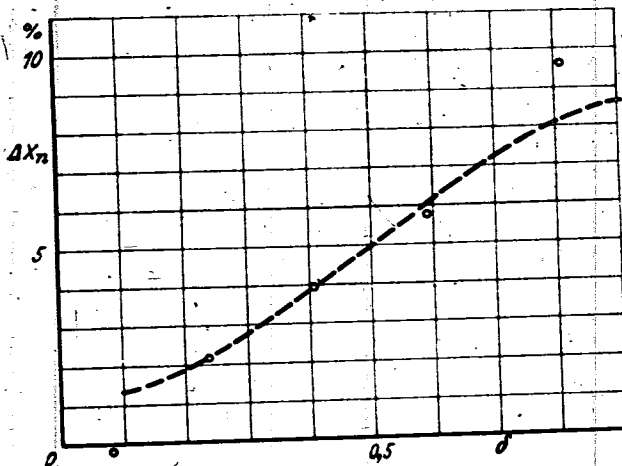


Bild 22. Fläche 6 und Rumpf 3.

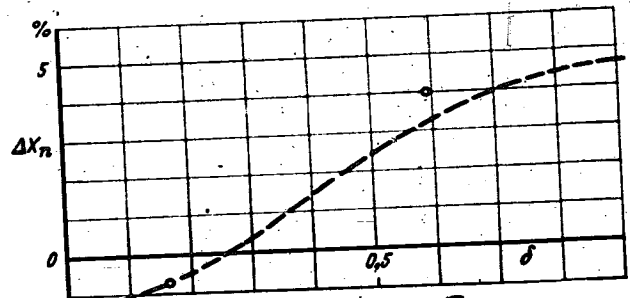


Bild 23. Fläche 6 und Rumpf 5.

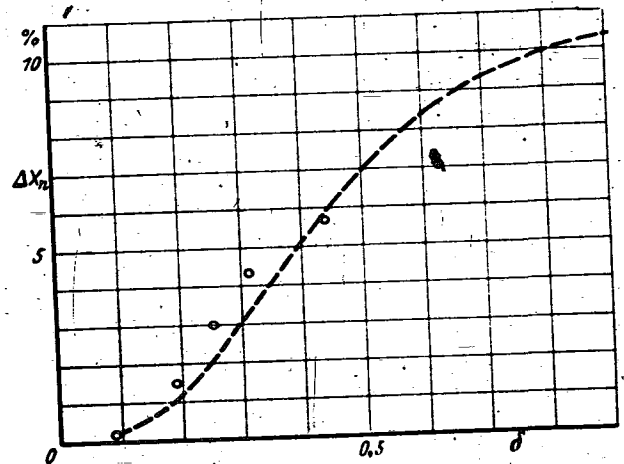


Bild 25. Messung nach NACA-Report 540.

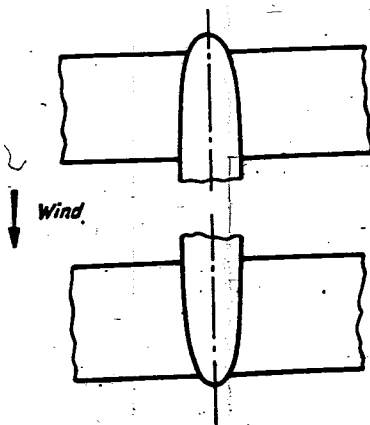


Bild 24. Ungünstige Flügel-Rumpf-Übergänge.

V. Schlußbemerkungen.

Es wurde ein Rechenansatz mitgeteilt, mit dem man die Neutralpunktverschiebung in Folge eines Rumpfes, d. h. also den Einfluß des Rumpfes auf die statische Längsstabilität, leicht abschätzen kann. Obwohl die der Theorie zugrunde gelegten Annahmen sehr roh sind, wird ihre Zulässigkeit durch die Messungen (für rotationssymmetrische

Rümpfe wenigstens) bestätigt. Ein Vergleich zwischen gerechneten und gemessenen Werten zeigt für eine große Anzahl Flügel-Rumpf-Kombinationen keine wesentlichen Unterschiede zwischen beiden. Vor allem aber werden die qualitativen Ergebnisse der Rechnung durch die Messungen bestätigt.

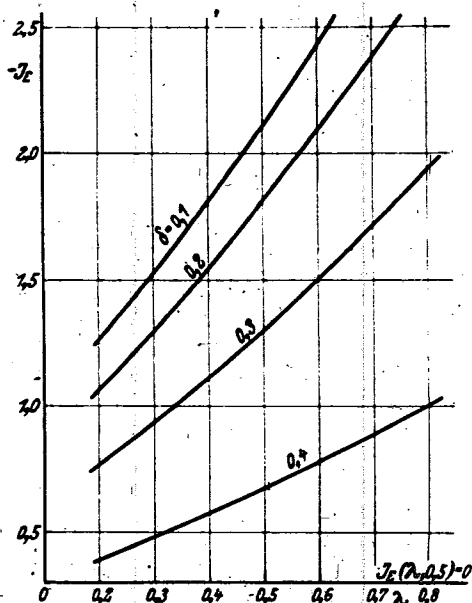
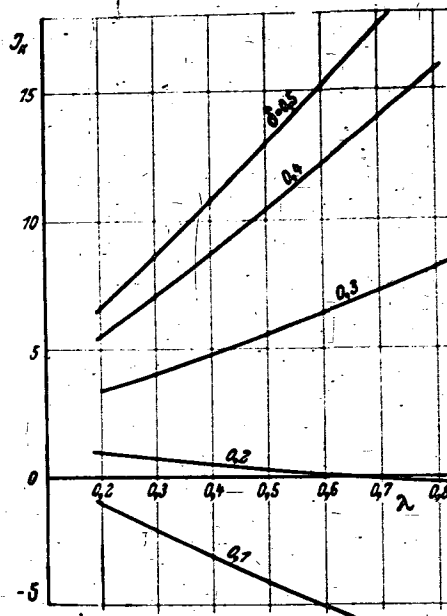
Für eine erste Abschätzung des Einflusses eines Rumpfes auf die statische Längsstabilität kann somit die Genauigkeit der mitgeteilten Theorie als ausreichend angesehen werden.

Zahlentafel 5. Werte für J_E .

	$\lambda = 0,2$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$\delta = 0,1$	-1,266	-1,814	-2,437	-3,095	-3,769	-4,456	-5,143	-5,840	-6,530	-7,228
0,2	-1,068	-1,550	-2,099	-2,677	-3,273	-3,878	-4,481	-5,097	-5,705	-6,330
0,3	-0,764	-1,112	-1,511	-1,932	-2,365	-2,802	-3,256	-3,693	-4,136	-4,583
0,4	-0,397	-0,578	-0,786	-1,007	-1,233	-1,461	-1,693	-1,923	-2,156	-2,391

Zahlentafel 6. Werte für J_K .

	$\lambda = 0,2$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$\delta = 0,1$	-1,000	-3,024	-5,022	-6,966	-8,946	-10,866	-12,732	-14,652	-16,548	-18,486
0,2	0,990	0,516	0,126	0,192	0,474	0,738	0,972	1,182	1,404	1,596
0,3	3,390	4,788	6,426	8,130	9,972	11,796	13,680	15,516	17,406	19,200
0,4	5,514	8,688	12,168	15,774	19,482	23,226	26,910	30,762	34,512	38,280
0,5	6,606	10,704	15,186	19,806	24,486	29,214	33,960	38,764	43,464	48,258

Bild 26. J_E -Kurven.Bild 27. J_K -Kurven.

Es sei noch ausdrücklich erwähnt, daß die für den speziellen Fall eines rotationssymmetrischen Rumpfes durchgeführte Rechnung theoretisch auch für ganz allgemeine Rumpfformen gilt. Man muß nur statt mit dem wirklichen Rumpf mit dem rotationssymmetrischen Ersatzrumpf rechnen (s. Einleitung).

VI. Anhang.

1. Die bei der Berechnung des Rumpfeinflusses vorkommenden Integrale J_E und J_K sind für die normalerweise interessierenden Bereiche der Flächenlängsanordnung δ und der relativen Ersatzhalbspannweite $\lambda = \frac{s^*}{l_h}$ in Zahlentafel 5 und 6 zusammengestellt.

Das Integral J_E ist antisymmetrisch zu $\delta = 0,5$, so daß für $\lambda = \text{konst.}$ gilt:

$$J_E(\delta) = -J_E(1 - \delta).$$

Das Integral J_K dagegen ist symmetrisch zu $\delta = 0,5$, so daß also wird:

$$J_K(\delta) = J_K(1 - \delta).$$

Die Werte für $\delta = 0$ sind nicht mitgeteilt. Falls man sie einmal gebrauchen sollte, sind sie durch Extrapolation leicht zu erhalten. Ihre Berechnung ist etwas umständlich, da ziemlich unübersichtliche „unbestimmte Ausdrücke“ $0 \cdot \infty$ zu behandeln sind.

Eine Übersicht über den Verlauf der Funktionen J_E und J_K geben Bild 26 und 27.

2. Während der Entstehung vorliegender Arbeit wurde eine unveröffentlichte Arbeit von Vandrey über den gleichen Gegenstand abgeschlossen.

Die Änderung der Festigkeitseigenschaften von »Duralumin« durch Rückbildung der Kaltaushärtung*).

Von K. L. Dreyer.

Bericht der Forschungsanstalt der Dürener Metallwerke A.G., Berlin-Borsigwalde.

An einer Aluminium-Kupfer-Magnesium-Legierung nach Flw. 3115 sollte die Änderung der mechanischen Eigenschaften durch Rückbildung der Kaltaushärtung untersucht werden. Um die Versuche möglichst einfach und übersichtlich zu gestalten, beschränken sich die Ausführungen auf ein bestimmtes Beispiel, in dem der kaltausgehärtete, unverformte Werkstoff eine Stunde lang bei Temperaturen zwischen 100 und 300° erwärmt und darauf bis zu einem Jahr bei Raumtemperatur gelagert wurde.

Aufgabenstellung und Versuchsdurchführung.

Werden kaltausgehärtete Werkstücke aus Al-Cu-Mg-Legierungen vorübergehend auf Temperaturen zwischen etwa 100 und 200° erwärmt, so beobachtet man häufig einen mehr oder weniger ausgeprägten Rückgang der Härte, Zugfestigkeit und Streckgrenze, dem bei höherer Temperatur — im Gebiet der Warmaushärtung — ein Wiederanstieg der Festigkeitseigenschaften folgt. Diese Erscheinung ist seit langem bekannt, jedoch haben erst neuere Untersuchungen¹⁾ gezeigt, daß die durch das Erwärmen hervorgerufene Erweichung nicht unbegrenzte Zeit bestehen bleibt, sondern daß sich die Eigenschaften bei tieferer Temperatur mit der Zeit im Sinne einer erneuten Kaltaushärtung ändern. Die sogenannte »Rückbildung«, worunter im folgenden der Rückgang der Kaltaushärtung durch Erwärmen und die erneute Verfestigung bei anschließender Raumtemperaturlagerung verstanden wird, ist für die Weiterverarbeitung von Halbzeugen aus aushärtbaren Aluminiumlegierungen von erheblicher praktischer Bedeutung, da hierbei gelegentlich von Erweichungen in dem Temperaturgebiet um 150° vorkommen. Es ist daher wichtig, sich über die Auswirkungen einer derartigen Erwärmung auf die Eigenschaften der gebräuchlichen Al-Cu-Mg-Legierungen ein möglichst vollständiges Bild zu verschaffen.

An Hand von Härtemessungen wurden die Rückbildungserscheinungen an einer Al-Cu-Mg-Legierung kürzlich eingehend untersucht¹⁾. Da für die Beurteilung der Werkstoffeigenschaften außer der Härte insbesondere die Zugfestigkeit, Streckgrenze und Bruchdehnung von Bedeutung sind, so erschien es wünschenswert, auch die Änderungen dieser Eigenschaftsgrößen durch Rückbildung näher zu verfolgen. Wie die früheren Untersuchungen ergeben haben, werden die Rückbildungserscheinungen durch eine Veränderung der Versuchsbedingungen — Temperatur und Dauer der Erwärmung, plastische Verformung vor oder nach dem Aushärten u. a. m. — in mannigfaltiger Weise beeinflusst. Die folgenden Ausführungen beschränken sich demgegenüber auf ein einfaches Beispiel, in dem eine kaltausgehärtete unverformte Al-Cu-Mg-Legierung eine Stunde lang bei verschiedenen Temperaturen erwärmt und darauf bis zu einem Jahr bei Raumtemperatur gelagert wurde.

Als Versuchswerkstoff wurde eine gebräuchliche Al-Cu-Mg-Legierung nach Fliegwerkstoff-Leistungsblatt 3115 nachstehender Zusammensetzung gewählt:

4,00% Cu, 0,47% Mn, 0,77% Mg, 0,48% Si, 0,30% Fe,
Rest Al.

Diese Legierung unterscheidet sich von der früher¹⁾ auf Rückbildbarkeit näher untersuchten Legierung »Duralumin 681 B«²⁾ hauptsächlich durch einen etwas höheren Magnesium- und Siliziumgehalt. Die Versuchslegierung lag in Form einer 1 mm dicken Blechtafel vor, die bei 500° gegläht, in kaltem Wasser abgeschreckt und etwa 20 Tage bei Raumtemperatur gelagert, aber nicht nachgerichtet wurde. Ihre mechanischen Eigenschaften in diesem Zustand waren folgende:

(Mittel aus fünf Einzelmessungen mit geringen Schwankungen)

Zugfestigkeit	44,2 kg/mm ²
Streckgrenze	26,4 kg/mm ²
Brinellhärte	118,0 kg/mm ²
Dehnung (δ_{10})	23,0 %

Eine Anzahl von NormalzerreiBstäben aus dem kaltausgehärteten Blech wurde eine Stunde lang bei Temperaturen zwischen 100 und 300° erwärmt, wobei die Temperatursteigerung jeweils 20° betrug. Das Anlassen geschah in einem zuvor auf die gewünschte Temperatur einregulierten, elektrisch beheizten Luftofen. Darauf wurden die Stäbe in kaltem Wasser abgeschreckt und bei 20° gelagert. Unmittelbar nach dem Abkühlen und nach Lagerzeiten von 10, 30, 140 und 360 Tagen wurden die mechanischen Eigenschaften an je drei Proben gemessen.

V Versuchsergebnisse.

Die nach den verschiedenen Lagerzeiten bestimmten Mittelwerte der Härte, Zugfestigkeit, Streckgrenze und Dehnung sind in Bild 1 in Abhängigkeit von der Anlaßtemperatur dargestellt. Betrachtet man zunächst die unmittelbar nach der Wärmebehandlung gemessenen Werte, so ist festzustellen, daß die Härte und Streckgrenze bis zu einer Anlaßtemperatur von etwa 180° deutlich unter ihren Ausgangswert absinken. Diese Abnahme ist jedoch erheblich geringer als früher¹⁾ an der Legierung »Duralumin 681 B« nach kurzzeitigem Erwärmen gefunden wurde. Oberhalb 180° tritt infolge Warmaushärtung eine Erhöhung der Härte und insbesondere der Streckgrenze bis zu einem Maximum bei etwa 220° ein, und bei noch höherer Temperatur (oberhalb 240°) fallen die Werte stark ab, was sich durch zunehmende Entmischung der durch das Lösungsglühen und Abschrecken übersättigten Legierung erklärt. Die Dehnung zeigt nach Bild 1 einen geringfügigen Anstieg bis etwa 180° und darauf — im Gebiet der Warmaushärtung — einen schroffen Abfall. Bemerkenswerterweise tritt auf der Zugfestigkeit-Anlaßtemperatur-Kurve unmittelbar nach dem Erwärmen kein Maximum hervor, sondern die Warmaushärtung verursacht nur eine Verzögerung des Festigkeitsrückgangs bis etwa 240°.

Während der Lagerung bei Raumtemperatur nehmen alle Festigkeitseigenschaften — Härte, Zugfestigkeit und

¹⁾ Eingetragenes Warenzeichen der Dürener Metallwerke A.G., Berlin.

²⁾ E 221, A 221.
³⁾ K. L. Dreyer, Z. Metallkde. Bd. 31 (1939), S. 147 bis 150.
Metallwirtsch. Bd. 19 (1940), S. 843 bis 848.

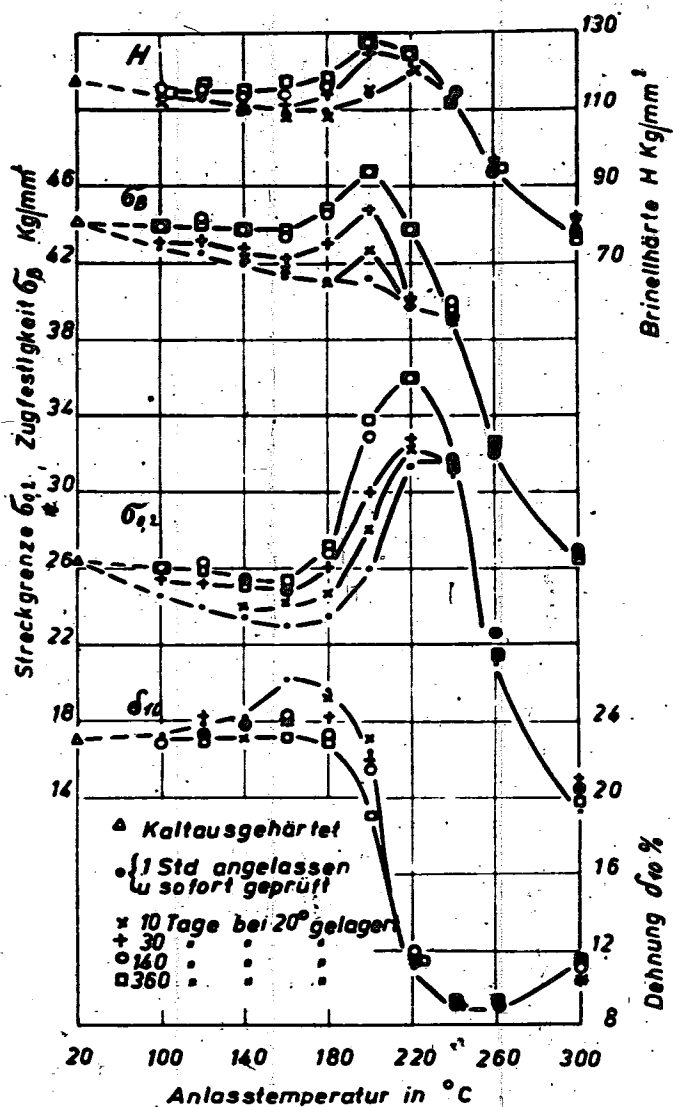


Bild 1. Einfluß einer 1stündigen Erwärmung bei 100 bis 300° mit anschließender Raumtemperlagerung auf die mechanischen Eigenschaften von kaltgehartetem Duralumin (Flw. 3115).

Streckgrenze — der zuvor angelassenen Proben mehr oder weniger stark zu, wohingegen die Dehnung nur wenig verändert wird. Die Eigenschaftsänderungen zeigen demnach die kennzeichnenden Merkmale einer Kaltaushärtung. Die Geschwindigkeit und der Betrag dieser erneuten Kaltaushärtung hängen in hohem Maße von der jeweiligen Anlaßtemperatur ab, wie Bild 2 im einzelnen veranschaulicht. Nach dem Erwärmen bei Temperaturen bis zu etwa 160° ist die zeitliche Änderung der Festigkeitseigenschaften nur gering und erfolgt sehr langsam. Mit steigender Anlaßtemperatur nehmen aber die Geschwindigkeit und das Ausmaß der erneuten Kaltaushärtung beträchtlich zu und erreichen nach dem Erwärmen auf 200° ihre Höchstwerte. Die Geschwindigkeit der normalen Kaltaushärtung nach dem Abschrecken von 500° wird aber bei der Rückbildung unter den gewählten Versuchsbedingungen nicht erreicht. Die Dehnung sinkt bis zu Anlaßtemperaturen von etwa 200° in Abhängigkeit von der Lagerdauer ein wenig ab. Bei noch höheren Temperaturen wird die Kaltaushärtung wieder geringer, und nach dem Anlassen auf Temperaturen oberhalb 240°, bei denen schon eine Erweichung des Werkstoffes infolge Gefügeausscheidungen stattgefunden hat, wurden auch nach sehr langen Zeiten keine Eigenschaftsänderungen mehr beobachtet. Die nach einer Lagerdauer von rd. 140 Tagen erreichten Werte der Festigkeitseigenschaften ändern sich bei weiterer Raumtemperlagerung nur noch sehr wenig; man hat demnach hauptsächlich in den ersten Monaten

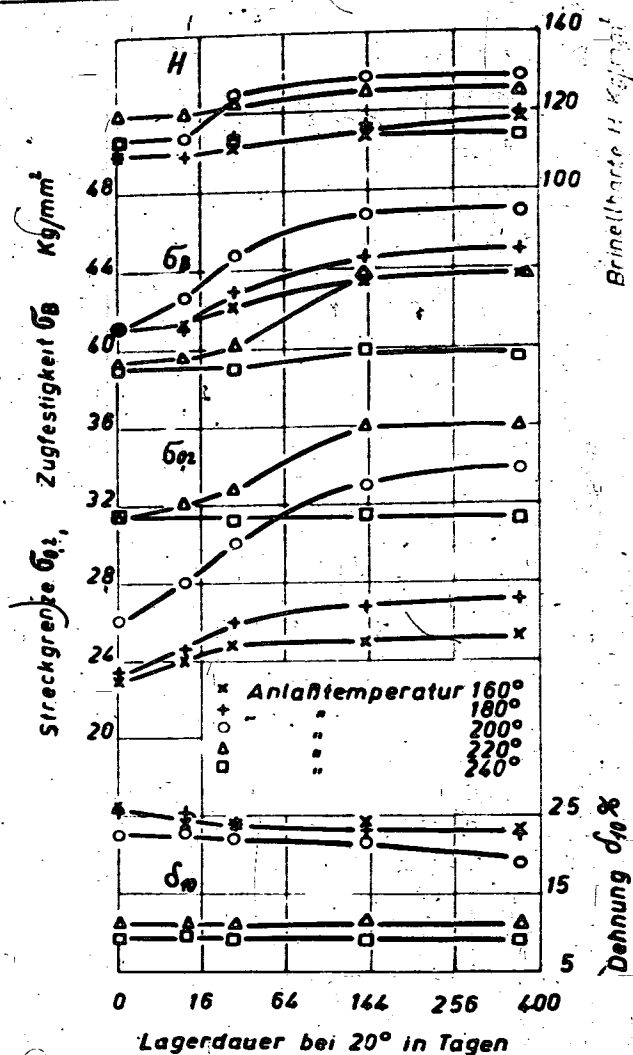


Bild 2. Änderung der mechanischen Eigenschaften mit der Lagerdauer bei 20° nach 1stündigem Erwärmen bei verschiedenen Temperaturen.

nach der Anlaßbehandlung mit Eigenschaftsänderungen zu rechnen.

Die nach einer Lagerdauer von ungefähr einem Jahr gemessenen Beträge der Zunahme der Härte, Zugfestigkeit und Streckgrenze sind in Zahlentafel 1 für verschiedene Anlaßtemperaturen zusammengestellt. Man sieht, daß die Erhöhung der Festigkeitseigenschaften durch erneute Kaltaushärtung vor allem nach dem Erwärmen in dem Temperaturgebiet um 200° recht beträchtlich ist.

Zahlentafel 1. Erhöhung der Festigkeitseigenschaften von kaltgehartetem und darauf eine Stunde angelassenen »Duralumin« durch 360 tägige Raumtemperlagerung.

Anlaßtemperatur °C	$H_{0.2}$ kg/mm ²	$\sigma_{0.2}$ kg/mm ²	σ_B kg/mm ²
140	4	1,7	1,6
160	8	2,7	2,4
180	10	3,8	3,7
200	15	5,6	7,7
220	6	4,5	4,7
240	0	0,4	0

Infolge dieser erneuten Kaltaushärtung tritt eine Verschiebung der Eigenschaft-Temperatur-Kurven mit der Zeit ein, wie Bild 1 erkennen läßt. Das unmittelbar nach der Erwärmung beobachtete Minimum der Härte und Streckgrenze flacht sich allmählich immer mehr ab, und das Maximum im Gebiet der Warmaushärtung wird ausgeprägter und zu etwas tieferen Anlaßtemperaturen verschoben. Be-

sonders auffällig sind die Änderungen der Zugfestigkeit: Während unmittelbar nach dem Anlassen kein Maximum im Gebiet der Warmaushärtung gefunden wurde, bildet sich im Verlaufe der nachfolgenden Raumtemperaturlagerung ein deutliches Maximum bei etwa 200° heraus, das also nicht durch Warmaushärtung, sondern ausschließlich durch eine erneute Kaltaushärtung entstanden und dementsprechend mit hoher Dehnung verbunden ist, und das bei etwas tieferer Temperatur liegt als das Streckgrenzenmaximum.

Nach den vorstehenden Darlegungen kann eine bestimmte Rückbildungsbehandlung zu besonders günstigen Festigkeitseigenschaften führen. Erwärmt man beispielsweise die kaltausgehärtete Versuchslegierung eine Stunde lang bei 200° und bestimmt unmittelbar nach der Abkühlung ihre mechanischen Eigenschaften, so stellt man nach Bild 1 fest, daß die Härte, Streckgrenze und Dehnung sich gegenüber den Werten des kaltausgehärteten Ausgangszustandes praktisch nicht verändert haben, da der Rückgang der Kaltaushärtung durch die beginnende Warmaushärtung gerade wettgemacht wird. Nur die Zugfestigkeit ist um etwa 3 kg/mm² unter ihren Ausgangswert gesunken. Läßt man nun die bei 200° erwärmten Proben einige Zeit bei Raumtemperatur lagern, so steigen die Werte der Streckgrenze, der Härte und auch der Zugfestigkeit ganz erheblich über die entsprechenden Ausgangswerte an, und zwar ohne daß die Dehnung in nennenswertem Maße zurückgeht, wie es bei reiner Warmaushärtung der Fall ist.

Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß die Al-Cu-Mg-Legierungen durch ein Erwärmen bei Temperaturen zwischen etwa 100 und 200° in einen Zustand verringerter Korrosionsbeständigkeit übergeführt werden, da sich bei diesen Temperaturen Gefügebestandteile bevorzugt an den Korngrenzen ausscheiden. Diese Feinausscheidungen bleiben auch bei nachträglicher Raumtemperaturlagerung bestehen und können die gefährliche interkristalline Korrosion verursachen. Bei derartig wärmebehandelten Teilen, die außerdem noch einem Korrosionsangriff standhalten sollen, muß daher für einen genügenden Oberflächenschutz — insbesondere durch Plattieren mit einer korrosionsbeständigen Aluminiumlegierung — Sorge getragen werden.

Will man die Ergebnisse der obigen Rückbildungsversuche auf praktische Verhältnisse übertragen, so muß man berücksichtigen, daß die vorstehend erläuterten Änderungen der mechanischen Eigenschaften unter ganz bestimmten einfachen Versuchsbedingungen ermittelt wurden und daher nicht ohne weiteres zu verallgemeinern sind. Abge-

sehen davon, daß die Rückbildbarkeit der Al-Cu-Mg-Legierungen von ihrer chemischen Zusammensetzung^{*)} beeinflußt wird, können Besonderheiten in der Verarbeitung und Wärmebehandlung der Werkstücke zu ganz erheblichen Unterschieden der Rückbildungserscheinungen führen, die im einzelnen noch keineswegs völlig geklärt sind.

Eine besondere Rolle bei der Rückbildung spielt neben der Temperatur auch die Dauer der Erwärmung, und zwar ist sowohl der Rückgang der Festigkeitseigenschaften als auch die Geschwindigkeit der erneuten Kaltaushärtung bei nachfolgendem Lagern um so größer, je kürzere Zeit die Werkstücke erhitzt wurden. Die bei längerer Anlaßdauer eintretende Warmaushärtung oder gar Erweichung der Werkstoffe infolge Entmischung verringert bzw. unterdrückt die Rückbildung. In dem gleichen Sinne wirken auch eine langsame Erwärmung auf die Anlaßtemperatur oder eine verzögerte Abkühlung nach dem Erhitzen. Werden die Legierungen nach der Kaltaushärtung durch Walzen oder Recken plastisch verformt und dann erwärmt, so sind die Änderungen der mechanischen Eigenschaften durch Rückbildung im allgemeinen geringer, als wenn die Werkstücke im unverformten Zustand der gleichen Wärmebehandlung unterzogen werden.

Zusammenfassung.

An kaltausgehärteten Blechen aus einer Al-Cu-Mg-Legierung nach Flw. 3115 wurde die Änderung der mechanischen Eigenschaften durch einstündiges Anlassen bei Temperaturen zwischen 100 und 300° und durch anschließende Raumtemperaturlagerung bis zu einem Jahr gemessen. Bis zu Anlaßtemperaturen von etwa 180° wurden unmittelbar nach dem Erwärmen ein Rückgang der Festigkeitseigenschaften und eine Dehnungszunahme gefunden. Nach einer Wärmebehandlung in dem Temperaturbereich von ungefähr 180 bis 220° steigen die Werte der Härte, Zugfestigkeit und Streckgrenze mit der Lagerdauer in den ersten Monaten infolge erneuter Kaltaushärtung beträchtlich an, wohingegen die Dehnung nur unwesentlich abnimmt.

Es gelingt auf diese Weise, die Legierung in einen Zustand zu bringen, der sich gegenüber dem nur kaltausgehärteten Ausgangszustand durch merklich höhere Festigkeitseigenschaften bei nur wenig geringerer Dehnung auszeichnet.

^{*)} Über den Einfluß der chemischen Zusammensetzung auf die Rückbildung der Al-Cu-Mg-Legierungen wird an anderer Stelle ausführlich berichtet.

Gestaltung von Propellerflügeln im Hinblick auf Biegeentlastung durch die Fliehkräfte*).

Von Dipl.-Ing. K. Schürmann.

Bericht der Gustav Schwarz G. m. b. H. Propellerwerk, Berlin-Waidmannslust.

Die Flügel bzw. Schaufeln von Luft- oder Schiffsschrauben, Dampfturbinen, Axialpumpen, Gebläsen usw. sind abgesehen von der sehr erheblichen Zugbeanspruchung durch die Fliehkräfte vorwiegend auf Biegung durch die statischen und dynamischen Druckverhältnisse im strömenden Medium beansprucht. Diese Biegung verursacht eine Verformung des Flügels derart, daß die elastische Linie von der Radialen abweicht. Dadurch greifen die Fliehkräfte außermittig an, d. h. es sind Fliehkraftbiegemomente vorhanden, die entgegengesetzt zu den Luftkraftbiegemomenten gerichtet sind. Die Flügel können von vornherein so gestaltet werden, daß die elastische Linie auch in unbelastetem Zustand von der Radialen so stark abweicht, daß für bestimmte Betriebszustände die Biegemomente nahezu verschwinden. Ein genaues Verfahren zur Bestimmung der erforderlichen Verlagerung wird beschrieben.

An der Hand von Bild 1 seien die Biegeverhältnisse für einen beliebigen Profilquerschnitt, gekennzeichnet durch den Radius x , untersucht. Die konstruktive Verlagerung des Flügelprofilschwerpunktes gegenüber der Radialen (also bei Verstellluftschrauben der Blattverstellachse) ist mit y_0 bezeichnet. Die Luftkraftverteilung über dem Radius ist als bekannt vorausgesetzt, s. Bild 2, Kurve p , ebenso der Fliehkraftverlauf, Kurve Z^1 .

Integriert man die Kurve p graphisch, bei der Flügel Spitze beginnend, so erhält man in bekannter Weise die Querkraft Q und durch nochmalige Integration das Luftkraftmoment M_L , dessen Betrag in Bild 2 für die Stelle x durch den Pfeil veranschaulicht wird. Das Moment wirkt, auf Bild 1 bezogen, im Gegenuhrzeigersinn.

Andererseits ist die Summe der Momente der Elementarfliehkräfte der Flügelteile, die sich rechts vom untersuchten Querschnitt x befinden (vgl. Bild 1):

$$M_{\text{entlastend}} = \int_x^R (y - y_0) dZ,$$

wenn die Elementarfliehkräfte mit dZ bezeichnet werden, oder

$$M_{\text{entlastend}} = \int_x^R y dZ - y_0 \cdot Z \quad \text{Gleichung (I)}$$

wobei Z die Summe aller Fliehkräfte rechts vom Schnitt x bedeutet. $M_{\text{entlastend}}$ wirkt im Uhrzeigersinn.

Die Bedingung für Biegespannungsfreiheit lautet nun (wenn man von den unvermeidlichen Wechselbiegespannungen absieht, die durch aerodynamische Schwingungsanfachung usw. entstehen):

$$M_{\text{entlastend}} = -M_L \quad \text{Gleichung (II)}$$

* P 393.
1) Die Luftkraft und deren Verteilung über dem Radius ändert sich bei Flugzeugluftschrauben sehr wesentlich je nach dem Flugzustand. Die Biegeentlastung kann daher nur für einen bestimmten Flugzustand angestrebt werden. Hingegen ist z. B. bei Windkanal-Gebläseflügeln eine fast vollständige Entlastung bei jedem Betriebszustand möglich, weil sich die Fliehkräfte genau — die Luftkräfte mit sehr guter Annäherung — parabolisch mit der Drehzahl ändern, so daß das Verhältnis Luftkräfte zu Fliehkräften bei jeder Drehzahl praktisch konstant bleibt.

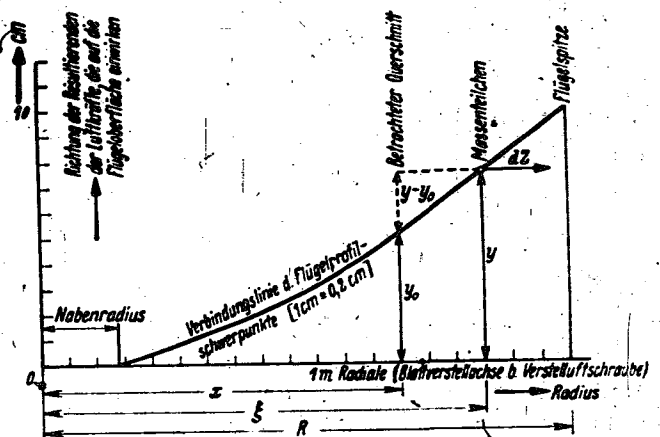


Bild 1. Verlagerung der Profile.

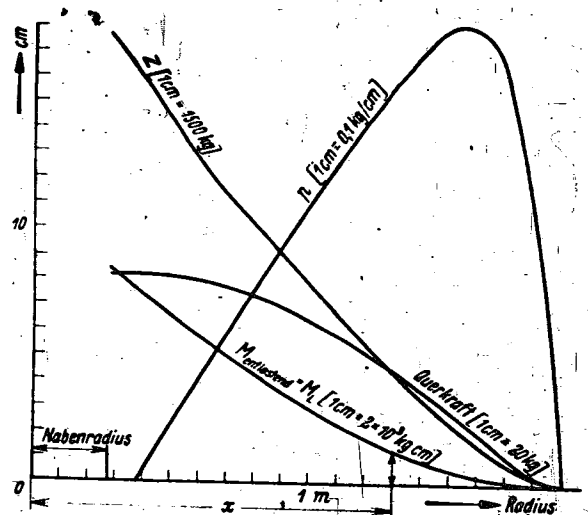


Bild 2. Äußere Beanspruchungen.

Man könnte nun die gesuchte Verlagerung y_0 durch Differentiation der Gl. (I) unmittelbar erhalten, wenn das subtraktive Glied nicht vorhanden wäre. Die strenge Lösung ist aber in einfacher Weise folgendermaßen möglich:

Da man nach Bild 2 den Zusammenhang zwischen Fliehkraft Z , Radius und Luftkraftmoment M_L kennt, kann man unter Berücksichtigung von Gl. (II) $M_{\text{entlastend}}$ unmittelbar über der Fliehkraft Z auftragen, vgl. Bild 3.

Lediglich zwecks Ableitung der Differentialgleichung wurde im Bild 4 die Linie der Schwerpunkte willkürlich gezeichnet²⁾. Der Inhalt der Fläche $OGHM$ entspricht dem ersten Glied

$$\int_x^R y dZ$$

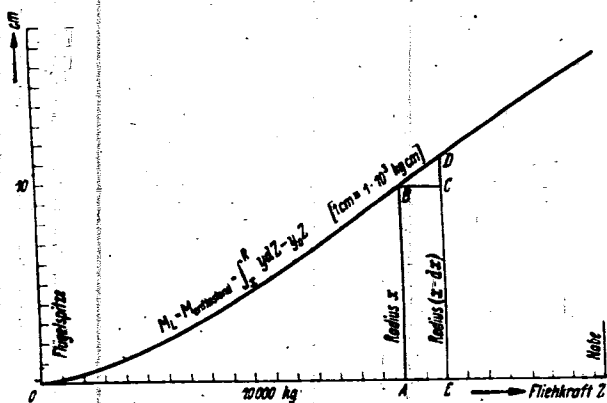


Bild 3. Entlastendes Moment über Fliehkraft.

der Gl. (I), die Fläche *OFHM* dem zweiten Gliede. Die Restfläche *GHF* stellt daher das entlastende Moment an der Querschnittsstelle *x* dar, und entsprechend die Restfläche *GKN* dasjenige an der nabennäheren Stelle *(x - dx)*. Die Differenz der beiden Restflächen, also der Inhalt des Flächenstreifens *FHKN* muß daher dem Zuwachs des entlastenden Momentes *DC* (Bild 3) entsprechen, mit anderen Worten:

$$DC \text{ (Bild 3)} = dM_{\text{entlastend}} = \text{Flächeninhalt von FHKN (Bild 4)} = Z \cdot \delta y_0$$

oder dividiert durch *dZ*:

$$\frac{dM_{\text{entlastend}}}{dZ} = Z \cdot \frac{dy}{dZ}$$

Die Differentialgleichung der Schwerpunktslinie lautet daher:

$$\frac{dy}{dZ} = \frac{1}{Z} \cdot \frac{dM_{\text{entlastend}}}{dZ} \quad \text{Gleichung (III)}$$

Man braucht also nur den Differentialquotienten der Kurve Bild 3 an verschiedenen Stellen zu ermitteln (zweckmäßig mit Hilfe eines Spiegellineals, das die Normale zur Kurventangente liefert) und nach Gl. (II) diese Werte durch die dazugehörige Fliehkraft *Z* zu dividieren, um den Verlauf von *dy/dZ* über *Z*, vgl. Bild 5, zu erhalten.

Die graphische Integration der letzteren Kurve, bei der Nabe beginnend, liefert die gesuchte Verlagerungslinie über *Z*, die nunmehr auch über dem Radius aufgetragen werden kann (vgl. Bild 1).

Zur Nachprüfung der Richtigkeit der gefundenen Verlagerung kann nun die *y*-Kurve (Bild 5) von links aus graphisch integriert werden. Nach Gl. (I) wird ferner die Kurve des Produktes *y · Z* in Bild 5 eingezeichnet³⁾.

Der Ordinatenabstand der Integral- von der Produktkurve, in Bild 5 durch den Pfeil angedeutet, muß gleich dem *Mentlastend* von Bild 3 an derselben Stelle sein.

Die gefundene Verlagerung ist genau richtig, sofern die äußeren Kräfte in einer Ebene liegen. Bei verwundenen Flügeln (Abweichung des Steigungswinkels in Nabennähe von demjenigen an der Flügelspitze, also räumliches Problem) ist die errechnete Verlagerung um einen ganz geringfügigen Betrag zu klein, der unberücksichtigt bleiben kann, sofern es sich nicht um Flügel handelt, die außergewöhnlich stark verwunden sind.

Zahlenbeispiel. — Gebläseradflügel.

Die Annahmen über die Luftkraftverteilung *p* und den Fliehkraftverlauf *Z* in Abhängigkeit vom Gebläseradhalbmesser gehen aus Bild 2 hervor.

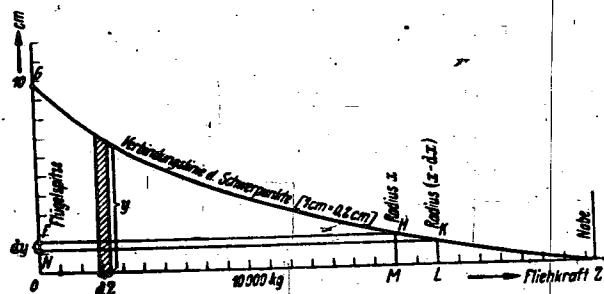


Bild 4. Verlagerung über Fliehkraft.

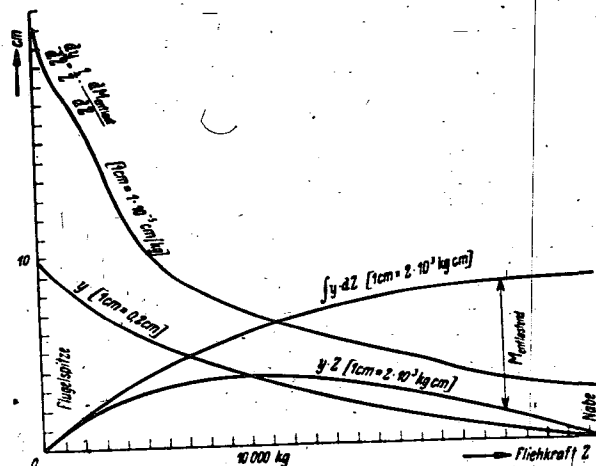


Bild 5. Differentialkurve und Nachprüfverfahren.

Zahlentafel.

Radius <i>x</i> cm	Luft- kraft <i>p</i> kg je cm Radius	Luft- kraft- moment <i>M_l</i> = <i>M_{entlastend}</i> kg · cm	Flieh- kraft <i>Z</i> kg	Differen- tialquot. $\frac{dM_{\text{entlastend}}}{dZ}$ cm	$\frac{dy}{dZ} = \frac{1}{Z} \cdot \frac{dM_{\text{entlastend}}}{dZ}$ vgl. Bild 5 cm/kg	$\int \frac{dy}{dZ} dZ$ vgl. Bild 5 u. Bild 1 cm
27,5	0	16 800	26 500	0,7021	$2,65 \cdot 10^{-5}$	0
30	0	16 400	25 900	0,6966	2,69	0,02
50	0,216	13 140	21 320	0,7266	3,408	0,157
70	0,574	10 000	16 890	0,7883	4,67	0,33
90	0,914	7 120	13 430	0,7581	5,647	0,505
110	1,236	4 600	9 900	0,6917	6,983	0,735
130	1,535	2 560	6 470	0,57	8,81	1,004
150	1,78	1 000	3 530	0,474	13,43	1,321
170	1,615	220	1 170	0,219	18,73	1,715
190	0	0	0	0,1509	unendlich	1,955

Kontrollberechnung.

Radius <i>x</i> cm	$\int y dZ$ vgl. Bild 5 cm · kg	$y \cdot Z$ vgl. Bild 5 cm · kg	$M_{\text{entlastend}} = \int y dZ - y \cdot Z$ vgl. Bild 5 cm · kg
27,5	17 030	0	17 030
30	17 010	518	16 492
50	16 610	3 350	13 260
70	15 550	5 576	9 974
90	14 020	6 782	7 238
110	11 850	7 280	4 570
130	8 950	6 498	2 452
150	5 600	4 663	937
170	2 050	2 007	43
190	0	0	0

Die Werte der Spalte *M_{entlastend}* der Kontrollberechnung müssen, abgesehen von der Ungenauigkeit des zeichnerischen Differenzierens bzw. Integrierens, mit den entsprechenden Werten der Spalte Luftkraftmoment übereinstimmen.

¹⁾ Bzw. das Ergebnis des untenstehenden Zahlenbeispiels vorweggenommen.

²⁾ Der Index von *y*, Gleichung (I), soll lediglich andeuten, daß es sich um die Verlagerung *y* an einer bestimmten, augenblicklich betrachteten Stelle handelt. An sich sind *y* und *y* identisch.

Thermodynamische Eigenschaften kleiner luftgekühlter Zylinder*).

Von W. Flössel.

Bericht der Argus Motoren Gesellschaft m. b. H. Berlin-Reinickendorf.

Die wenigen leistungsfähigen Flugmotoren-Baumuster mit kleinen Einzelhubräumen werden einer näheren Untersuchung bezüglich Leistung und Kraftstoffverbrauch unterzogen.

Den von W. Kamm [12] veröffentlichten Versuchsergebnissen an geometrisch ähnlichen Einzylindermotoren werden eigene Versuche an leistungsfähigeren Zylindern gegenübergestellt.

Neben der Frage nach der besten Zylinderkühlung — Wasser- oder Luftkühlung — besteht im Flugmotorenbau immer noch das Problem der vorteilhaftesten Zylindergröße.

Suchte man am Anfang der Entwicklung größere Leistungen durch Vergrößern der Zylinderabmessungen zu erzielen [1], so stellte man nach einigen Jahren fest, daß Zylinder größer als 3 bis 3,5 l Hubraum wegen der wachsenden thermischen Schwierigkeiten keine nennenswerte Steigerung der absoluten Leistung mehr ergeben. Die erwähnte Hubraumgröße bildet heute sowohl bei flüssigkeitsgekühlten wie auch bei luftgekühlten Zylindern die obere Grenze [2]. Diese Zylinder leisten im neuzeitlichen Vollmotor mit Lader in etwa 4 bis 5 km Volldruckhöhe für 5 bis 30 min ungefähr 90 bis 115 PS. An der Hand dieser Zylinderleistung läßt sich leicht überschlagen, welche Leistungen bei einem vielzylindrigen Vollmotor zu erwarten sind. Damit ist aber noch nicht entschieden, ob die Verwirklichung einer geforderten Leistung in wenigen großen Zylindern die beste technische Lösung darstellt. Sieht man von der billigen Herstellung und leichten Wartung von Motoren geringer Zylinderzahl ab, so ist z. B. fraglich, ob auf diesem Wege das geringste Leistungsgewicht erzielt wird.

Der Motor mit wenigen Zylindern wird einerseits ein geringes Gewicht je Liter Hubraum haben, andererseits aber eine relativ niedrige Literleistung aufweisen. Über den Geringstwert des Leistungsgewichtes

$$\frac{G}{N} = \frac{G}{V} \cdot \frac{V}{N} = \frac{(\text{Liter-Gewicht})}{(\text{Liter-Leistung})} \quad (\text{kg/PS})$$

in Abhängigkeit von der Zylindergröße kann theoretisch keine zuverlässige Aussage gemacht werden.

Im Schrifttum werden seit Jahren auf Grund der mechanischen und thermodynamischen Ähnlichkeitsgesetze [3, 4, 5, 8] kleinste Zylinder (z. B. 0,5 l s. Kamm [12]) und damit vielzylindrige Bauarten befürwortet. Zum Teil aus Gründen, die in diesem Aufsatz noch näher dargelegt werden, ist der Motorenbau solchen Vorschlägen nur selten gefolgt.

Die Untersuchung des Einflusses der Zylindergröße auf die thermodynamischen Eigenschaften an der Hand ausgeführter Motoren ist durch den sehr unterschiedlichen Stand der technischen Entwicklung erschwert. Die kleinen und mittleren Zylinder sind oft nur mäßig beansprucht, da sie meist nur für Übungs- und kleine Sportflugzeuge verwendet werden.

Goßlau [4] hat schon 1935 in einem Vortrag den Einfluß der Zylindergröße auf die Literleistung (s. Bild 14 [1]) und dabei insbesondere die Leistungsfähigkeit des hochüberladenen, schnellaufenden 1-l-Zylinders dargestellt. Im

Motormuster As 410 und in dessen Weiterentwicklung sind dessen Möglichkeiten praktisch verwirklicht und außerdem die Vorteile des klassischen Sternmotorenzylinders durch Schrägstellen der Zylinder auch dem Reihomotor nutzbar gemacht worden.

Bei den englischen Motormustern Napier »Rapie« und »Dagger« hat man sich zu kleineren Hubräumen und zu der typischen Bauart des Reihomotorzylinders entschlossen. Diese beiden Motoren sollen daher im folgenden mitbetrachtet werden. Angaben über die drei Motoren finden sich in Zahlentafel 1.

Der »Rapie« ist mit Stoßstangensteuerung ausgerüstet und hat infolgedessen wahrscheinlich größere Schwierigkeiten die Drehzahl über 4000 U/min zu steigern als der »Dagger«. Infolgedessen ist die mittlere Kolbengeschwindigkeit beim »Rapie« mit knapp 12 m/s relativ gering. Der Mitteldruck für Start mit 9,4 at ist auffallend niedrig. Leider sind von diesem Motor die angewendeten Lade-

Zahlentafel 1. Hochbeanspruchte, luftgekühlte Flugmotoren mit kleinen Einzelhubräumen (bis 1 Liter).

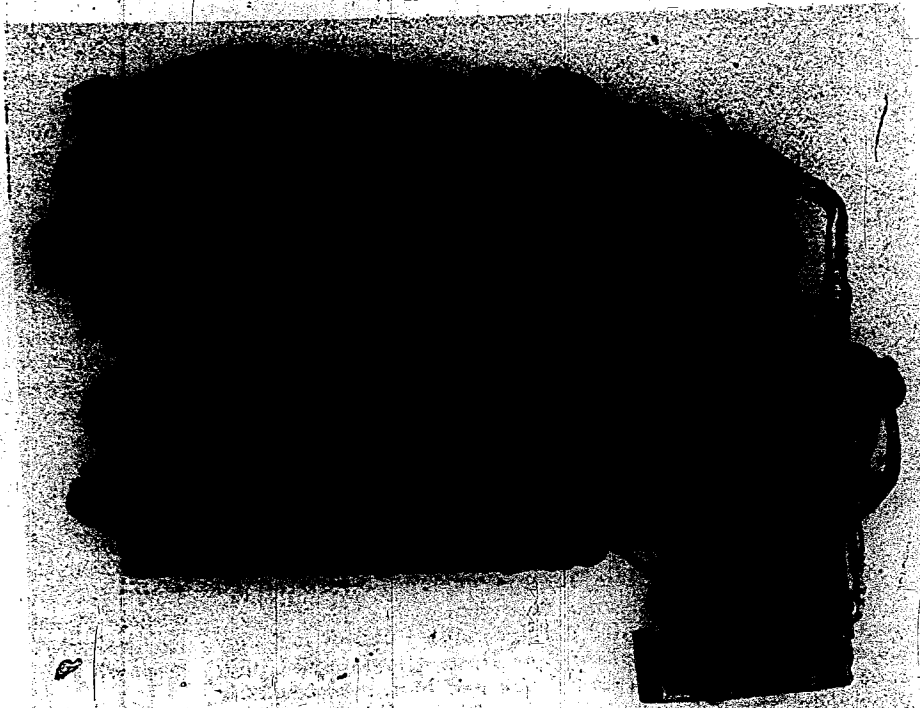
	Napier Rapie VI	Napier Dagger VIII	Argus As 410 A-1	Argus As 411	
Zylinderzahl	16	24	12	12	
Abmessungen . . . mm	89/89	97/95	105/115	105/115	
Zylinder-Hubraum l	0,554	0,702	0,996	0,996	
Gesamt-Hubraum l	8,86	16,85	11,96	11,96	
Verdichtungsverhält.	7	7,75	6,4	6,4	
N_H PS	400	1014	410	475	600*)
Höhe km	1,83	2,67	2,0	3,0	1,75
n U/min	4000	4200	3100	3250	3400
P_1 ata	—	1,385	1,20	1,42	1,72
Literleistung . . PS/l	45,3	60,2	34,3	39,7	50,2
P_e at	10,2	12,9	9,96	11,0	13,29
c_{mK} m/s	11,9	13,3	11,9	12,5	13,0
Startleistung . . PS	370	969	465	575	
n U/min	4000	4200	3100	3400	
P_1 ata	—	1,455	1,40	1,72	
Literleistung . . PS/l	41,8	57,5	38,9	48,1	
P_e at	9,41	12,31	11,30	12,72	
c_{mK} m/s	11,9	13,3	11,9	13,0	
Gewicht kg	323	580	315	340	
Länge m	1,44	1,88	1,59	1,59	
Breite m	0,59	0,58	0,66	0,66	
Höhe m	0,91	1,15	0,97	0,97	
Litergewicht . . . kg/l	36,5	34,4	26,3	28,4	
Leistungsgewicht					
für N_H kg/PS	0,808	0,572	0,768	0,716	0,567
für N_{Start} . . kg/PS	0,874	0,598	0,678	0,592	
Kl. Gondelfläche m ²	0,47	0,63	0,51	0,51	
Stirnflächenleistung					
für N_H PS/m ²	852	1610	804	932	1170
für N_{Start} . . PS/m ²	788	1540	912	1127	
Spez. Gesamtkühlfläche . . m ² /l	0,475	—	0,687	0,758	

*) Notleistung.

*) M 2, K 31 1.



Der luftgekühlte Napier-Dagger mit 24 Zylindern und nur 17 l Gesamthubraum. Beispiel für starke Unterteilung des Hubraumes auf viele kleine Zylinder. Ergibt sehr hohe Literleistung, aber auch hohes Gewicht, so daß das Leistungsgewicht nicht besonders günstig ist. Motor nicht in großen Serien gebaut. Keine Beutemotoren.



12-Zylinder As 410. Hubraum 11,95 l. Gewicht 315 kg. Startleistung 465 PS bei 3100 U/min und 1,40 ata.

drücke nicht bekannt. Vier »Rapier VI«-Motoren brachten der »Mercury-Upper-Component of Short Mayo Composite Aircraft« [9] mit einem Flug von England nach Südafrika den bis dahin von dem Do-18-Flugboot gehaltenen Langstreckenweltrekord ein.

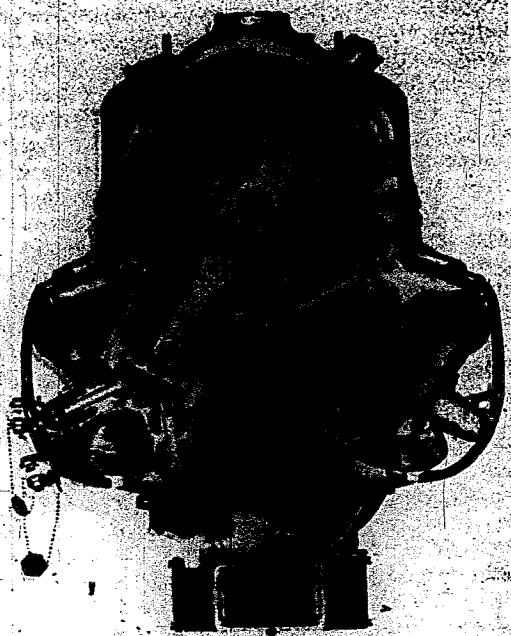
Der Napier »Dagger VIII« hat Königswellen-Steuerung und weist bezüglich Kolbengeschwindigkeit und Mitteldruck höhere Werte auf als der »Rapier«. Der Mitteldruck von fast 13 at entspricht den Werten von Großmotoren, die Kolbengeschwindigkeiten mit 13,3 m/s liegt in der allgemein üblichen Größenordnung. Der Ladedruck von 1,45 ata hält sich an der oberen Grenze der sonst verwendeten Drücke.

Beide Napier-Motoren sind sehr kurzhubig gebaut, mit einem Hub gleich bzw. beim Dagger etwas kleiner als die Bohrung. Dadurch ergeben sich die hohen Drehzahlen von 4000 U/min und darüber. Das Verdichtungsverhältnis liegt mit 7 bzw. 7,75 höher als bei großen Zylindern. Trotzdem ist für den Betrieb Kraftstoff der Oktanzahl 87 vorgesehen. Die Literleistungen, insbesondere des Dagger-Motors, liegen mit 42 bis 60 PS/l sehr hoch; die Ursache hierfür ist vor allem die hohe Drehzahl.

Betrachtet man bei den beiden Napier-Motoren das Leistungsgewicht, so ist dies beim Rapier mit 0,8 bis 0,9 nicht besonders gut, beim Dagger mit 0,6 auch nicht günstiger als bei anderen Motoren mit 1000 PS Startleistung. In dieser Hinsicht hat also die Aufteilung des Hubraumes auf viele kleine Zylinder keinen Vorteil gebracht. Die hohen Hubraumgewichte von 34 bis 36 kg/l sind durch die erstaunlich hohen Literleistungen eben gerade nur ausgeglichen. Der »Rapier« wiegt etwas mehr als der 35% größere As 410 und der »Dagger« soviel wie der 78% größere Wright »Cyclone«!

Als Vorteil bleibt nur die insbesondere beim »Dagger« sehr hohe Stirnflächenleistung von 1600 PS/m² in 2,67 km Höhe, die von bekannten flüssigkeitsgekühlten Motoren bei Berücksichtigung des Kühlers bisher noch nicht erreicht wurde.

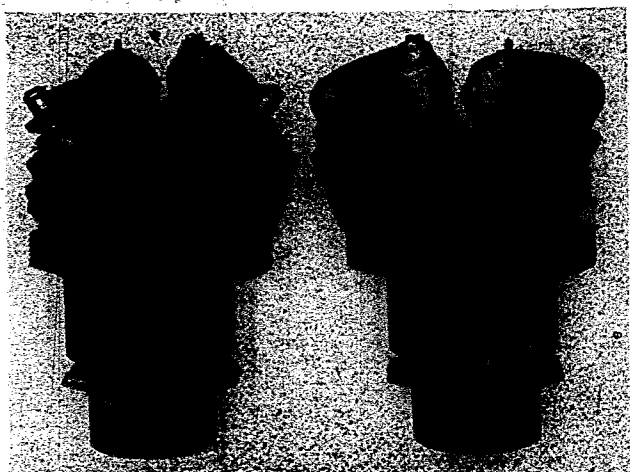
Der Argus 12-Zylindermotor As 410 [10] hat Zylinder von 1 l Hubraum, die also bereits wesentlich größer sind als die



As 410-Motor Querschnitt. Außenliegende Ladeleitung, innenliegende Auspuffstutzen. 2-ventiliger Zylinderkopf mit halbkugelförmigem Brennraum. Unten das vom Eiswarngerät selbsttätig gesteuerte Warmluftgerät vor dem Vergaser.

Napier-Zylinder. Das Hubraumgewicht ist mit 26 kg/l um 10 kg/l geringer als bei den beiden englischen Motoren. Deshalb ist bereits mit einer Literleistung von 40 PS/l beim Start das für diese Leistungsklasse günstige Leistungsgewicht von 0,68 kg/PS vorhanden. Die mittlere Kolbengeschwindigkeit ist mit 12 m/s ebenso niedrig wie beim Rapier, der mittlere effektive Druck mit 11,3 at wesentlich höher als bei diesem und für die Leistungsklasse normal. Die Stirnflächenleistung entspricht mit 900 PS/m² bereits den 2-Reihen-Sternmotoren.

Bei dem As 410-Serienmotor der Baureihe 1 ist zu bemerken, daß seine Startleistung mehrfach 100 h lang ge-



As 410-Zylinder. Warm aufgeschraubter Zylinderkopf. Gekreuzte Stoßstangen, um mit einer Nockenwelle je Zylinderreihe auszukommen. Links Auspußseite, rechts Einlaßseite.

fahren werden konnte. Der Motor ist auch mit Kraftstoff der Oktanzahl 80 einwandfrei zu betreiben.

Der serienmäßige Motor der Baureihe 1 leistet mit normalem Kraftstoff bei voll offener Drossel und 3600 U/min über 600 PS bei 1,72 ata Ladedruck und hält diese Leistung über zehn Stunden ohne Schaden. Die spezifischen Werte hierfür sind: 50 PS/l, 12,6 at und 13,8 m/s. Das Leistungsgewicht beträgt dabei 0,525 kg/PS und erreicht damit einen Wert, der auch von Großmotoren, insbesondere mit Kühler, kaum unterschritten wird.

Über die Leistungen des zum Muster As 411 weiterentwickelten Motors mit leistungsfähigerem Lader gibt Zahlentafel 1 nähere Auskunft.

Zusammenfassend kann man über die drei Baumuster sagen, daß Einzelhubräume unter 1 l offenbar zu große Baugewichte je Liter bedingen und daß nur ungewöhnliche Literleistungen tragbare Leistungsgewichte erzwingen lassen. Die mittleren Kolbengeschwindigkeiten liegen bei allen drei Baumustern bei niedrigeren Werten als man sie bei Großmotoren gewohnt ist. Dasselbe gilt für die mittleren Drücke, die erst bei ungewöhnlich hohen Ladedrücken die normalen Werte der großen Zylinder erreichen.

Es besteht die irrtümliche Ansicht, daß kleine hochtourige Zylinder bezüglich des spezifischen Kraftstoffverbrauches benachteiligt seien. Wenn auch die Untersuchungen von K. Ullmann [11] gezeigt haben, daß unabhängig von der Zylindergröße zu gleicher Kolbengeschwindigkeit gleiche mittlere Reibungsdrücke gehören, so ist doch zu bedenken, daß durch Multiplikation mit der höheren Drehzahl bei kleinen Zylindern erheblich größere Verlustleistungen je Liter bei kleinen Hubräumen zu erwarten sind. Der mechanische Wirkungsgrad eines kleinen 12-Zylinders, wie des As 410, ist bei gleicher Kolbengeschwindigkeit etwa 4 bis 5 Absolutprozent niedriger zu schätzen als bei 12-Zylinder-Großmotoren mit dem dreifachen Hubraum. Ungünstig ist weiterhin bei einem Ladermotor die notwendige Anwendung größerer Ladedrücke und damit größerer Förderhöhen bei Motoren mit kleinen Zylindern.

Diese beiden Nachteile werden aber auch bei gleichem Mischungsverhältnis durch geringeren spezifischen indizierten Kraftstoffverbrauch kleiner Zylinder ausgeglichen. Hierzu kommt, daß die Höchstleistung bei etwas ärmeren Kraftstoffluftgemischen erreicht wird und daß vor allem auch bei Reiselast vorteilhaft mit sehr großem Luftüberschuß gearbeitet werden kann.

Die Erklärung für dieses Verhalten dürfte in den kurzen Zündwegen, beim As 410 zusätzlich in der Kugelkalottenform des Brennraumes mit kleinster Oberfläche zu suchen sein.

Bild 1 zeigt für den »Dagger VIII« über der Belastung den spezifischen Kraftstoffverbrauch für verschiedene Drehzahlen. Man sieht den starken Einfluß niedriger

Drehzahl bzw. höherer Belastung auf den spezifischen Verbrauch. Bei 2500 U/min und 26,5 PS/l werden 195 g/PS_h bei der höchsten Reiselastdrehzahl von 3500 U/min und 37,5 PS/l (!) aber 205 g/PS_h angegeben. Das sind günstige Werte, bedingt durch das hohe Verdichtungsverhältnis und die mäßige Volldruckhöhe von 2,67 km einerseits, die nicht allzu günstige, zylindrische Brennraumform andererseits.

Der Argus As 410 ist trotz niedrigeren Verdichtungsverhältnisses und ähnlicher Kolbengeschwindigkeit wie der Dagger bei 3500 U/min noch etwas wirtschaftlicher. So wurden auf einem Höhenprüfstand der Luftwaffe an einem Serienmotor und unter Benutzung der Einhebelbedienung folgende Verbräuche gemessen:

$n = 2820$ U/min, $p_c = 1,15$ ata bis 1,8 km Volldruckhöhe:

H	N	b _e
km	PS	g/PS _h
0	308	198
1	323	196
1,8	334	192
2	325	194
3	284	201
4	245	207
5	209	212
6	179	213
7	157	211

An Versuchsmotoren As 410 wurden noch niedrigere Werte gemessen und bei Hochverdichtung auf $\epsilon = 8,5$ konnten in Dauerläufen Verbräuche bis herab zu 165 g/PS_h gefahren werden.

Die beiden Beispiele des Napier »Dagger« und Argus As 410 dürften zeigen, daß die Wirtschaftlichkeit kleiner Zylinder trotz hoher Drehzahlen ebensogut ist wie bei großen Zylindern.

Die Unterschiede des Mitteldruckes, den kleine oder große Zylinder bei gleichen äußeren Bedingungen aufweisen, betragen nur wenige Prozent. Aus Leistungsangaben an Vollmotoren mit Lader lassen sich die Grundwerte für laderlosen selbstsaugenden Betrieb und 15° Ladelufttemperatur nur mit Annäherung errechnen. Die Lade-förderhöhe kann einigermaßen sicher ermittelt werden, der Laderwirkungsgrad und der Bedarf an Verbrennungsluft muß geschätzt werden. Damit wird nicht nur die Laderleistung unsicher, sondern auch die Ladelufttemperatur. Weiterhin weiß man nichts über den Einfluß der Ladelufttemperatur und des Verhältnisses Auspußgegendruck/Ladedruck auf den Luftdurchsatz bzw. die indizierte Leistung.

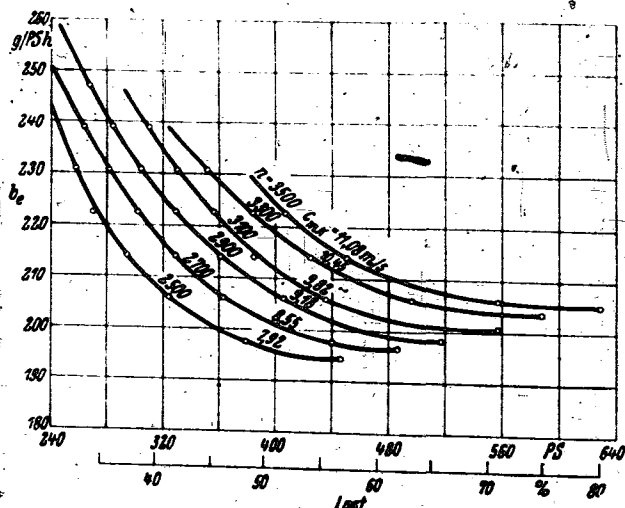


Bild 1. Napier Dagger VIII. Verbrauch im Reiseflug.
 $V_H = 16,84$ l; $\epsilon = 7,5$.

Ebenso kann die Reibungsverlustleistung auf Grund der Kolbengeschwindigkeit nur geschätzt werden.

Hierzu kommen die Unterschiede der Bauart: Verdichtungsverhältnis, Ventile, Steuerzeiten, Brennraumform, Lage der Zündkerzen, Gemischbildungsverfahren, Kühlungsverhältnisse usw., die den Einfluß der Zylindergröße überdecken können.

W. Kamm [12] hat daher geometrisch ähnliche luftgekühlte Zylinder von 0,18, 0,61, 1,47 und 2,82 l Hubraum gebaut und untersucht. Leider sind die sehr interessanten Ergebnisse in ihrem praktischen Wert dadurch verringert, daß die Zylinder mit zwei parallel stehenden Ventilen und zylindrischem Verbrennungsraum gebaut wurden, eine Bauart, die heute als überholt angesehen werden muß. Weiterhin sind die untersuchten Kolbengeschwindigkeiten von 11 und z. T. 8 m/s so niedrig, daß sie für Untersuchungen über die größte Hubraumausnutzung nicht ausreichen. Ebenso sind die Hubraumleistungen und die bis zur Klopfgrenze zulässigen Ladedrücke sehr niedrig. Von Interesse ist auch, daß Kamm (Seite 10 seiner Schrift) nach Vorversuchen die Ventilüberschneidungen im oberen Totpunkt und die Voreinlaßzeit bei den kleinen Zylindern um 40° größer wählte, d. h. die geometrische Ähnlichkeit nicht ganz beibehalten hat. Die veränderten Ventilzeiten können auch die Ursache dafür sein, daß an allen 4 Zylindern bei gleicher Kolbengeschwindigkeit etwa gleiche Füllungen festgestellt wurden.

Kamm kommt (s. [12] S. 33) dann in der zusammenfassenden Betrachtung zu folgenden Schlüssen:

»Beim augenblicklichen Stand der Entwicklung kann für den Ventil-Viertaktmotor die Zylindergröße mit etwa $\frac{1}{2}$ l Inhalt als günstigste angesehen werden.«

Es ist zu vermuten, daß bei Wahl einer höheren Kolbengeschwindigkeit von vielleicht 13 oder 14 m/s die kleinen Zylinder infolge der schlechteren Liefergrade enttäuscht hätten, und daß dann andere Schlußfolgerungen zustande gekommen wären.

Nachstehend soll an Hand einiger Versuchswerte die hohe Klopfestigkeit kleiner Zylinder belegt werden.

Zunächst ein Vergleich von zwei kleinen Einzylinderprüfmotoren mit Fremdaufladung und heißer Ladeluft: Der Argus-Prüfmotor ist für Klopfversuche mit $\epsilon = 7,5$ um 1,1 Einheiten höher verdichtet, als der Serienzylinder. Da außer Ladedruck, Ladelufttemperatur und Drehzahl vor allem auch die Luftüberschußzahl maßgebenden Einfluß auf die Klopfgrenze hat, die Luftüberschußzahl aber in England im allgemeinen nicht gemessen wird, mußte der Vergleich auf gleiche effektive spez. Brennstoffverbräuche abgestellt werden. Der Kraftstoff hatte in beiden Fällen die Oktanzahl 87.

	As 410 Einzylinder	Dagger [13] Zweizylinder
Verdichtungsverhältnis . . . °C	7,5	7,5
Ladelufttemperatur . . . U/min	90	80
Drehzahl . . . g/PSch	3200	3500
1. b_e . . . at	237	237
p_e . . . ata	18,5	12,7
p_i . . . PS/l	1,55	1,26
N_e/V_H . . . PS/l	48,0	49,4
2. b_e . . . g/PSch	266	266
p_e . . . at	15,2	13,9
p_i . . . ata	1,70	1,35
N_e/V_H . . . PS/l	54,0	54,0

Wie der Vergleich zeigt, ist bei dem niedrigen Verbrauch ein 6,4% beim höheren Verbrauch sogar ein 9,4% höherer Mitteldruck beim As 410-Zylinder zulässig. Der Vorteil der Kleinheit des 0,7-l-Zylinders des »Dagger« wird bei dem 1 l großen As 410-Zylinder mehr als ausgeglichen und durch den Vorteil der günstigeren Brennraumform. Durch die höhere Überladefähigkeit erreicht der As 410-Zylinder trotz geringerer Drehzahl und 10° heißerer

Ladeluft an der Klopfgrenze dieselbe hohe Literleistung wie der Dagger.

Während dieser Prüfmotorvergleich bei reichem Gemisch (As 410: $\lambda = 0,91/0,81$) gezogen wurde, soll nachstehend ein As 410-Vollmotor mit leistungsfähigerem Lader bei einer Luftüberschußzahl von 1,25 mit einem Pratt & Whitney-Sternmotor bei »Gemisch bester Wirtschaftlichkeit« [14] verglichen werden. Die Verdichtung ist bei dem P. & W.-Motor etwas höher, dafür wurde dieser Motor aber mit Kraftstoff der Oktanzahl 100 gegenüber 87 beim As 410 betrieben. Der Sternmotor wurde mit einer für die gegebenen Verhältnisse geringen (20°) und großen Vorzündung (45°) gefahren. Die Vorzündung von 20° ist nur vom Standpunkt der Klopficherheit aus vertretbar, die größte Wirtschaftlichkeit im Verbrauch würde vielleicht 30 bis 35° Vorzündung bedingen.

	As 410 Vollmotor	P. & W. Sternmotor
Kraftstoff . . .	OZ 87	OZ 100
Verdichtungsverhältnis . . .	6,4	6,7
Luftüberschußzahl . . .	1,25	1,05 (geschätzt)
Vorzündung . . . °	35 — 40	20 — 45
Drehzahl . . . U/min	3300	—
p_i kloppfrei . . . at	18,5	13,3
Ladelufttemperatur . . . °C	94	94
Ladedruck . . . ata	1,63	—

Die Aufstellung zeigt, daß trotz des Kraftstoffes geringerer Oktanzahl der kleine Zylinder höhere Mitteldrücke zuläßt. Da die Brennraumform etwa dieselbe ist, beruht der Unterschied erstens auf der absoluten Größe des Brennraumes bzw. der Länge der Zündwege, zweitens auf dem Umstand, daß der P. & W.-Motor wegen schlechter Gemischverteilung nur auf etwa $\lambda = 1,05$ verarmt werden kann, also mit dem kloppfreudigsten Mischungsverhältnis arbeiten muß.

Die Möglichkeit, mit hohem Luftüberschuß zu fahren, ist nicht allein durch die Ausbildung des Zylinders selbst gegeben, sondern auch durch die Anordnung der Ladeleitungen, der Laderspiralen und des Zulaufes zum Lader. Es muß dafür gesorgt werden, daß die Luft- und Brennstoffverteilung auf die einzelnen Zylinder so gleichmäßig wie möglich ist.

Kamm fand als interessantes Ergebnis, daß alle Zylindergrößen bei 55 atü höchstem Verbrennungsdruck klopfen ([12] S. 17), wobei bei gleichem Verdichtungsverhältnis die großen Zylinder einige Atmosphären höhere Spitzendrücke aufwiesen.

An dem 1-l-Argus-Zylinder konnte bei Hochverdichtung auf $\epsilon = 7,5$ mit normalem Kraftstoff OZ 87 ein Spitzendruck von 70 atü ohne Klopfen gefahren werden. Die zugehörige Lufttemperatur betrug 90°, der Druck 1,7 ata, die Drehzahl 3400 U/min, die Literleistung 55 PS/l.

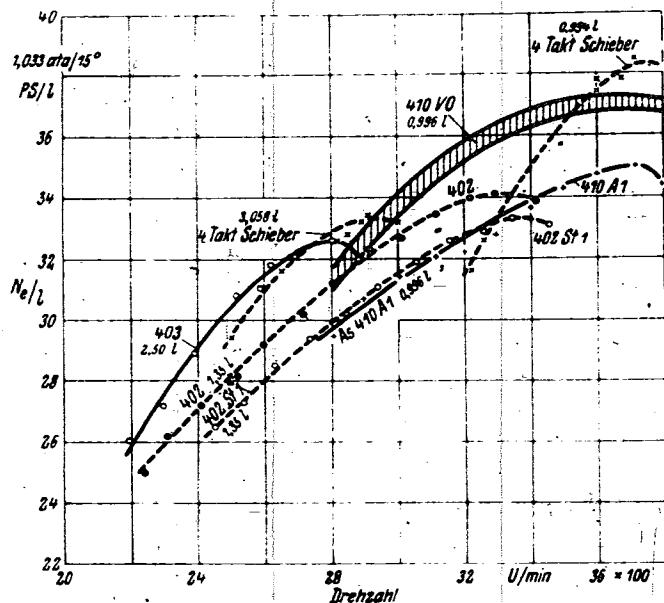
Bei normaler Verdichtung wurde an Vollmotoren As 410 die Klopfgrenze mit OZ 87 noch nicht erreicht, trotzdem bei 54 PS/l Ladedrücke bis 1,9 ata bei 90 bis 95° heißer Ladeluft angewendet wurden.

Die mit Sonderkraftstoffen, insbesondere bei normaler Verdichtung, erreichbaren Leistungen liegen so hoch, daß ihre praktische Verwirklichung im serienmäßigen Vollmotor noch Entwicklung an verschiedenen Bauteilen erfordern würde.

Wenn vorstehend als großer Vorteil des kleinen Zylinders die hohe Klopfestigkeit, insbesondere bei halbkugeligem Verbrennungsraum, hervorgehoben und durch eine Reihe von Zahlenangaben unterstrichen wurde, so darf doch auch nicht verschwiegen werden, daß der kleine Zylinder zur Erzielung eines angemessenen Mitteldruckes höhere Ladedrücke braucht als der große Zylinder. Benötigt man nun hohe Ladedrücke, so ergibt sich bei gleicher Volldruckhöhe auch noch höhere Ladungstemperatur und größerer prozentualer Leistungsbedarf des Laders. Zum Erreichen eines guten Mitteldruckes wird also ein erheblicher Teil der

Zahlentafel 2. Angaben über Argus-Versuchszylinder.

Baumuster	D/S	S/D	V _H	f _{max}	F _{Kolben} f _{max}	EÖ	ES	AÖ	AS	Ü
	mm/mm		l	cm ³		•KW	•KW	•KW	•KW	•KW
Ventilmotoren-Zylinder:										
410—VO	105/115	1,095	0,996	18,1	4,782	27	79	57,5	31,5	58,5
410—A1	105/115	1,095	0,996	15,9	5,445	19	71	53	27	46
402	115/130	1,130	1,350	18,45	5,633	27	79	57,5	31,5	58,5
402—St	115/130	1,130	1,350	20,45	5,080	19	71	53	27	46
2,5 l	142/158	1,113	2,500	29,42	5,380	16	64	54	26	42
Schiebermotoren-Zylinder:										
1 l	110/104,6	0,952	0,994	21,6	4,40	24	56	56	26	50
3 l	155/162	1,045	3,058	41,5	4,55	20	62	50	26	46

Bild 2. Einfluß der Zylindergröße auf die eff. Literleistung bei Einzylindermotoren ($\epsilon \sim 6,2$ bis $6,5$), selbstsaugender Betrieb.

Klopfreserven des kleinen Zylinders für diesen Zweck beansprucht.

Zur Unterstützung dieser Ansicht seien einige Versuche an neueren Argus-Einzylinderprüfmotoren angeführt, deren Entwürfe aus den Jahren 1936 bis 1938 stammen. Natürlich ist die geometrische Ähnlichkeit nur in geringerem Maße als bei den Kammschen Versuchen vorhanden. Die Ventilylinder ähneln alle der Sternmotorenbauart mit zueinander geneigten Ventilen (je 1 Einlaß- und Auslaßventil). Die Ventilzeiten sind ähnlich, die Ventilüberschneidung im oberen Totpunkt mäßig. Da einzelne Zylinder nur kurze Zeit gefahren wurden, ist bei diesen noch nicht das letzte an Leistung herausgeholt, während die Werte des As 410-VO-Zylinders nach längerer Entwicklung erreichte Spitzenwerte darstellen.

Sämtliche untersuchten Zylinder arbeiten im 4-Takt-Otto-Verfahren. Das Verdichtungsverhältnis liegt zwischen 6,4 und 6,5, ist also praktisch konstant. Der angegebene freie Querschnitt $f_{\max}$ tritt bei voll geöffnetem Einlaßquerschnitt im betriebswarmen Zustand auf. Angaben über die Versuchszylinder sind in Zahlentafel 2 zusammengestellt.

Die Reibungsleistung der beiden großen Zylinder ist leider nicht bekannt, so daß die Auswertung sich auf die effektiven Literleistungen und Mitteldrücke beschränken muß. Es kann überschlägig angenommen werden, daß auch bei den Vollmotoren die großen Zylinder bezüglich der Reibungsleistung ähnlich begünstigt sind wie die Einzylinder.

Bild 2 zeigt die effektive Literleistung der fünf Ventil- und zwei Schiebermotoren. Es ergibt sich die überraschende Tatsache, daß die Leistungskurven der verschieden großen

Zylinder dicht zusammenliegen. So beträgt die effektive Literleistung bei selbstsaugendem Betrieb

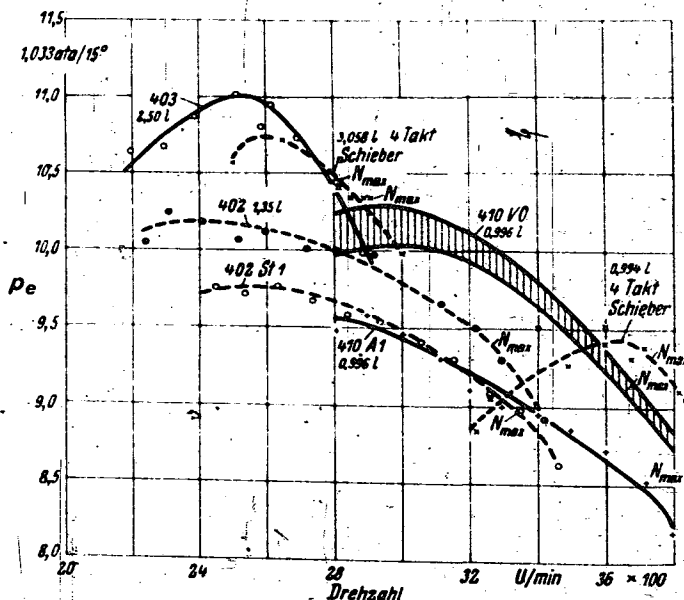
n	N _e /V _H
U/min	PS/l
2600	30,5
2800	32
3000	33
3200	34
3400	35

Wenn die Drehzahl bekannt ist, ergibt sich also die Literleistung mit einer Genauigkeit von 4 bis 5%.

Sehr wichtig ist die Tatsache, daß die höchste Literleistung, d. h. die Scheitelpunkte der Leistungskurven von der Hubraumgröße bei weitem nicht so stark abhängig sind, wie man vermuten würde. Die größten untersuchten Zylinder mit 2,5 bis 3 l Hubraum weisen bei selbstsaugendem Betrieb bereits 32,5 bis 33,5 PS_e/l auf. Die wesentlich schneller drehenden kleinen Zylinder mit 1 bis 1,35 l Inhalt leisten 33,5 bis 35,5 PS_e/l, d. h. nur 3 bis 4% mehr, wenn man die drei ungünstigeren Kurven, darunter den As 410-Serie betrachtet.

Die besten Zylinder der As-410-Versuchsmotoren leisten bis 37 PS/l, der 1-l-Schiebermotor noch 3% mehr. Das sind 12 bis 15% mehr als die großen Hubräume.

Dieser geringe Vorsprung der Literleistung kleiner Zylinder ist erstaunlich, wenn man bedenkt, daß die Drehzahl der Höchstleistung von 2850 auf 3700 U/min, d. h. um 30% wächst.

Bild 3. Einfluß der Zylindergröße auf den mittl. effektiven Druck bei Einzylindermotoren ($\epsilon \sim 6,2$ bis $6,5$), selbstsaugender Betrieb.

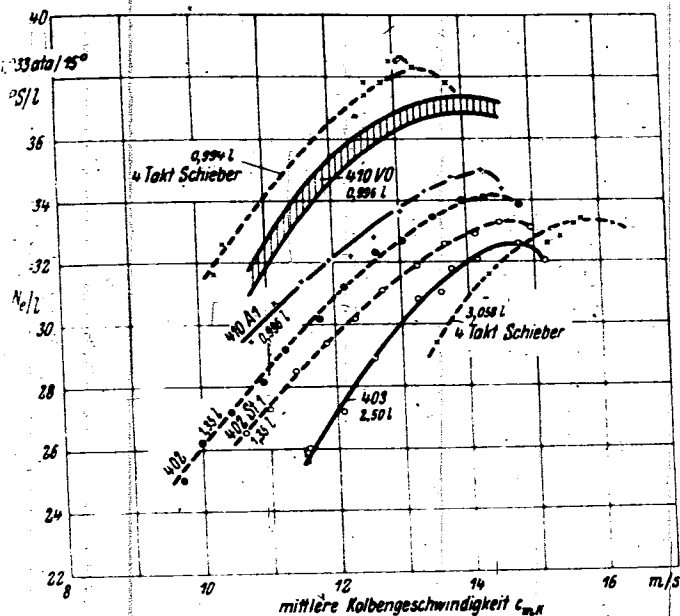


Bild 4. Einfluß der Zylindergröße auf die eff. Literleistung bei Einzylindermotoren ($\epsilon \sim 6,2$ bis $6,5$), selbstsaugender Betrieb.

Bild 3 zeigt die Ursache für die relativ besseren Leistungen der großen langsam laufenden Motoren. Der mittlere effektive Druck ist wesentlich größer als bei kleinen Zylindern. Die Höchstwerte von p_e reichen beim As 401 bis zu 11,0 at. Das ist für das normale Verdichtungsverhältnis von 6,5 ein ganz ausgezeichneter Wert; insbesondere unter Berücksichtigung der Drehzahl von 2500 U/min. Der 3-1-Schieberzylinder liefert bei 2600 U/min noch 10,7 at. Die kleineren Zylinder hingegen kommen mit dem Scheitelwert des Mitteldruckes über 9,5 bis bestenfalls 10,2 at nicht hinaus.

Ähnlich wie bei der Literleistung kann man den erzielten effektiven Mitteldruck als Funktion der Drehzahl darstellen. . .

n U/min	p_e at
2500	10,7 = 100%
2800	10,3
3100	9,8
3400	9,3
3700	8,7 = 81,3%

Man beachte auch die Mitteldrücke, bei denen der Scheitelwert der effektiven Leistung erreicht wird. In Bild 3 sind diese Werte besonders gekennzeichnet. Wie man sieht, liegt dieser Mitteldruck bei großen Zylindern bei 10,4 at (!), bei hochtourigen Zylinder, wie dem As 410, bei 8,5 bis 9,2 at.

Man könnte vermuten, daß bei großen Zylindern vielleicht deshalb höhere effektive Drücke erzielt werden, weil die Reibungsleistungen und die Gasgeschwindigkeit kleiner sind.

Bild 4 zeigt die Literleistungen über der Kolbengeschwindigkeit. Sieht man von den beiden Schiebermotoren ab, so ergibt sich, daß die Scheitelleistungen der fünf Ventilmotoren bei $14,35 \pm 0,35$ m/s Kolbengeschwindigkeit erreicht werden. Die Unterschiede betragen also überraschenderweise nur $\pm 2,5\%$.

Nimmt man nun auf Grund der Erfahrungen von K. Ellmann [11] an, daß der Reibungsdruck (at) nur eine Funktion der Kolbengeschwindigkeit, nicht aber der Zylindergröße ist, so muß in Bild 3 für alle Ventilmotoren der Reibungsdruck bei N_{max} etwa derselbe oder für die großen Zylinder eher noch eine Kleinigkeit höher sein. Mit geringerem Reibungsdruck sind die besseren mittleren Drücke p_e der großen Zylinder also nicht erklärbar.

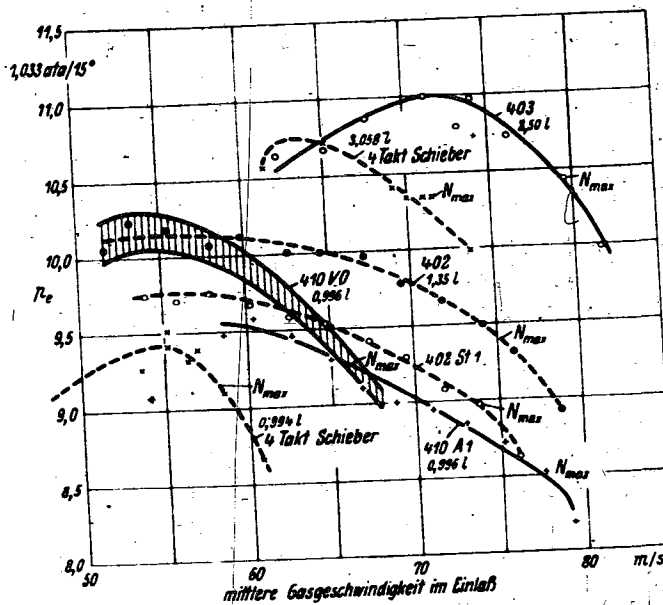


Bild 5. Einfluß der Zylindergröße auf den mittl. effektiven Druck bei Einzylindermotoren ($\epsilon \sim 6,2$ bis $6,5$), selbstsaugender Betrieb.

Als nächste Untersuchung wurde in Bild 5 der mittlere effektive Druck über der Gasgeschwindigkeit aufgetragen. Die mittlere Gasgeschwindigkeit wurde aus dem Verhältnis der Kolbenfläche zum größten freien Querschnitt des Einlaßorgans wie folgt ermittelt:

$$w = \frac{F_{Kolben}}{f_{max}} \cdot c_{mK} \quad (\text{m/s}).$$

Die kleinen Ventilmotoren haben die Höchstwerte des effektiven Mitteldruckes bei 54 bis 58 m/s Gasgeschwindigkeit. Der Wert für die Höchstleistung streut stärker; in drei Fällen liegt er bei 74 bis 78 m/s, beim älteren Musterprüfungszyylinder As 410 bei 66 m/s.

Der Schiebermotor ist infolge der scharfkantigen Begrenzung des Öffnungsquerschnittes bezüglich der freien Querschnitte nicht ohne weiteres mit dem Ventilmotor vergleichbar, da ähnlich wie bei einer Meßblende im Gegensatz zur Meßdüse eine Einschnürung der Strömung hinter der Kante eintreten wird. So erreicht der 1-1-Schiebermotor die Höchstleistung bei 85 m/s gegenüber 66 m/s des As 410-VO und der 3-1-Schiebermotor bei etwa 70 m/s gegenüber 79 m/s beim 2,5-1-Ventilzylinder.

Beide Großmotoren, insbesondere der As 403, erzielen ihren größten Mitteldruck bei sehr hohen Geschwindigkeiten, der Schiebermotor bei 64 m/s, der Ventilmotor bei 72 m/s. Die Höchstleistung ergibt der 2,5-1-Motor bei 79 m Gasgeschwindigkeit, also bei einem im Verhältnis zu den Angaben im Schrifttum sehr hohen Wert. Damit wird bewiesen, daß für die hohen Mitteldrücke der untersuchten großen Zylinder auch nicht eine geringere Gasgeschwindigkeit als bei den kleinen Zylindern angenommen werden kann.

Eine weitere Ursache für höhere Mitteldrücke großer Zylinder könnte die Verringerung des Wärmeverlustes durch die Kühlung sein. Diese spezifische Wärmemenge ist z. Z. bei den großen Argus-Zylindern noch nicht ermittelt. Die Abnahme des Wärmeverlustes wird auf 15 bis 20 kcal/PS_h geschätzt. Diese Wärmemenge entspräche 2,5 bis 3% der Motorleistung. Dieser thermodynamische Gewinn kann eine Erhöhung der Abgasenergie (höherer Abgasstrahlschub!) und eine Vergrößerung des mittleren Druckes bewirken.

Selbst wenn man unterstellt, daß der verminderte Kühlverlust ausschließlich der Erhöhung des Mitteldruckes zugute kommt, so ist damit nur etwa der sechste Teil der 18% betragenden Verbesserung des Mitteldruckes bei Vergrößerung des Hubraumes von 1 auf 3 l erklärt.

Als Hauptgrund für die besseren Mitteldrücke der großen Zylinder kann demnach nur die niedrigere Drehzahl bei

gleicher Kolbengeschwindigkeit angesehen werden. Die niedrige Zahl der Beschleunigungen und Verzögerungen des angesaugten Gases bewirkt offenbar eine bessere Füllung des Zylinders mit Frischgas. Dieser Einfluß wird von der einfachen Kontinuitätsgleichung für die Gasgeschwindigkeit natürlich nicht mit erfaßt, ebenso wie die unterschiedliche Gestaltung des Gasweges vor dem Eintritt in das Einlaßventil.

Nachdem die Verhältnisse bei der Grundleistung, d. h. selbstsaugendem Betrieb geklärt sind, ist noch zu untersuchen, wie die verschiedenen Zylindergrößen sich bei einer Änderung des Ladedruckes verhalten. Der Luftdurchsatz und damit ungefähr auch der indizierte mittlere Druck ändern sich bekanntlich, wenn das Verhältnis des Ladedruckes p_L zum Auspuffgegendruck p_a anders eingestellt wird. Hierbei ist es gleichgültig, ob der Ladedruck p_L erhöht oder der Auspuffgegendruck p_a gesenkt wird. Der Füllgrad läßt sich für konstante Drehzahl und Ladelufttemperatur bei gegebener Ventilsteuerung als Funktion von p_a/p_L auftragen. Man kann also aus Versuchen mit hohen Ladedrücken am Boden auch das Verhalten bei Höhenbetrieb berechnen.

Es wurden deshalb auch Versuche bei 1,4 und 1,6 ata Ladedruck und 15° Ladelufttemperatur ausgewertet. Nicht von allen Zylindern liegen geeignete vollständige Leistungskurven vor.

Bild 6 zeigt für 1,4 ata den Verlauf des mittleren Druckes über der Drehzahl. Die großen Zylinder erreichen als höchsten effektiven Mitteldruck über 16 at, die kleinen 14 bis 15,5 at. Bei der Höchstleistung haben die großen Hubräume 15 bis 16 at, die kleinen 13 bis 14 at, der Unterschied im Mitteldruck ist demnach bei der Höchstleistung größer als beim höchsten Mitteldruck.

Die Tendenz des höheren Mitteldruckes bei großen Zylindern besteht auch bei 1,6 ata Ladedruck, wie Bild 7 nachweist. Nur noch von drei Motoren bestehen Leistungskurven. Die Unterschiede betragen bei dieser Überladung bereits über 2 at.

Die höchsten Literleistungen betragen bei 15° Ladelufttemperatur und

1,4 ata: 48 — 53 (— 57) PS/l,
1,6 ata: 58 — 63 PS/l,

wobei die niedrigeren Werte zu den großen Zylindern, die höheren Werte zu den kleinen Zylindern gehören. Der Klam-

merwert von 57 PS/l wurde nur am As-VO-Zylinder gemessen.

Die Literleistung kleiner Zylinder ist also nur etwa 10% größer als die der großen Zylinder; die 30% höhere Drehzahl überwiegt gegenüber den 20% geringeren Mitteldrücken.

Bei der genaueren Untersuchung der Zunahme des mittleren effektiven Druckes mit steigendem Ladedruck bei vier verschiedenen Drehzahlen ergibt sich für die großen Zylinder kein stärkerer Zuwachs als bei den kleinen Zylindern. Die Werte streuen bei Einzylinderversuchen noch stärker als bei Untersuchungen am Vollmotor, bei dem durch die 12 Zylinder bereits eine gewisse Mittelwertbildung eintritt. Das Ergebnis könnte beim Vorliegen umfangreicheren Versuchsmaterials an großen Zylindern unter Umständen eine Berichtigung erfahren.

Die Nachprüfung ergibt: die Überlegenheit der großen Zylinder bei Überladung ist durch die selbstsaugende Grundleistung und nicht durch eine größere Füllgradzunahme mit steigendem Ladedruck gegeben.

Bild 8 zeigt mit wieviel geringerem Ladedruck der größere 2,5-l-Zylinder denselben Mitteldruck erzielt wie der rund halb so große As 402 St. Vergleicht man bei beiden Motoren angemessene Drehzahlen, so ergibt sich z. B., daß für einen effektiven Mitteldruck p_e von 14 at der As 403 bei 2800 U/min 1,3 ata, der As 402 bei 3300 U/min bereits 1,5 ata benötigt.

Betrachtet man die Zylinder unter den Betriebsbedingungen eines Vollmotors mit Lader, so wird der Unterschied aus zwei Gründen noch größer. Erstens braucht der kleine Motor für denselben Mitteldruck in einer vorgeschriebenen Höhe einen Lader größerer adiabatischer Förderhöhe mit größerem Leistungsbedarf. Zweitens liefert der Lader größerer Förderhöhe wärmere Ladeluft als der Lader des großen Zylinders. Dadurch sinkt das spez. Gewicht der Ladung stärker und es muß für gleichen Mitteldruck ein noch höherer Ladedruck mit all seinen Nachteilen angewendet werden.

In Bild 9 ist ein Beispiel durchgerechnet, bei dem von den oben erwähnten Drehzahlen und Ladedrücken aus-

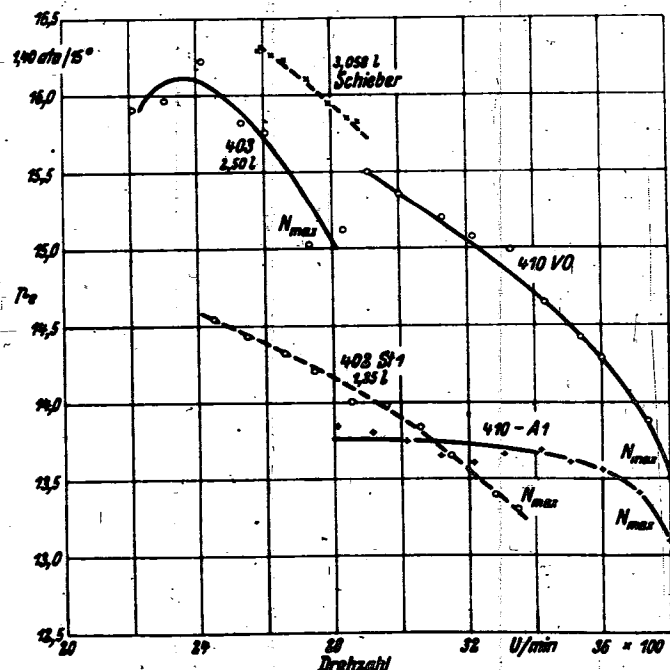


Bild 6. Einfluß der Zylindergröße auf den mittl. eff. Druck bei Einzylindermotoren ($\epsilon \sim 6,2$ bis $6,5$), Ladedruck 1,4 ata.

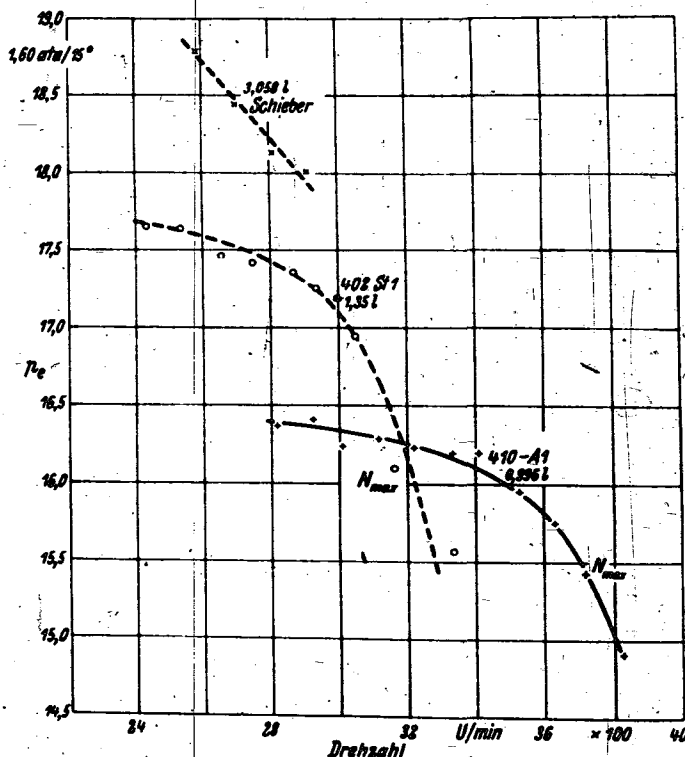


Bild 7. Einfluß der Zylindergröße auf den mittl. eff. Druck ($\epsilon \sim 6,2$ bis $6,5$), Ladedruck 1,6 ata.

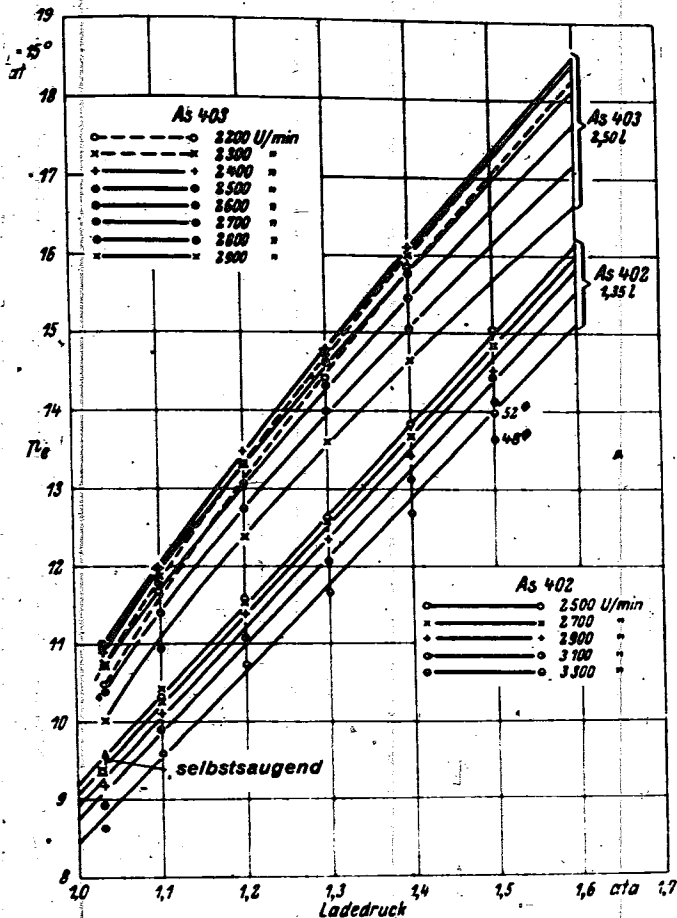


Bild 8. Vergleich zwischen 1,35 und 2,5-l-Einzylinder.
($\epsilon \sim 6,2$ bis $6,5$.)

gehend, am Einzylinder mit fremd angetriebenem Lader und rückgekühlter Ladeluft ein p_e von 14 at erzielt wird.

Je nach der verlangten Vollrückhöhe des Motors ergibt sich die notwendige Förderhöhe H_{ad} des Laders, die bei dem kleinen Zylinder etwa 1350 m größer ist. Der Laderwirkungsgrad für die Temperaturen wurde mit 73% sehr gut angenommen. Der obere Teil des Schaubildes zeigt, daß der kleinere Zylinder trotz höheren Ladedruckes einen um etwa 0,7 bis 0,8 at niedrigeren effektiven Mitteldruck aufweist. Die Ursache hierfür ist die höhere Temperatur der Ladeluft und der größere Leistungsbedarf des Laders bei dem kleinen Zylinder.

Zusammenfassung.

Die kritische Betrachtung der Kennwerte leistungsfähiger, schnellaufender Flugmotoren mit kleinen Einzelhubräumen zeigt, daß die zu starke Unterteilung des Hubraumes der Napier-Motoren zu hohe Baugewichte bedingt, die nur durch außergewöhnliche Literleistungen ausgeglichen werden können. Diese Literleistungen werden mehr durch die hohe Drehzahl, als durch große Mitteldrücke erreicht. Offenbar ist es aber wegen Steuerungsschwierigkeiten nicht möglich, mit kleinen Zylindern unter 1 l Hubraum dieselben Kolbengeschwindigkeiten zu fahren, wie sie bei großen Zylindern durchaus üblich sind. Die aufzuwendenden Ladedrücke sind unter Berücksichtigung des zugehörigen Mitteldruckes höher als bei Großmotoren.

Die Wirtschaftlichkeit von Motoren mit kleinen Einzelhubräumen ist trotz der hohen spezifischen Verlustleistung je Liter durch die bessere Ausnutzung des Brennstoffes sehr gut, wie an Hand von Brennstoffverbrauchsahlen des Napier »Dagger« und As 410 gezeigt wurde.

Der Hauptvorteil kleiner Zylinder ist die hohe Überladefähigkeit. An einem Beispiel wird gezeigt, daß auch bei kleinen Zylindern der halbkugelförmige Brennraum dem zylindrischen überlegen ist.

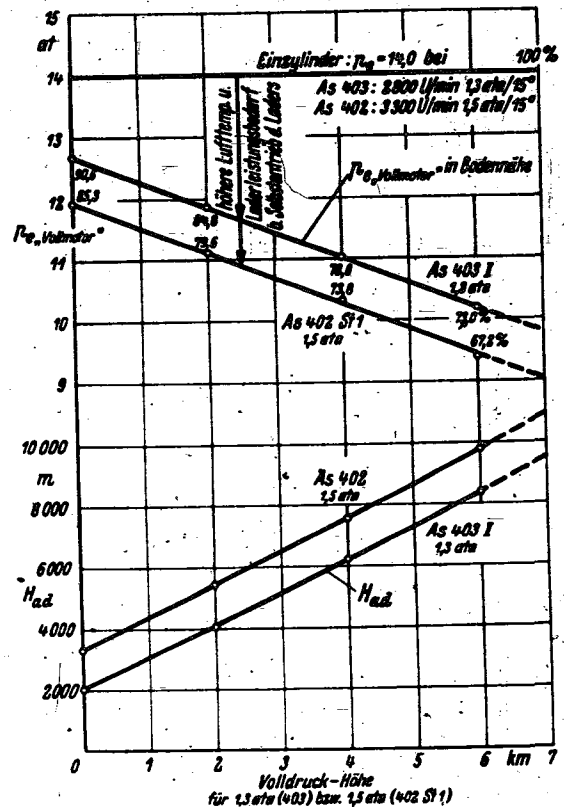


Bild 9. Einfluß der Zylindergröße auf den mittl. eff. Druck eines Vollmotors bei gleichem Mitteldruck als 1-Zylinderprüfmotor.

Da der Einfluß der Zylindergröße nur an Einzylinder-Prüfmotoren studiert werden kann, verdienen Untersuchungen an geometrisch ähnlichen Einzylindern, wie sie Kamm [12] durchgeführt hat, großes Interesse. Leider entspricht die untersuchte Zylinderbauart nicht moderner Bauweise und die Ergebnisse sind dementsprechend zu werten. Insbesondere kann der Auffassung, daß der 0,5-l-Zylinder der günstigste sei, nicht zugestimmt werden, da sie nur für eine überholte Zylinderbauart und mäßige Kolbengeschwindigkeiten zutreffend ist.

Es wurden deshalb die Erfahrungen an 7 Argus-Einzylindermotoren mit Ventil- und Schiebersteuerung herangezogen, um zu zeigen, daß kleine Zylinder bei gleichen Betriebsbedingungen bis zu 18% niedrigere Mitteldrücke aufweisen und zur Erzielung gleichen Mitteldruckes höherer Ladedrücke bedürfen. An einem Vollmotor bedingt dies einen Lader größerer Förderhöhe mit heißerer Ladeluft und größerem Leistungsbedarf des Laders, wodurch der kleine Zylinder weiter benachteiligt wird.

Eine Entscheidung über die günstigste Hubraumgröße bleibt schwierig. Sie wird jedoch kaum bei Zylindern von 0,5 l, sondern sehr viel wahrscheinlicher bei etwa 1,5 l liegen. Bei dieser Größe sind sowohl gute Mitteldrücke wie auch hohe Kolbengeschwindigkeiten gleichzeitig erreichbar.

Schrifttum.

- [1] F. Goßlau, Motoren mit hoher Hubraumleistung. Jahrbuch 1935 der Vereinigung für Luftfahrtforschung S. 230/242.
- [2] E. Vohrer, Neuzeitliche Flugmotoren und ihre Betriebskennwerte. Luftwissen Bd. 6 (1939), Nr. 9/10, S. 258, Bild 1.
- [3] O. Lutz, Ähnlichkeitsbetrachtungen bei Brennkraftmaschinen. Ing.-Arch. Bd. 4 (1933), S. 373/383.
- [4] P. Riekert und A. Held, Leistung und Wärmeabfuhr bei geometrisch ähnlichen Zylindern. Jahrbuch 1938 der Deutschen Luftfahrtforschung S. 11, 80/82.

- [5] W. Kamm, L. Huber und P. Schmid, Betriebsbeanspruchung und Baugewichte von Fahrzeugmotoren. Kraftfahrtechn. Forsch.-Arb. Heft 1, Berlin 1936.
- [6] F. Goßlau, Flugmotorenbau. Z. VDI Bd. 79 (1935), Nr. 19, S. 569/578.
F. Goßlau, Z. VDI Bd. 72 (1928), S. 1335.
- [7] Flight Bd. 32 (1937), Nr. 2, Dezember.
- [8] Interavia Nr. 566 v. 6. August 1938 und Flight Bd. 35 (1939), Nr. 1568, S. 8/39.
- [9] Flight Bd. 34 (1938), Nr. 1544, S. 79/80.
- [10] Luftgekühlter Höhenmotor von 450 PS (As 410). Z. VDI Bd. 79 (1935), S. 663/664 und Flugsport Bd. 30 (1938), Nr. 24, S. 639/642.
- [11] K. Ullmann, Reibungs- und Pumpverluste des schnelllaufenden Otto- und Dieselmotors. ATZ Bd. 42, H. 14, S. 397.
- K. Ullmann, Die mechanischen Reibungsverluste der schnelllaufenden Verbrennungsmotoren bei hochschießenden Gasdrücken. MTZ Bd. 2 (1940), S. 230/242.
- [12] W. Kamm, Ergebnisse von Versuchen mit geometrisch ähnlich gebauten Zylindern verschiedener Größe und Folgerungen für die Flugmotorenentwicklung. Schriftenreihe der Deutschen Akademie der Luftfahrtforschung Heft 12 (1939).
- [13] F. R. Banks, Aviation fuels and engines. A.E. Journal Bd. 45 (1939), Nr. 3.
- [14] D. S. Hersey, Pratt & Whitney Aircraft, Fuel economy possibilities of Otto-cycle aircraft engines. A.E. Journal Bd. 44 (1939), Nr. 6.

Die Überwachung der Kolbentemperatur bei der Betriebstoffdauerprüfung*).

Von W. Glaser.

Bericht der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, E. V., Berlin-Adlershof, Institut für Betriebstoffforschung.

Viele Unsicherheiten bei der Schmierölprüfung durch Ringsteckläufe sind darin zu suchen, daß man die maßgebenden Temperaturen, insbesondere die der Kolbenringpartie, noch nicht zuverlässig genug überwachen kann. Daher werden zunächst einige Fehlerquellen behandelt, die bei der bisherigen Temperaturmessung außerhalb des Motors auftreten können, um dann auf die Vorgänge im Inneren einzugehen, durch die unter Umständen die Kolbentemperatur trotz gleicher äußerer Bedingungen verändert wird. Zum Schluß wird dann über das in der DVL ausgearbeitete Kolbentemperaturmeßverfahren am laufenden Motor ausführlich berichtet.

Gliederung.

- I. Einleitung.
- II. Beeinflussung der Kolbentemperatur durch äußere Vorgänge.
- III. Beeinflussung der Kolbentemperatur durch innere Vorgänge.
- IV. Messung der Kolbentemperatur am laufenden Motor.
- V. Meßergebnisse.

I. Einleitung.

Die bisherigen Erfahrungen bei Ringsteckversuchen haben gezeigt, daß neben Kraftstoff und Schmierstoff in erster Linie die Temperatur von ausschlaggebendem Einfluß auf das Versuchsergebnis ist. Während im allgemeinen die Reproduzierbarkeit bei solchen Untersuchungen durchaus zufriedenstellend ist, kam es doch bei fast jeder Stelle schon mehrfach vor, daß trotz gleicher Ausgangsbedingungen und sorgfältigster Versuchsdurchführung mit ein und demselben Öl in weiten Grenzen schwankende Laufzeiten erreicht wurden. Außerdem zeigen die einzelnen Motoren, so wie sie bei den prüfenden Stellen verwendet werden, sehr große Unterschiede in den Ergebnissen, wenn überall bei den gleichen Bedingungen gefahren wurde; es mußte deshalb die willkürliche Abmischung getroffen werden, bei jedem Motor die Bedingungen so einzustellen, daß für das Eichöl Rotring die Laufzeit von 8 bis 8½ h erreicht wird. Diese Unsicherheiten lassen sich auf die Tatsache zurückführen, daß die Vorgänge in der Kolbenringpartie trotz gleicher äußerer Bedingungen während des Laufes nicht genügend erfaßt werden können. Aufgabe dieses Vortrages ist es daher, die bisherigen Überwachungsmethoden noch einmal näher zu beleuchten, auf die Vorgänge hinzuweisen, die unter Umständen die Temperatur in der Ringpartie — also auch das Ringstecken — beeinflussen und schließlich über das Kolbentemperaturmeßverfahren am laufenden Motor zu berichten.

II. Beeinflussung der Kolbentemperatur durch äußere Vorgänge.

Die mechanischen Bedingungen, also Drehzahl und Leistung, können im allgemeinen bei gutem Zustand der Meßgeräte so sorgfältig eingehalten und überwacht werden, daß Unregelmäßigkeiten hierdurch nicht verursacht werden. Das gleiche ist über den Kraftstoffverbrauch und die Zündkerzen Temperaturen. Allein schon die Tatsache, daß eine Stelle die Kerzenringtemperatur im Windschatten, eine andere einen Meßpunkt im Scheitel des Zylinderkopfes

und eine weitere prüfende Stelle den Mittelwert von verschiedenen Zylinderwand- und -kopftemperaturen als Richtwert gewählt hat, weist darauf hin, wie unregelmäßig die Zuverlässigkeit der einzelnen Messungen ist. Ich möchte deshalb noch einmal auf die hauptsächlichsten Störquellen hinweisen:

1. Mangelhafter Einbau des Thermoelementes.

Im allgemeinen werden die Thermoelemente eingestemmt. Die Stemmstelle kann sich lösen, es bilden sich dann Oxydschichten oder Ablagerungen irgendwelcher Rückstände zwischen den Thermoelementen, durch die die Thermokraft wesentlich verändert wird. Um die Qualität des Einbaues zu überprüfen, wird vorgeschlagen, von Fall zu Fall den elektrischen Widerstand zwischen Zylindermaterial und Elementendraht zu messen. Wie später noch berichtet werden wird, hat sich diese Überwachungsmethode besonders beim Kolbentemperaturmeßverfahren sehr gut bewährt. Lockerungen des Elementendrahtes, die mechanisch nicht feststellbar sind, oder die Ablagerung irgendwelcher Störsubstanzen machten sich durch beträchtliche Widerstandsänderungen bemerkbar.

2. Mangelhafter Kontakt an den Verbindungsstellen und Umschaltern.

Auch hier können durch Oxydschichtbildungen und Wackelkontakte erhebliche Meßfehler entstehen.

3. Mangelhafte Isolation der zwischen den Kühlrippen entlanglaufenden Drähte.

Eine Störung tritt hier allerdings erst dann auf, wenn die Drähte in leitende Verbindung miteinander kommen oder wenn derselbe Draht mehrere auseinander liegende Berührungstellen mit anderen Metallteilen hat.

An vielen Motoren wird die Kerzenringtemperatur als Richttemperatur verwendet. Nach Versuchen der DVL an einem kleinen Motor spielt hierbei die Bauart der Zündkerze und die Art der Kühlluftabführung eine außerordentlich große Rolle: Bei diesen Untersuchungen wurde die Temperatur der Zylinderwand ungefähr an der Stelle, an der der oberste Kolbenring den höchsten Punkt erreicht, stets gleichgehalten und die Kerzenringtemperatur hierbei mit verschiedenen Zündkerzenarten gemessen. Es zeigte sich, daß der Wärmewert sowie die Länge des Schraubengewindes — also die Lage der Zündstelle in der Bohrung — keinen bemerkenswerten Einfluß hat, während Kerzen mit verschiedenen längem Gehäuse Temperaturunterschiede von mehr als 35° C brachten. Entstehbare Kerzen dürften sich in diesen Punkten noch stärker auswirken. Weiter wurde bei im übrigen gleichen Bedingungen die Kühlluftableitung verschieden stark gedrosselt. Hierbei konnte bei derselben Zylinderwandtemperatur die des Kerzenringes ebenfalls um mehr als 20° C verändert werden.

Es ist durchaus möglich, daß diese Beobachtungsergebnisse bei der Messung der Zylinderwandtemperatur an einer anderen Stelle oder bei anderer Lage der Zündkerze ganz anders ausfallen; es soll hierdurch nur gezeigt werden,

* Vortrag, gehalten anläßlich der Aussprache über Schmierölprüfung am 7. Mai 1942 in der DVL. — G 35, K 31 3.

welche Bedeutung die richtige Wahl der Richttemperaturmeßstelle hat und daß die anfangs erwähnten verschiedenen Lagen und Werte der Bezugstemperatur für gleiche Laufzeit mit demselben Betriebsstoff dadurch erklärt werden kann.

Auch die Öleintritts- und Austrittstemperaturen sind für die einzelnen Motoren verschieden gewählt worden. Es ist selbstverständlich, daß die Temperatur des Öls ebenfalls die Kolbentemperatur und damit die Ringsteckzeit beeinflusst. Gleiche Laufzeiten machen also bei anderer Öltemperatur auch eine Änderung der Richttemperatur erforderlich.

Der Einfluß der Öltemperatur wird jedoch wohl durch die an den Kolben geschleuderten Ölmengen überdeckt. An anderer Stelle durchgeführte Versuche haben gezeigt, daß die Kolbentemperaturen um teilweise mehr als 40°C bei entsprechender Vergrößerung der an das Kolbeninnere gespritzten Ölmengen gesenkt werden konnten. Dieses sicherlich überraschende Ergebnis gab dazu Anlaß, am BMW-132-Ölprüfmotor die an Zylinderwand und Kolben geschleuderten Ölmengen zu erfassen: Ein an Stelle eines Zylinderabschlusses angebrachtes Fenster am Kurbelgehäuse zeigte, daß die am Pleuel abgeschleuderten Ölmengen sehr unterschiedlich sind. Die größte Menge wird anscheinend an der der Ölzuführung zugewandten Seite des Pleuellagers abgeschleudert, in der Mitte verhältnismäßig wenig; an der anderen Seite steigt dann die Ölmenge wieder. Hieraus geht schon ziemlich klar hervor, daß das seitliche und radiale Spiel in Pleuellager von großem Einfluß ist. Die mengenmäßige Erfassung des abgeschleuderten Öls ist noch nicht abgeschlossen; es wird erst später darüber berichtet werden können.

III. Beeinflussung der Kolbentemperatur durch innere Vorgänge.

Die abgeschleuderten Ölmengen werden jedoch wohl kaum allein über die thermische Belastung des Kolbens Auskunft geben. Es sollen deshalb in folgendem einmal alle diejenigen Gesichtspunkte aufgezählt werden, die auf die Temperatur in der Ringpartie vermutlich ebenfalls von Einfluß sind:

1. Das Spiel zwischen Kolben und Zylinder.

Es ist wünschenswert, das Spiel zwischen Kolben und Zylinder so klein als möglich zu halten (selbstverständlich muß es groß genug sein, damit ein Kolbenfressen vermieden wird), da dann die Temperatur des Kolbenschaftes am besten durch die Zylinderwandtemperatur, also die Kühlung, beherrscht werden kann. Bei größerem Spiel wird der Anteil der Wärmemengen, die durch das zwischen Kolben und Zylinder befindliche Öl abgeführt werden, immer größer, so daß die Überwachung von außen noch schwieriger wird, wenn es nicht gelingen sollte, die durch das Öl abgeführte Wärme laufend zu messen. Bei noch größerem Spiel kann der Ölfilm als solcher nicht mehr abdichten, er zerfällt stellenweise, so daß der kontinuierliche Wärmefluß an diesem Teil des Kolbens außerordentlich gestört wird. Als Folge der schlechter gewordenen Abdichtung können unter Umständen auch Verbrennungsgase, die durch die Kolbenringe nicht zurückgehalten wurden, durchtreten; hierdurch wird nicht nur die gleichmäßige Kühlung des Kolbens verhindert, sondern unter Umständen sogar für eine entsprechende örtliche Aufheizung desselben gesorgt. Da sich allerdings hierbei auch die Zylinderwand erwärmt, wird durch entsprechend stärkere Kühlung — die Zylinderwandtemperaturen (Richttemperaturen) werden ja während des Laufes stets gleichgehalten — ein Teil dieser Aufheizung wieder zunichte gemacht. Daß diese erhöhte Kühlung den Einfluß der durchblasenden Gase zum großen Teil ausschaltet, wird dadurch bestätigt, daß bei hohem Gasdurchtritt die Laufzeit nur wenig beeinflusst wird. Allerdings ist die Reproduzierbarkeit derartiger Läufe bei weitem nicht so gut wie bei geringem Gasdurchblasen.

2. Das seitliche Ringspiel.

Daß das seitliche Ringspiel großen Einfluß hat, ist schon von den verschiedensten Stellen beobachtet worden. Die Größe dieses Einflusses ist jedoch besonders davon abhängig,

in welcher Verteilung die Wärme vom Kolben abgeführt wird: Kolben mit großer Gleitfläche am Schaft führen selbstverständlich wesentlich mehr Wärme am unteren Teil, als an der Ringpartie, während bei Kolben mit kleiner Gleitfläche — z. B. Gleitschuhkolben — der Fall ganz anders liegt; hier wird die Ringpartie wesentlich mehr belastet, so daß der Einfluß des Ringspiels viel größer ist als bei der ersteren Kolbenbauart. Auch bei größer werdendem Ringspiel im Zylinder wird die Wärmeabfuhr immer mehr nach der Ringpartie hin verschoben, so daß die Rolle des seitlichen Ringspiels immer wichtiger wird.

Der Einfluß, den das Ringspiel auf die Zeit bis zum Ringstecken hat, muß von zwei Gesichtspunkten aus betrachtet werden:

a) Je größer das seitliche Spiel ist, desto größer ist der Raum, der von den Rückständen bis zum Stecken ausgefüllt werden muß, und um so länger werden die Laufzeiten. Bei gleicher Temperatur in der Ringpartie müßte daher die Laufzeit linear mit dem seitlichen Spiel steigen. Dies konnte mit Hilfe des Kolbentemperaturmeßgerätes, über das später noch berichtet wird, nachgewiesen werden, Bild 1. Die Tatsache, daß die Abhängigkeit bei diesen Versuchen nicht vollkommen geradlinig ausgefallen ist, dürfte wohl darauf zurückgeführt werden; daß die Temperatur nicht in der Ringnut, sondern im Kolbeninnern an einer Stelle in der Nähe der Ringpartie gemessen werden konnte.

b) Weiter wird der Wärmeübergang vom Kolben zum Zylinder durch das Ringspiel beeinflusst: Bei sehr kleinem Abstand — also sehr kleinem Spiel — ist der Wärmeübergang gut, und der Ring nimmt ungefähr die Temperatur des ihn umgebenden Kolbenmaterials an. Bei größerem Spiel wird der Wärmeübergang schlechter, da das zwischen Ring und Nut befindliche Öl als Wärmepolster wirkt. Um die gleiche Kolbentemperatur zu erhalten, muß daher zunächst wesentlich mehr gekühlt werden, Bild 2. Wird der Raum zwischen Ring und Kolben jedoch noch größer, so beginnt das Öl dort zu fließen und kann daher einen Teil der Wärme abführen. Es sind deshalb auch nicht mehr so niedrige Zylinderwandtemperaturen notwendig, um die Kolbentemperatur auf der gleichen Höhe wie bisher zu halten.

3. Die Abdichtung durch die Ringe.

Es ist selbstverständlich, daß auch mangelhafte Abdichtung zwischen Kolben und Zylinder die Temperatur beein-

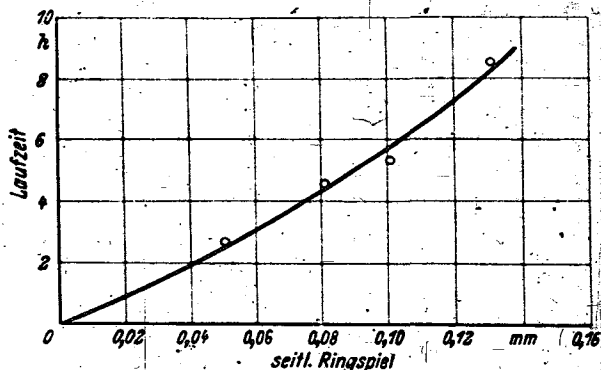


Bild 1. Abhängigkeit der Laufzeit bis zum Ringstecken vom seitl. Ringspiel bei gleicher Kolbentemperatur.

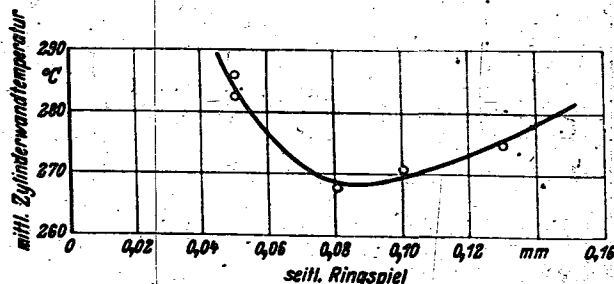


Bild 2. Abhängigkeit der Zylinderwandtemperatur vom seitl. Ringspiel bei gleichen Kolbentemperaturen.

laßt. Dabei ist es gleichgültig, ob dies durch unrunde oder schlecht einlaufende Ringe, mangelhafte Ringspannung oder durch zu große Unrunde des Zylinders verursacht wird. Die dabei durchblasenden Gase werden stets zu einer örtlichen Erwärmung beitragen. Allerdings kann diese Störung, wie schon vorher erwähnt, zum großen Teil wieder rückgängig gemacht werden.

4. Filmbildung und -haftung.

Es ist bekannt, daß man durch Abschrägung des unteren Kolbenrandes die Ölabstreifwirkung außerordentlich beeinflussen kann. Ebenso wird der Zustand und damit die Wirkung der Ölabstreifringe auf die Qualität des Ölfilms zwischen Kolben und Zylinder Einfluß haben. Ein Ölfilm, der durch einen zu gut arbeitenden Abstreifring ständig zerrissen wird — dies ist um so mehr der Fall, je größer die Konizität und Unrunde des Zylinders ist — kann unmöglich einen gleichmäßigen Wärmefluß vom Kolben zur Zylinderwand gewährleisten.

Manche Öle, deren Filmhaftungsvermögen sehr schlecht ist, ergeben oft mangelhaft reproduzierbare und ziemlich kurze Laufzeiten, obwohl ihre Neigung zur Rückstandsbildung gar nicht ungünstig ist. Die kurze Laufzeit ist dann nur die Folge davon, daß durch die schlechte Haftung die Kolbentemperatur trotz gleicher Richttemperatur unter Umständen höher als bei dem Vergleichsöl mit besserer Haftung lag. Stärkere thermische Beanspruchung bringt aber auch meist größere Rückstandsbildung und damit kürzere Laufzeiten bis zum Ringstecken.

5. Der Abrieb.

Der Befund nach den Ringsteckläufen zeigt sehr oft eine gewisse Gratbildung an den Laufflächen der Kolbenringe. Dies deutet darauf hin, daß in bestimmten Fällen die Temperaturen an der Gleitfläche derart hoch werden, daß das Material zum Teil plastisch wird oder daß aus dem Gefüge herausgebrochene Teilchen mit dem Ringwerkstoff bei sehr hohen Temperaturen wieder verschweißt werden. Es liegt daher der Gedanke nahe, daß in diesem Falle von einer Wärmeabfuhr durch den Ring nicht gesprochen werden kann, daß im Gegenteil eine Wärmequelle infolge hoher Reibung vorhanden ist, die vielleicht auch von Einfluß auf die Temperaturverteilung im Kolben sein mag. Leider liegen hierüber keine Untersuchungsergebnisse vor; der Vorgang wird jedoch erwähnt, um zu entsprechenden Versuchen Anregung zu geben.

6. Die Rückstände.

Schließlich muß noch auf die Ablagerung der Rückstände hingewiesen werden. Es könnte durchaus möglich sein, daß die sich im Laufe der Zeit bildenden Ölkohleschichten eine Verschiebung des Wärmeflusses zur Folge haben. Auch hierdurch ließ sich vielleicht manche Streuung erklären, insbesondere dann, wenn ein sehr temperaturempfindliches Öl geprüft wird.

IV. Messung der Kolbentemperatur am laufenden Motor.

Alle diese Erwägungen zeigen sehr deutlich, von welchem großen Wert es wäre, wenn man die Temperaturen in der Ringpartie während des Laufes sorgfältig überwachen könnte. Aus diesem Grunde hat die DVL versucht, ein geeignetes Verfahren für derartige Messungen zu entwickeln, über das im folgenden nun berichtet werden soll.

Als Grundlage diente das Kolbentemperaturmeßverfahren, über das vor einigen Jahren in den USA. von Keyser und Miller¹⁾ zum erstenmal Mitteilung gemacht wurde: An der Stelle, an der im Kolben die Temperaturen während des Laufes gemessen werden sollen, ist ein Thermoelement eingebaut, dessen beide Drähte zu Kontaktstücken führen, die sich am unteren Rand des Kolbens befinden. Diese Kontakte berühren in der Zeit, in der sich der Kolben im unteren

Totpunkt befindet, Gegenkontakte, über die der Thermostrom weitergeleitet wird.

Da die Berührungszeit nur sehr kurz ist, würde ein an die Gegenkontakte über eine kalte Lötstelle angeschlossenes Millimervoltmeter infolge seiner Trägheit nur einen sehr kleinen Teil der tatsächlichen Thermokraft anzeigen; außerdem spielt der ständig schwankende Übergangswiderstand an den Kontakten hierbei eine Rolle, so daß auch eine trägheitsfreie — z. B. oszillographische — Anzeige nicht den tatsächlichen Thermostrom wiedergibt.

Die Messung der Thermokraft geschieht daher nach der sog. Nullpunkt-methode: Wird an das Thermoelement bzw. an die Gegenkontakte eine entgegengesetzt gerichtete EMK angelegt, so fließt in dem gesamten Kreis kein Strom, wenn die Thermokraft und die Gegen-EMK gleich groß sind. Um also die Temperatur an der Meßstelle zu bestimmen, muß der Gegenstrom, der ja ohne weiteres meßbar ist, so groß gemacht werden, daß in dem gesamten Kreis der Strom Null fließt. Die Größe des Gegenstromes entspricht dann der Temperatur an der Meßstelle.

Bei dieser Methode spielt der Übergangswiderstand bekanntlich keine Rolle, da ja stets der Strom Null fließt, gleichgültig, ob der Widerstand groß (Unterbrechung) oder sehr klein ist. Je höher der Übergangswiderstand, um so empfindlicher muß allerdings das Nullinstrument sein, wenn die Meßgenauigkeit nicht leiden soll; denn kleinere Unterschiede zwischen Thermostrom und Gegenstrom lassen sich dann wegen des hohen Spannungsabfalls nicht mehr feststellen.

In Amerika wurde der Gegenstrom aus einer durch eine Batterie gespeisten Wheatstoneschen Brücke entnommen; die Regelung desselben erfolgte durch einen in der Brücke liegenden veränderlichen Widerstand. Die gesamte Anlage war so geeicht, daß die Größe des Brückenstromes, also die zu messende Temperatur, direkt an der Einstellung des Regelwiderstandes abgelesen werden konnte. Die Anwendung einer solchen Brückenschaltung gewährleistet nur dann eine zuverlässige Messung des Gegenstromes, wenn der Übergangswiderstand am Regulierbügel stets gleich und sehr klein ist. Außerdem darf durch das Regeln der Draht nicht abgerieben werden, da sich sonst sein Widerstand ändern würde und die Anlage ständig neu geeicht werden müßte. Schwankungen der Stromquelle müssen selbstverständlich ebenfalls ausgeschaltet werden.

Da die Erfüllung dieser Forderungen mit großen Schwierigkeiten verbunden sein dürfte, ist die DVL bei der Erzeugung des Gegenstromes einen anderen Weg gegangen, Bild 3: Der Gegenstrom wird hier von einem Thermoelement geliefert, das durch eine elektrische Heizanlage auf dieselbe Temperatur wie die Meßstelle im Kolben gebracht wird. Die Temperatur des Gegenelementes wird durch ein weiteres Thermoelement gemessen. Während die beiden Drähte von der Gegenstromquelle über das Nullinstrument zu den Kontakten im Motor führen, werden die Drähte des Anzeigeelementes über eine kalte Lötstelle zu einem Millivoltmeter geleitet. Ein direkt in Temperaturen anzeigendes Kreisprofilgerät, das mit dem Elementenmaterial genau geeicht war, hat sich hierbei besonders gut bewährt.

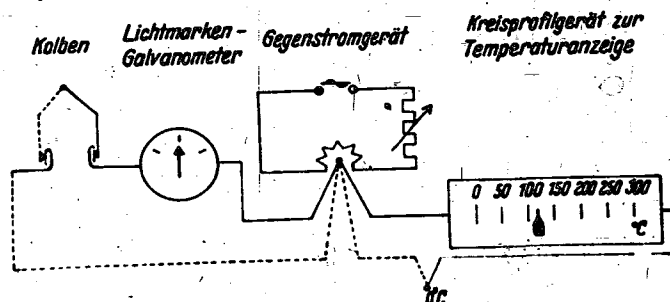


Bild 3. Schema für die Kolbentemperaturmeßanlage.

¹⁾ P. V. Keyser und E. F. Miller, Piston and pistonring temperatures, J. Inst. Petr. Techn. Bd. 25 (Dez. 1939) Nr. 194, S. 771/78.

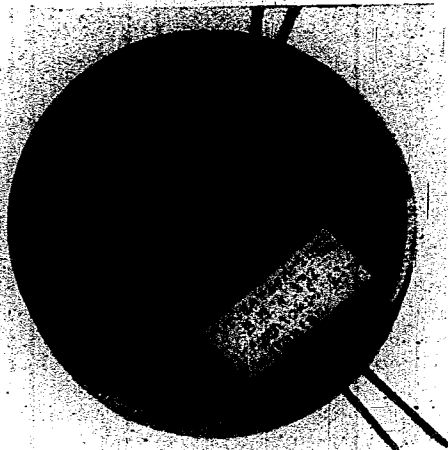


Bild 4. Heizkörper zur Erzeugung des Gegenstromes.
(Ansicht von oben.)

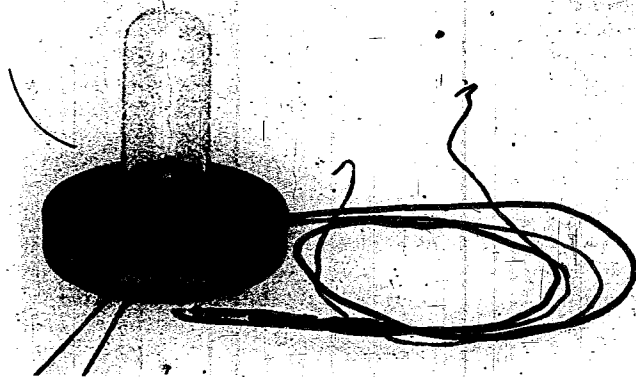


Bild 5. Heizkörper zur Erzeugung des Gegenstromes.
(Gesamtansicht.)

Um irgendwelche Fehler und Unsicherheiten nach Möglichkeit zu vermeiden, sind Anzeige- und Gegenthermoelement in einem Knoten verschweißt, Bild 4. Dieser ist von einer elektrisch aufheizbaren Drahtspirale umgeben, durch die der Thermoknoten auf jede beliebige Temperatur gebracht werden kann. Es ist selbstverständlich, daß die Spirale frei schwebend angebracht ist und den Knoten bzw. die Thermodrähte nicht berührt. Zum Schutz gegen Luftströmungen, durch die unter Umständen eine gleichmäßige Wärmeabgabe und damit Schwankungen der Temperatur des Thermoknotens verursacht werden können, ist über dieses Aggregat eine Glasglocke gestülpt. Diese liegt nur lose auf, so daß die im Innenraum erwärmte Luft ohne weiteres entweichen kann, Bild 5.

Die Heizspirale wird über einen Transformator aus dem Netz geheizt. Einige verschieden abgestufte, dazwischengeschaltete Widerstände sorgen für eine äußerst genaue Regulierung. Die gesamte Anlage ist in Bild 6 dargestellt. Oben links befindet sich das Kreisprofilgerät zum direkten Ablesen der Temperaturen; der links vom Ampèremeter befindliche Schalter dient zum Ausschalten des Gerätes. Gleichzeitig wird damit auch das Anzeigeinstrument kurzgeschlossen, so daß es beim Transport geschont wird. Die darunter liegenden Apparatklemmen dienen zum Kurzschließen der festen Widerstände zur Grobregelung. Ganz unten befinden sich drei Knöpfe für die Feinregelung. — Rechts neben dem Schaltkasten steht das Nullinstrument, ein Lichtmarkengalvanometer der Firma Hartmann & Braun. Die Rückansicht, Bild 7, zeigt im Vordergrund rechts den Behälter mit schmelzendem Eis für die Kaltlötstelle, links daneben den Transformator; dazwischen weiter nach hinten liegend ist der Heizkörper zur Erzeugung des Gegenstroms zu ersehen. Die übrigen Teile sind deutlich erkennbar, so daß sie hier nicht näher beschrieben werden müssen.

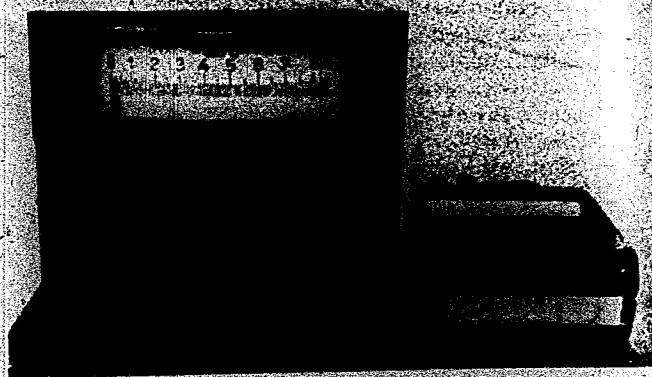


Bild 6. Kolbentemperaturmeßanlage.
(Vorderansicht.)



Bild 7. Kolbentemperaturmeßanlage.
(Rückansicht.)

Die Anlage gestattet eine äußerst genaue und schnelle Einstellung der Temperatur des Thermoknotens. Entsprechende Versuche haben gezeigt, daß sich in kürzester Zeit — etwa zwei bis drei Minuten — jede beliebige Temperatur von 20° bis ungefähr 850° C einregeln läßt.

An dieser Stelle soll noch erwähnt werden, daß die Gegenstromanlage sich auch ausgezeichnet zum Eichen der verschiedensten Thermoanlagen geeignet hat. Aus diesem Grunde ist das Gerät so gebaut worden, daß der Heizkörper zur Erzeugung des Gegenstromes mit dem Thermoknoten ausgewechselt werden kann. Soll ein bestimmtes Thermolement geeicht werden, so muß ein Heizkörper verwendet werden, bei dem das Gegenstromelement durch das zu eichende Element ersetzt ist. Wird an das Element über eine kalte Lötstelle ein Millivoltmeter angeschlossen, so läßt sich, da ja jede beliebige Temperatur in kurzer Zeit mit dem Gegenstromgerät eingestellt werden kann, sehr schnell eine Eichkurve aufstellen.

Auf dieselbe Art läßt sich selbstverständlich auch ein Anzeigeinstrument oder eine Thermomeßanlage überprüfen. Es wurden in der DVL eine größere Anzahl derartiger Heizkörper hergestellt, in die die verschiedensten Thermomaterialien eingebaut waren. Um eine schnelle und zuverlässige Überprüfung z. B. der in den Prüfständen eingebauten Meßanlagen vorzunehmen, war es nur notwendig, den Heizkörper mit dem entsprechenden Thermomaterial anzuschließen; die Kontrolle konnte dann in sehr kurzer Zeit — insgesamt etwa 10 Minuten — durchgeführt werden.

Um genaue Messungen vornehmen zu können, muß das Nullinstrument EMKe von weniger als 0,01 Millivolt noch deutlich anzeigen. Diese Forderung wurde von einem Lichtmarkengalvanometer der Firma Hartmann & Braun sehr zufriedenstellend erfüllt (vgl. auch Bild 6 rechts).

Da aber zur Zeit sehr große Beschaffungsschwierigkeiten für derartige Instrumente (die Lieferzeit beträgt mindestens 18 Monate) bestehen, wurde von der DVL noch ein anderer Weg bei der Bestimmung des Nullstromes begangen: Der Strom, der zwischen der Meßstelle im Kolben und im Gegen-

Thermoelement fließt, wird ja ständig der Motordrehzahl entsprechend unterbrochen. Ein derartiger zerhackter Gleichstrom läßt sich daher transformieren. Der in der Sekundärwicklung entstandene Wechselstrom kann dann durch eine geeignete Röhrenschaltung verstärkt werden. Mit einer derartigen Versuchsweise aufgebauten Anlage sind bereits einige Messungen durchgeführt worden, die gezeigt haben, daß dieser Weg bei genügender Verstärkung aller Voraussetzungen nach zum Ziele führt.

Der Einbau der Thermodrähte im Kolben hat hier ebenso wie in Amerika außerordentliche Schwierigkeiten gemacht: Da alle Motoren, die für die Messungen vorgesehen waren, Leichtmetallkolben hatten, war ein Verlöten oder Verschweißen des Thermoelementes mit dem Kolbenmaterial nicht möglich. Der Versuch, ein kleines Eisen- oder Kupferklötzchen, in dem die Drähte hart eingelötet waren, in einer in der Kolbennut vorgesehenen Bohrung zu verstemmen, führte nicht zum Erfolg, da sich durch die verschiedene Wärmedehnung während des Betriebes stets kleine Spalte bildeten, durch die die Verbrennungsgase hindurchströmen konnten. Die in den Spalten abgelagerten Rückstände führten zu schwankenden Wärmeübergängen und daher zu Meßfehlern. Aus diesem Grunde wurde auf eine direkt in der Kolbenringnut liegende Meßstelle verzichtet.

Da der Einbau des Elementes vom Kolbeninnern aus, insbesondere die Isolierung eines jeden Drahtes bis zur eigentlichen möglichst nahe hinter der Nut liegenden Meßstelle, zu erheblichen technischen und mechanischen Schwierigkeiten geführt hätte, wurde bei den beiden Kleinmotoren — dem NSU-Motor 50/501 OS (500 cm³) und dem DKW-Motor EW 301 (300 cm³) — auch auf eine Messung in der Nähe der Nut verzichtet und die Drähte nahe nebeneinander im Kolbeninnern hinter der Ringpartie verstemmt. Es zeigte sich, daß diese Art der Befestigung bei den kleinen Motoren allen Beanspruchungen während des Laufes standhielt, da hier ein Durchblasen irgendwelcher Gase nicht möglich war. Außerdem kann man annehmen, daß die Temperaturen an dieser Einbaustelle ungefähr denen in der Ringnut proportional sind; so daß von hier aus auf die Temperaturen der Kolbenringpartie geschlossen werden konnte.

Bild 8 zeigt als Beispiel den Einbau der Drähte im NSU-Kolben. Darin sind auch deutlich die Kontakte am unteren Kolbenrand zu erkennen. Die Drähte sind in einer kleinen Bohrung durch die eigentlichen Kontakte geführt und mit Hilfe einer Madenschraube von innen festgeklemmt. Als Isoliermaterial wurde Igamid A verwendet, ein von der I. G. Farben hergestelltes Kunstharz, das bis nahezu 250° C vollkommen beständig bleibt. Die später angeführten Versuchsergebnisse sind alle unter Verwendung dieser Kontaktbauart erreicht worden. Für höhere thermische Beanspruchungen sind neuerdings ähnliche Kontakte verwendet worden, die durch Glimmer isoliert im Kolben befestigt waren.

Der Einbau wurde durch Messen des Übergangswiderstandes an der Stemmstelle vor und nach jedem Versuch überwacht. Schon die geringste Lockerung der Drähte führt zu einer deutlichen Widerstandsänderung.

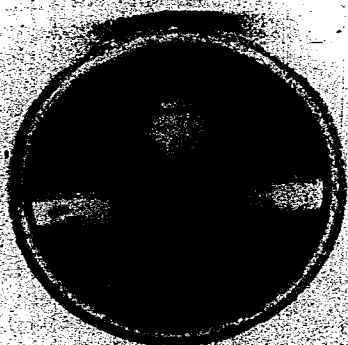


Bild 8. Einbau der Thermodrähte im NSU-Motor.

Während diese Einbauart bei den kleinen Motoren auch bei hohen Drehzahlen und längerem Betrieb — 20 bis 40 Stunden — allen Beanspruchungen standhielt, fraten am BMW 132-Einzylindermotor außerordentliche Schwierigkeiten auf; die Ursache ist wohl mit Sicherheit in den wesentlich höheren Kolbengeschwindigkeiten (11 bis 12 m/s bei 2000 U/min gegenüber 7 bis 8 m/s bei den kleinen Motoren), also auch höheren Beanspruchungen zu suchen. Frei im Kolben geführte oder mit Schellen und Isolierrohren befestigte Drähte rissen schon nach sehr kurzer Betriebszeit ab. Die Verlegung des Thermomaterials in Asbestschlauch, der durch Bohrungen in den Kühlrippen geführt wurde, brachte ebenfalls keinen Erfolg. Wurde der Draht zu fest eingespannt, so riß er infolge der Wärmedehnung des Kolbens, bei lockerer Einspannung werden die Bohrungen in kürzester Zeit durchgescheuert. Auch die in den USA angewendete Methode, die Leitungen in oder an einem geeigneten Träger (Stahldraht oder Rohr) zu verlegen, führte nicht zum Ziele.

Es wurde deshalb dazu übergegangen, die Drähte im Inneren des Kolbens anzubringen. Der Kolbenboden wurde von der Nut aus und das Kolbenhemd vom Boden aus mit entsprechenden 3 mm starken Bohrungen versehen, in die dann der in dünnem Asbestschlauch (neuerdings wird als Ersatz hierfür Glasgewebeslauch verwendet) eingebettete Draht eingeführt wurde. Die Hilfsbohrungen mußten mit einem Stopfen aus Kolbenmaterial blind verschlossen werden. Um die Leitungen unbedingt fest zu verlagern, wurde ein geeigneter Kitt unter Druck eingepreßt bis er auf der anderen Seite der Bohrungen wieder austrat.

Bei dieser Einbauart trat kein Losreißen der Drähte mehr auf. Da jedoch die Drahtenden bis an die erste Ringnut verlegt und dort mit dem Kolbenmaterial verstemmt waren, konnten bereits nach kurzer Zeit Störungen, wie sie schon vorher erwähnt worden sind, festgestellt werden. Es wurde versucht, diesen Fehler auf die verschiedenste Art zu beseitigen, jedoch traten immer wieder zwischen Element und Kolbenmaterial während des Betriebes kleinste Spalte auf, in denen sich irgendwelche Rückstände ablagerten, wodurch die Messung beeinträchtigt wurde.

Diese Schwierigkeiten machten auch hier eine Verlegung der Meßstelle in das Kolbeninnere erforderlich. Bild 9 zeigt schematisch die neueste Einbauart. In den Kolbenboden ist eine Nut eingefräst, in die ein schmales dünnes Eisenblech eingelegt ist. An den Enden dieses Bleches ist je einer der beiden Thermodrähte hart eingelötet. Der freie Teil über der Nut wird durch eine abgeschrägte, sehr stramm eingepaßte Schiene aus Kolbenmaterial verschlossen. Die beiden Drähte werden wie bisher durch geeignete Bohrungen im Kolben nach außen zum unteren Rand befindlichen Kontakten geführt. Die Kontaktstücke sind, wie schon vorher erwähnt, durch Glimmer isoliert eingebaut.

Bei dieser Ausführung wird allerdings nicht mehr an einer bestimmten Stelle gemessen, sondern ein Mittelwert

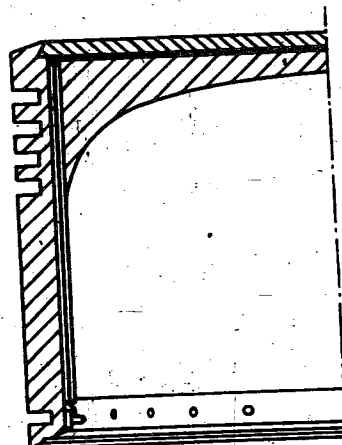


Bild 9. Einbau des Thermoelementes im BMW-132-Kolben.

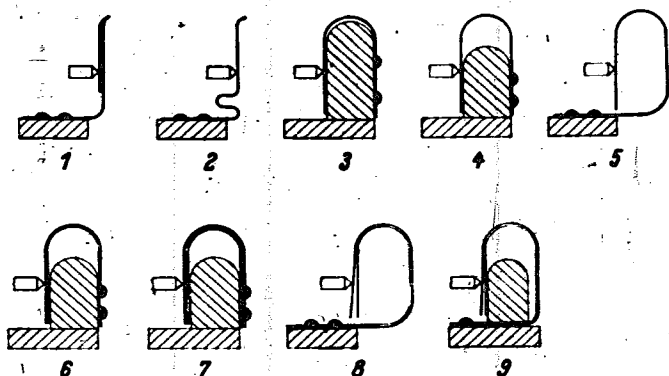


Bild 10. Ausführung der Gegenkontaktfedern.

zwischen den Temperaturen an den beiden Verbindungsstellen der Drähte mit dem Eisenblech. Da diese beiden Punkte aber sehr nahe an der obersten Ringnut liegen, ist eine derartige Mittelwertbestimmung vielleicht für die Überwachung der in der Ringnut herrschenden Temperaturen noch wünschenswerter als eine Messung an einer einzelnen Stelle. Außerdem bringt die große Berührungsfläche des Eisenbleches mit dem Kolbenmaterial zuverlässigere Meßwerte als eine einzelne Meßstelle, da hier die Berührungsintensität wegen der verschiedenen Wärmedehnung der Materialien sehr schwanken würde.

Als Werkstoff für die Kontakte wurde Phosphorbronze verwendet. Aus demselben Material konnten auch die Gegenkontaktfedern hergestellt werden, so daß beim Schleifen keine zusätzlichen Thermokräfte entstehen können.

Große Schwierigkeiten macht auch die Wahl der geeigneten Federform. Bild 10 zeigt alle Ausführungen, die in der DVL erprobt worden sind. Die Form 1 bis 3 ist in Angleichung an die Erfahrung der Amerikaner auch aus Stahl mit Neusilberauflage hergestellt worden. (Selbstverständlich sind dabei die Kolbenkontakte ebenfalls aus Neusilber gewesen.) Die Auflage löste sich jedoch sehr schnell, da ein zuverlässigeres Anbringen stets die Wirkung der Feder beeinträchtigte.

Als Folge der hohen Geschwindigkeit, mit der die Kontakte die Federn anfangs berühren, traten stets Schwingungen auf, die sehr schnell zum Bruch führten. Erst die Ausführungen 8 und 9, Bild 10, brachten einen wirklich zufriedenstellenden Erfolg. Da die Federn im Kurbelgehäuse ständig von Öl benetzt sind, konnte durch die doppelte Lage und die Spreizung am unteren Ende eine Dämpfung durch das Öl erreicht werden. Am BMW 132 sorgte ein hinter der inneren Feder liegendes Klötzchen dafür, daß ein zu großer Ausschlag verhindert wurde, so daß hier eine weitere Dämpfung eintrat.

Als Beispiel für die tatsächliche Ausführung ist in Bild 11 die Gegenkontaktfeder im NSU-Motor wiedergegeben, und aus Bild 12 ist der Einbau der beiden Federn ersichtlich. Selbstverständlich ist die Ausführung am DKW- und BMW-132-Motor wieder etwas anders, je nach der Bauart des Motors, die Gestalt der Feder entspricht aber der eben erwähnten Form.

Schließlich muß noch erwähnt werden, daß eine absolut einwandfreie Messung erst dann sichergestellt wäre, wenn die Kontakte und Federn aus dem entsprechenden Thermomaterial wären; denn die Temperaturen an den Verbindungsstellen zwischen Draht und Kontakten und Draht und Federn sind wohl nicht vollkommen gleich, so daß hier eine geringe störende Thermokraft entsteht. Es ist aber anzunehmen, daß diese Störquelle meist gleich groß ist, so daß die relative Temperaturmessung dadurch nicht beeinflusst wird.

V. Meßergebnisse.

Zum Schluß sollen nun noch einige Meßergebnisse gebracht werden: Bild 13 zeigt die Abhängigkeit der Kolben-

Bild 11. Gegenkontaktfeder für NSU-Motor.

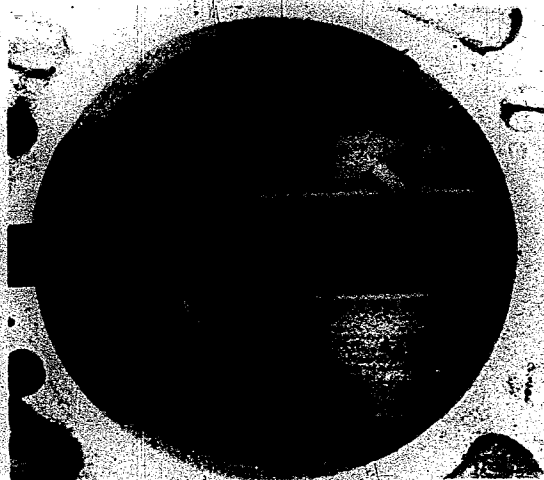


Bild 12. Einbau der Gegenkontaktfedern am NSU-Motor.

temperatur von den verschiedenen Betriebsbedingungen am kleinen flüssigkeitsgekühlten Zweitakt-Motor. Interessant ist hier, daß die Kühlmitteltemperatur nur wenig Einfluß auf die Temperatur des Kolbens hat; steigende Drehzahl bewirkt im normalen Bereich ein langsames Fallen der Kolbenringtemperaturen und bei sehr hohen Drehzahlen ein stärkeres Ansteigen; jedoch müßte diese Kurve nochmals überprüft werden, da ihr Verlauf etwas unklar erscheint. Bis auf die Leistung sind alle übrigen Einflüsse sehr gering.

Die Ergebnisse beim kleinen luftgekühlten Motor (NSU), Bild 14, zeigen, daß hier die Zylinderwandtemperatur die des Kolbens sehr stark beeinflusst. Von etwas geringerer Einwirkung ist die Vorzündung, während die Änderung aller anderen Bedingungen die Kolbentemperatur nur wenig berührt. (Das Fallen der Kolbentemperatur mit steigender Drehzahl ist vielleicht dadurch zu erklären, daß bei diesen Versuchen entsprechend den Ringsteckläufen eine verhältnismäßig hohe Vorzündung (40° v. o. T.) eingestellt worden ist, die bei niedriger Drehzahl noch mehr temperaturerhöhend wirkt als bei höherer Drehzahl.)

Das gleiche Ergebnis, jedoch in wesentlich verstärktem Maße, ist durch Messungen am BMW 132, Bild 15, gefunden worden. Erstaunlich ist hier der geringe Einfluß des Öldruckes; es kann allerdings angenommen werden, daß die Pleuellagerspiele selbst einen viel größeren Einfluß haben, während der Öldruck die abgeschleuderten Ölmengen nur wenig verändert. Aus Mangel an Zeit konnten hier noch nicht alle Abhängigkeiten aufgestellt werden. (Die Abhängigkeit der Kolbentemperatur von der des Kerzenringes wurde noch mit einem Kolben aufgestellt, bei dem das Thermoelement in die erste Ringnut eingestemmt war. Es traten dabei die vorhin geschilderten Störungen auf, die zu den in dem Bild ersichtlichen Streuungen führten.)

Es muß an dieser Stelle nochmals betont werden, daß bei den Messungen nur immer ein Wert geändert worden ist, während alle übrigen Bedingungen stets gleichgehalten wurden. So ist z. B. der Einfluß der Zündung bei stets gleicher Zylinderwand- bzw. Kerzenringtemperatur am BMW 132 aufgestellt worden.

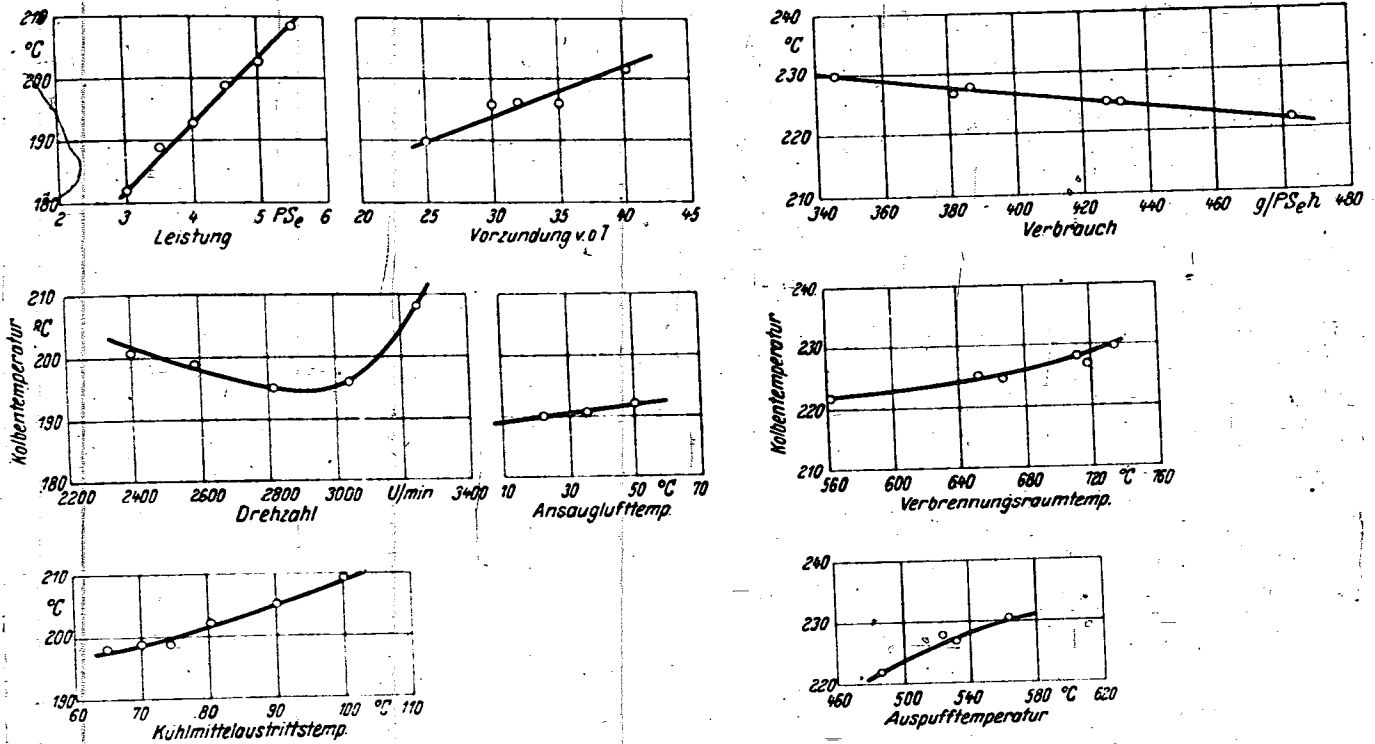


Bild 13. Einfluß verschiedener Betriebsbedingungen auf die Kolbentemperatur beim DKW-Motor.
Beim flüssigkeitsgekühlten Zweitaktmotor wird die Kolbentemperatur in erster Linie durch die Leistung beeinflusst, die übrigen Einflüsse, auch die der Kühlmitteltemperatur, sind gering.

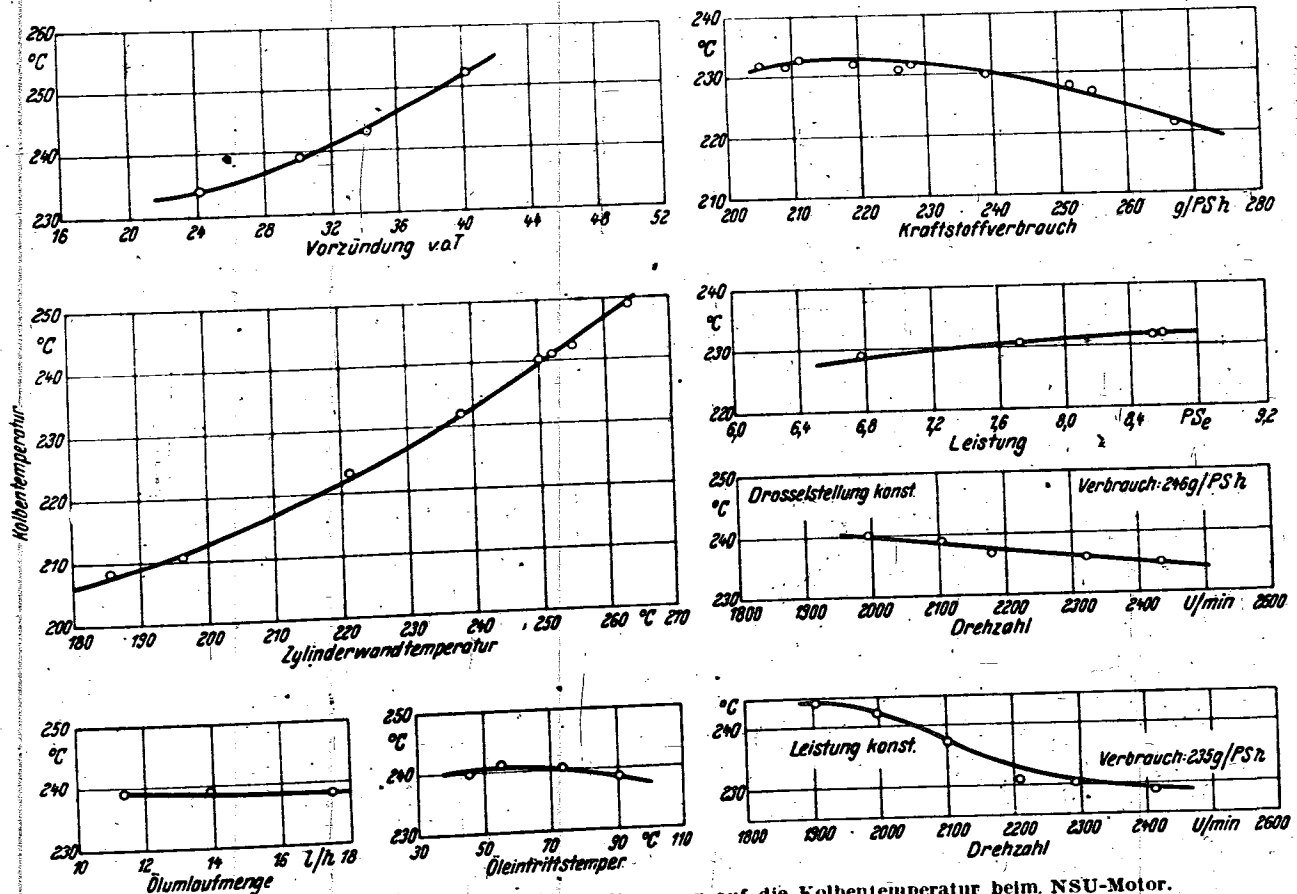


Bild 14. Einfluß verschiedener Betriebsbedingungen auf die Kolbentemperatur beim NSU-Motor.
Beim luftgekühlten Motor wird die Kolbentemperatur in erster Linie von der Zylinderwandtemperatur und der Vorzündung beeinflusst. Die übrigen Einflüsse sind gering.

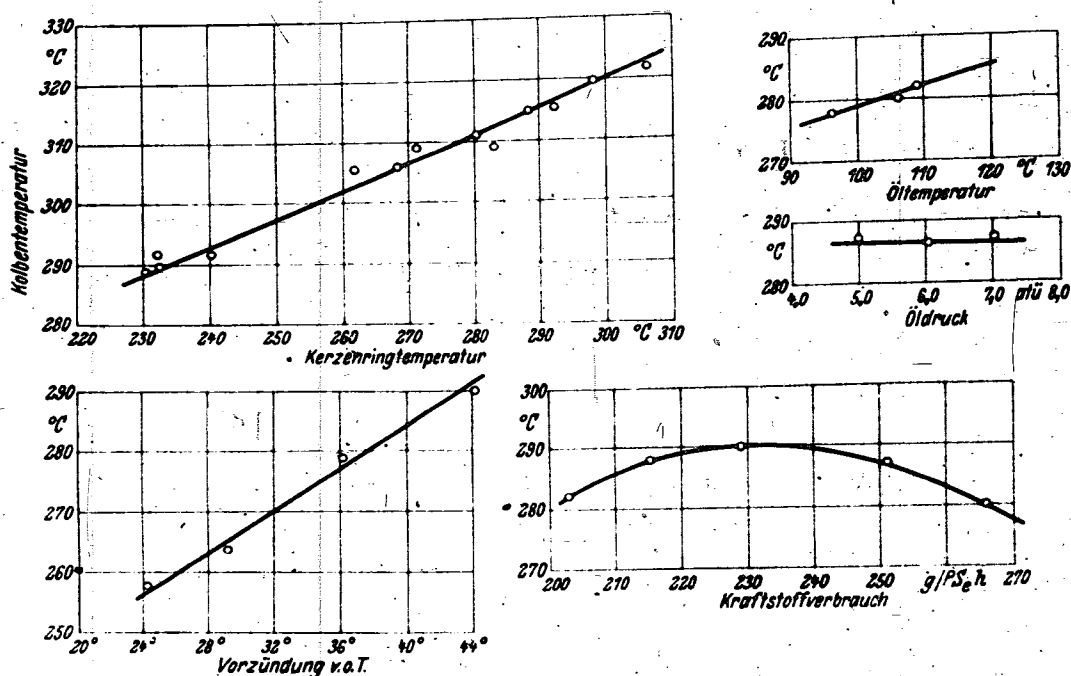


Bild 15. Einfluß verschiedener Betriebsbedingungen auf die Kolbentemperatur beim BMW-132-Ölprüfmotor.

Das Ergebnis läßt vermuten, daß die großen Unterschiede in der Höhe der Richttemperaturen bei gleichen Laufzeiten mit demselben Öl vielleicht darauf zurückzuführen sind, daß fast jede prüfende Stelle eine andere Vorzündung für ihre Versuche gewählt hat.

Die Untersuchungen zeigen, daß die bisherige Anwen-

dung des Kolbentemperaturmeßgerätes bereits wertvolle Ergebnisse gebracht hat. Die allgemeine Einführung des Verfahrens ist sicher sehr wünschenswert, jedoch müßten noch einige Erfahrungen insbesondere auf dem Gebiet des Einbaues der Thermoelemente und der Federn gesammelt werden.

Elektromechanischer Schwinger und Schrittschaltwerk*).

Von J. Görner und W. Hubert.

Bericht der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, E. V., Berlin-Adlershof, Institut für Bordgerät und Navigation.

Es wird ein für das Flugzeug entwickelter elektromechanischer Schwinger beschrieben, der mit einer konstanten Frequenz von 50 Hz schwingt und über Kontakte ein oder mehrere Schrittschaltwerke steuert, die bei geringem Raum- und Gewichtsbedarf ein großes Drehmoment abgeben. Es werden einige Anwendungsbeispiele der Kombination Schwinger—Schrittschaltwerk gezeigt. Ferner wird ein aus den Elementen des Schrittschaltwerks aufgebautes Schnellzählwerk besprochen.

Gliederung.

- I. Aufgabenstellung.
- II. Der elektromechanische Schwinger.
 1. Aufbau.
 2. Versuchsergebnisse.
- III. Das Schrittschaltwerk.
- IV. Ausführungsformen und Anwendungsmöglichkeiten.
 1. Getrennte Ausführung von Schwinger und Schrittschaltwerk.
 2. Zeitmarkengeber.
 3. Schnellzählwerk.
- V. Zusammenfassung.

I. Aufgabenstellung.

Für die verschiedensten Zwecke wird in der Luftfahrt ein robustes Uhrwerk mit großem Drehmoment der Antriebswelle gesucht, das den harten Forderungen genügt, die an Fluggeräte hinsichtlich Unempfindlichkeit gegen Temperatur-, Luftdruck-, Bordnetzspannungsschwankungen, Störbeschleunigungen und Erschütterungen zu stellen sind. Daneben wird zusätzlich möglichst geringes Gewicht, kleiner Raumbedarf und Wegfall der Wartung (Aufziehen der Feder) gefordert, da sich der Einbau an unzugänglichen Stellen oft nicht vermeiden läßt. Andererseits treten die Fragen hinsichtlich Genauigkeit und Lebensdauer an Bedeutung zurück. 3-bis 4‰ Frequenzfehler sind in den meisten Fällen statthaft und einige hundert Stunden Lebensdauer sind für ein Flugzeugerät schon ein beachtliches Alter.

II. Der elektromechanische Schwinger.

1. Aufbau.

Der Verwendung von heute üblichen Uhrwerken mit Feder und Unruhe stehen die Schwierigkeiten der einwandfreien Schmierung der Lager bei tiefen Temperaturen entgegen und ferner die Tatsache, daß bei großen Störbeschleunigungen die Lagerdrücke so groß werden können, daß die Uhr stehen bleibt, bzw. große Fehler in der Genauigkeit auftreten. Es liegt daher nahe, die übliche Bauart vollkommen zu verlassen und als Richtschnur den Grundsatz zu wählen, alle Lagerstellen soweit wie möglich zu vermeiden und sie nur dort zuzulassen, wo sie keinen Einfluß auf die Frequenz haben, und wo genügend Drehmoment zur Verfügung steht. Weiter ist es bei großen geforderten Drehmomenten mit Rücksicht auf einfache Handhabung, Gewichts- und Raumgründe wünschenswert, als Energiequelle nicht eine Feder, sondern das elektrische Bordnetz zu verwenden.

* Unter Zugrundelegung einer bei dem 11. wissenschaftlichen Wettbewerb der Gesellschaft für Zeitmeßkunde und Uhrentechnik E. V. mit einem Preis ausgezeichneten Arbeit, die im Original in der Schriftenreihe dieser Gesellschaft veröffentlicht wird. — C 29.

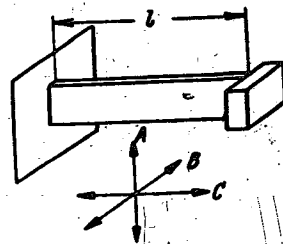


Bild 1.
Schwinger schematisch dargestellt.

Das konstruktiv einfachste Feder-Masse-System ist eine einseitig eingespannte Blattfeder, an deren Ende eine Masse befestigt ist, Bild 1. Es ist einzusehen, daß Störbeschleunigungen in Richtung A keinen Einfluß auf die Frequenz haben und solche in Richtung B nur indirekt, indem nämlich durch Verschiebung der Schwingungsmittellage sich die mittlere Federkonstante ändert, da diese nicht ganz unabhängig vom Ausschlag ist. Anders liegen die Verhältnisse, wenn eine Störbeschleunigung in Richtung C auftritt, denn sie bringt hier auf die Masse eine zusätzliche Rückstellkraft hervor, die sich derjenigen der Feder überlagert. Es ist jedoch ohne weiteres möglich, den dadurch hervorgerufenen Gangfehler in praktisch zulässige Grenzen herabzudrücken, indem man die Eigenfrequenz f [Hz] möglichst hoch und die Länge l [mm] möglichst groß wählt. Die Rechnung ergibt nämlich für den Frequenzfehler $\Delta f_b = \frac{1,87 \cdot b}{f^2 \cdot l} \cdot 10^4 \%$, wobei b die Störbeschleunigung in Richtung C bedeutet (b = Vielfaches der Erdbeschleunigung). Wählt man $f = 50$ Hz und $l = 37$ mm, wie es auch praktisch ausgeführt worden ist, so erhält man je g Störbeschleunigung in der empfindlichen Richtung 0,2% Fehler.

Als weiterer Punkt interessiert die Temperaturabhängigkeit des Schwingers, die durch die Längen und Dickenänderung der Feder und der Veränderung des Elastizitätsmoduls ihres Werkstoffes bedingt ist. Die Rechnung ergibt für den Frequenzfehler infolge Temperaturschwankungen $\Delta f_t = \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cdot 100\%$, wobei α [$1/^\circ\text{C}$] den linearen Ausdehnungskoeffizienten und β [$1/^\circ\text{C}$] den Koeffizienten für die Änderung des E -Moduls bedeutet. Man erkennt, daß der Fehler zu null wird, wenn der Temperaturkoeffizient des E -Moduls entgegengesetzt gleich groß dem Ausdehnungskoeffizienten ist. Nun ist zwar gewöhnlichem Federstahl das gewünschte Verhalten eigen, daß sein E -Modul mit steigender Temperatur geringer wird, jedoch tritt das in einem viel zu starken Maße auf. Für schwedischen C-Stahl beträgt α etwa $10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ und β nach Messungen der Heräus GmbH, Hanau, etwa $-17 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$. Abhilfe bringt der in der Uhrentechnik bekannte Werkstoff Nivarox von Heräus, der durch entsprechende Wärmebehandlung der geforderten Bedingung innerhalb des Temperaturbereichs von -30 bis 20°C gut angepaßt werden kann. Da Nivarox eine geringere innere Dämpfung aufweist als gewöhnlicher Federstahl, so ergibt sich als weiterer Vorteil eine geringere Leistung für die Anregung des Schwingers und damit ein kleinerer Einfluß einer etwaigen Phasenschwankung der Anregungskraft auf die Frequenz.

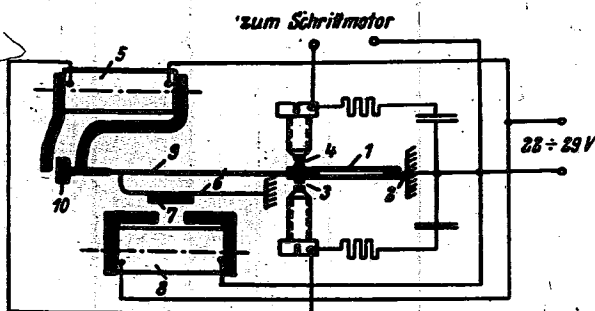


Bild 2. Aufbau des Schwingers.

- | | |
|---------------------------------|-----------------------|
| 1 Kontaktträger. | 6 Anwerferblatfeder. |
| 2 Scharnierfeder. | 7 Anwerferanker. |
| 3 Schwingerkontaktpaar. | 8 Anwerfermagnet. |
| 4 Schrittschaltwerkkontaktpaar. | 9 Schwingenblatfeder. |
| 5 Schwingermagnet. | 10 Schwingermasse. |

Die Selbsterregung des Blattfederschwingers geschieht über Kontakte durch einen Elektromagneten. Damit trotz der unvermeidlichen Schwankungen der Bordnetzspannung die Amplitude möglichst konstant bleibt, erfolgt die Anregung durch eine Tauchmagnetanordnung, Bild 2, weil bei dieser die Kraft nicht mehr zunimmt, sobald die Masse vollständig zwischen die Polschuhe hineingezogen worden ist.

Die Schwingerblatfeder ist zwischen zwei Kontaktträger fest eingespannt, in welche die Steuerkontakte — einer für den Schwingermagneten, der andere für das Schrittschaltwerk — eingenietet sind. Mit Hilfe einer weichen Scharnierfeder ist das ganze System drehbar gelagert. Das Kontaktspiel beträgt etwa 20 bis 30 μ . Als Kontaktschaltstoff hat sich Wolfram bewährt. Der Kontaktdruck beträgt maximal etwa 110 Gramm. Er verläuft entsprechend der Bewegung der Masse sinusförmig, wodurch das sonst so gefürchtete Kontaktprellen nicht auftreten kann. Damit die Güte der Kontaktgabe auch nach einer langen Betriebsdauer nicht nachläßt, ist es nach ausgeführten Versuchen wichtig, daß die Kontakte etwas — wenn auch nur mikroskopisch gering — gegeneinander reiben. Gewährleistet wird dies durch eine kaum wahrnehmbare s-förmige Durchbiegung der Scharnierfeder und ein Durchfedern der Kontaktträger.

Mit Rücksicht auf einen geringen Energieentzug des schwingenden Systems durch den Steuervorgang sind die Kontaktträger als sehr leichte Duraluminrahmen ausgebildet worden; denn bei jedem Nulldurchgang der Schwingermasse müssen die Kontaktrahmen das Kontaktspiel durchlaufen, entziehen die dazu nötige Energie der Schwingermasse, und beim Auftreffen auf den Gegenkontakt wird diese Energie durch Stoß vernichtet. Der Leistungsverbrauch des Schwingers beträgt etwa 0,2 Watt.

Jedes Kontaktpaar ist durch eine Reihenschaltung aus Widerstand und Kondensator überbrückt, was der Funkentstörung und Funkenlöschung dient. Daneben hat der Kondensator auf der Schwingerseite eine dritte und recht wesentliche Aufgabe. Dadurch, daß er beim Unterbrechen des Stromkreises den Strom allmählicher als bei seinem Fehlen auf null zurückgehen läßt, ergibt sich zusammen mit der verzögernden Wirkung der Selbstinduktion des Schwingermagneten beim Einschaltvorgang für den Strom- und damit Kraftverlauf eine Phasenverschiebung gegenüber dem Ausschlag der Masse, wodurch ja bekanntlich erst die Selbsterregung möglich ist.

An und für sich läuft der Schwinger beim Einschalten des Stromes nach Art der elektrischen Klingel von selbst an, wenn man durch Vorspannung der Scharnierfeder dafür sorgt, daß im Ruhezustand das Kontaktpaar für die Schwingerspule geschlossen ist. Damit die auf die Masse ausgeübte Magnetkraft den Kontakt unterbrechen kann, darf der Ruhek Kontaktdruck nicht zu groß sein. Das hat aber zur Folge, daß eine Garantie für den Anlauf nur dann besteht, wenn die Störbeschleunigungen senkrecht zur Blattfeder-

ebene ein bestimmtes Maß nicht überschreiten, da sonst bereits im Ruhezustand eine Unterbrechung der Schwingerkontakte erfolgen kann. Für den sicheren Anlauf auch bei Störbeschleunigungen wurde daher ein besonderer Anwerfer vorgesehen, Bild 2. Eine kräftige Anwerferblatfeder legt sich im nicht eingeschalteten Zustand gegen die Scharnierfeder und lenkt so das Schwingungssystem aus seiner Nulllage aus. An der Anwerferfeder ist ein Anker angenietet, der beim Einschalten des Stromes von einem Elektromagneten angezogen wird, wodurch das Feder-Masse-System mit einer gewissen Anfangsamplitude zu schwingen beginnt.

2. Versuchsergebnisse.

Die Prüfung auf Beschleunigungsempfindlichkeit ergab, daß in Übereinstimmung mit der theoretischen Betrachtung in Richtung A, Bild 1, kein Einfluß vorhanden war, in Richtung B nur ein sehr geringer von etwa 0,02% je g und in Richtung C der größte mit etwa 0,2% je g. Es empfiehlt sich daher, den Schwinger so einzubauen, daß die Blattfeder etwa in Flugzeuglängsrichtung zeigt und ihre Ebene ungefähr parallel der Hochachse liegt. Dann ist auch bei den kompliziertesten Flugfiguren mit nicht mehr als 0,2% Frequenzfehler durch die Störbeschleunigung zu rechnen. In Richtung A und C, Bild 1, arbeitet der Schwinger einwandfrei bis 20 g, in Richtung B bis 5 g.

Die Temperaturprüfung zeigte, daß bei einer Temperaturerniedrigung von +60°C auf -5°C die Frequenz um 0,1% ansteigt. Bei einer weiteren Senkung auf -35°C tritt eine weitere Frequenzhöhung um 0,25% ein. Der Frequenzfehler infolge Schwankungen der elektrischen Spannung hängt etwas von der Herstellungsgenauigkeit der Magnetpolschuhe ab. Bei einer Herstellungstoleranz von $\pm 0,1$ mm beträgt er bei $\pm 15\%$ Spannungsschwankung maximal $\pm 0,15\%$.

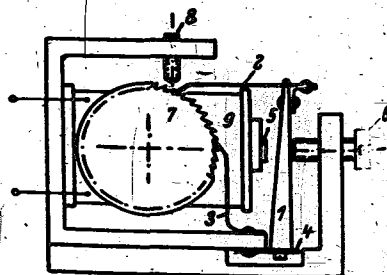
Hinsichtlich einer Abnahme des Luftdruckes von 760 auf 200 mm Hg ergab die Untersuchung praktisch keine Veränderung von Frequenz und Amplitude, was auch zu erwarten war, da die Geschwindigkeitsamplitude der schwingenden Masse nur 1 m/s beträgt.

III. Das Schrittschaltwerk.

Das zweite Kontaktpaar des Schwingers steuert ein Schrittschaltwerk, das entsprechend der hohen Frequenz von 50 Schritten je Sekunde konstruktiv besonders ausgebildet wurde, indem alle an der Bewegung beteiligten Massen durch volle Ausnutzung der mechanischen Festigkeit und der magnetischen Leitfähigkeit so klein wie möglich gehalten wurden. Entsprechend der Abnahme des magnetischen Flusses verjüngt sich der Anker nach oben. Schalt- und Sperrklinke, die sonst üblicherweise drehbar gelagert sind und durch besondere Federn an das Schaltrad angebracht werden, sind beide durch leichtere Blattfedern ersetzt, wodurch außerdem Lagerstellen fortfallen, Bild 3. Nach denselben Gesichtspunkten ist die Ankerzapfenlagerung und Ankerrückzugsfeder durch eine beide Funktionen gleichzeitig übernehmende Blattfeder ersetzt. Damit durch das stoßartige Aufschlagen des Ankers in den Endlagen die Ankerblatfeder nicht zusätzlich auf Knickung beansprucht wird, ist es wesentlich, den Stoß im Schwingungsmittelpunkt aufzufangen, d. h. der Klebstift und der Anschlag müssen in einer Entfernung von der Ankerachse angebracht werden,

Bild 3. Schrittschaltwerk schematisch.

- | |
|--------------------------|
| 1 Anker. |
| 2 Schaltfeder. |
| 3 Sperrfeder. |
| 4 Ankerblatfeder. |
| 5 Klebstift. |
| 6 Anschlag. |
| 7 Schaltrad. |
| 8 Überscheudersicherung. |
| 9 Elektromagnet. |



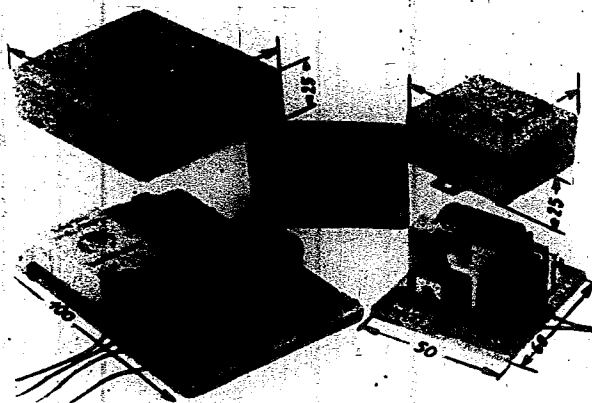


Bild 4. Schwinger mit Schrittmotor.

die gleich ist dem Verhältnis des Ankerträgheitsradius zum Ankerschwerpunktsabstand, beide auf die Ankerachse bezogen. Das weitaus am stärksten beanspruchte Teil ist die Schaltklinkenfeder. Für sie hat sich gewöhnlicher Federbandstahl, der an der Arbeitsstelle glashart und im übrigen federhart ist, gut bewährt. Das Schaltrad besteht aus Durmes, das mit Stahl zusammen gute Gleiteigenschaften besitzt und als Leichtmetall dazu beiträgt, das Trägheitsmoment niedrig zu halten, was sich günstig für die bei jedem Schritt nötige Kraft zum Beschleunigen und Abbremsen auswirkt. Ein einstellbarer Anschlag (8) dient als Überschleunigungssicherung.

IV. Ausführungsformen und Anwendungsmöglichkeiten.

1. Getrennte Ausführung von Schwinger und Schrittschaltwerk.

Für viele Zwecke, vor allem bei der Anwendung im Versuchsbetrieb, ist es zweckmäßig, Schwinger und Schrittschaltwerk getrennt anzuwenden, Bild 4. Das hier abgebildete Schrittschaltwerk besitzt ein Schaltrad mit 50 Zähnen so daß die Schaltradwelle eine Umdrehung in der Sekunde ausführt. Ein Schneckengetriebe 1:20 sorgt für eine weitere Untersetzung. Das an der Schneckenradwelle abgegebene Drehmoment beträgt 500 cmg. An Stelle des abgebildeten Getriebes läßt sich auch bei gleichem Raumbedarf ein solches mit doppelter Untersetzung anbauen, dessen drei Wellen folgende Umlaufzeiten aufweisen: eine Umdrehung in 1,20 und 400 s. An den drei Wellenenden können Schaltwalzen oder sonstige Schaltelemente leicht aufgebracht werden. Zu beachten ist dabei, daß wegen der schrittweisen Drehung der Schaltwelle die aufgebrachten Teile ein möglichst geringes Trägheitsmoment aufweisen sollen. Bei Benutzung des Schrittschaltwerkes zur Schaltung elektrischer Ströme ist noch zu bemerken, daß sich grundsätzlich nur Schleifkontakte eignen, da bei der Steuerung von Kontaktfeder-sätzen durch Nockenscheiben infolge der hohen Drehbeschleunigung Prellerscheinungen auftreten. In den Fällen, in denen zum Schalten sehr langer Zeitintervalle die Kontakt-

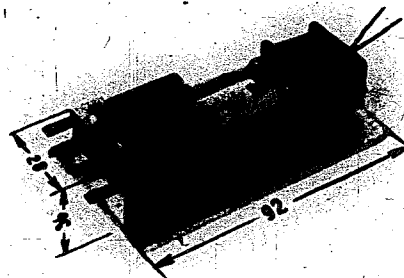


Bild 5. Resonanzrelais.

walze auf einer Schneckenradwelle sitzt, läßt sich die Genauigkeit von Beginn und Ende der Kontaktgabe dadurch beträchtlich steigern, daß man auf die schneller umlaufende Schaltradwelle eine zweite, mit der ersten elektrisch in Reihe liegende Kontaktwalze aufbringt, so daß die langsam laufende Walze nur grob vorzuschalten braucht. Von den Schwingerkontakten direkt können gleichzeitig zwei Schrittschaltwerke betrieben werden. Für den Fall, daß von einem Schwinger eine größere Anzahl synchron gesteuert werden soll, wurde ein besonderes Resonanzrelais entwickelt, Bild 5.

Der Verbrauch des Schwingers mit Anwerfer beträgt 3,7 Watt (ohne Anwerfer 0,2 Watt) und sein Gewicht 250 g. Das Schrittschaltwerk verbraucht 1,8 Watt und wiegt 130 g. Die entsprechenden Daten vom Resonanzrelais sind 1,6 Watt und 200 g.

Die Abmessungen der Geräte gehen aus den Bildern hervor; die Nennspannung ist 12 oder 24 Volt.

2. Zeitmarkengeber.

Bild 6 zeigt eine fest zusammengebaute Kombination von Schwinger und Schrittschaltwerk als Zeitmarkengeber. Dieser schließt wahlweise Kontakte in Abständen von 1, $\frac{1}{10}$ (bzw. durch Auswechseln der Schaltwalze $\frac{1}{5}$) und $\frac{1}{50}$ s. 1 und $\frac{1}{10}$ s werden durch eine Schaltwalze gesteuert, $\frac{1}{50}$ s direkt von den Schwingerkontakten, wobei das Schrittschaltwerk abgeschaltet wird.

Der Leistungsverbrauch beträgt 2 Watt (bzw. 0,2 Watt bei $\frac{1}{50}$ s Zeitmarke), die maximale Schaltleistung 5 Watt und das Gewicht 600 g.

3. Schnellzählwerk.

Mit den bewährten Elementen des Schrittschaltwerkes wurde, um dem auf verschiedenen Gebieten der Luftfahrt bestehenden Bedarf nach einem geeigneten flugtauglichen Zählwerk abzuheben, welches rasch aufeinanderfolgende Stromimpulse zu zählen vermag, das in Bild 7 dargestellte Schnellzählwerk aufgebaut. Das Schaltrad besitzt 100 Zähne und auf der Schaltradwelle ist ein Zeiger befestigt, der sich durch einen Rückstellknopf auf die Nullstellung zurückdrehen läßt.

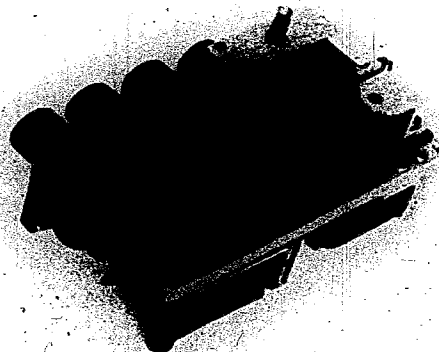
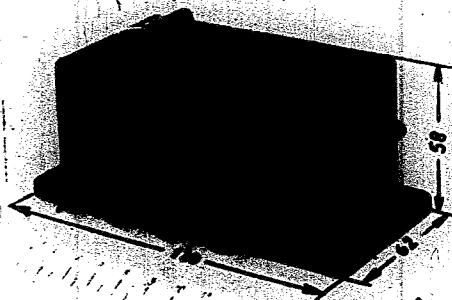


Bild 6. Zeitmarkengeber. Zeitmarkengeber ohne Gehäuse.



Bild 7. Schnellzähler. Schnellzähler ohne Gehäuse.

Das Zählwerk vermag normalerweise bis 120 Schritte in der Sekunde zu zählen. Die dazu notwendige Leistung beträgt dann, wenn das Zählwerk unmittelbar an die Batterie angeschlossen wird, 12 Watt (Spannung über der Spule $\times$ stationärer Strom). Ist die vorkommende Schrittfrequenz nicht größer als 50 s^{-1} , so braucht die Spule nur für 4 Watt ausgelegt zu werden. Diese angegebenen Leistungen verringern sich auf die Hälfte, wenn in dem Stromkreis noch ein zusätzlicher ohmscher Widerstand liegt, der wenigstens dreimal so groß ist wie der Zählerwiderstand. Diese Bedingung ist z. B. beim Anschluß an eine Elektronenröhre meist erfüllt.

Das Gewicht beträgt 250 g, der Einbaudurchmesser 60 mm und die Einbautiefe 40 mm.

In der vorliegenden abgebildeten Form gestattet das Zählwerk 100 Schritte zu zählen. Eine Erweiterung des Zählbereichs läßt sich durch eine Untersetzung (mittels Planetengetriebe) auf einen zweiten Zeiger herbeiführen, der die vollen Umläufe des anderen anzeigt.

V. Zusammenfassung.

Es wurde ein elektromechanischer 50 Hz-Schwinger und ein für hohe Frequenzen geeignetes Schrittschaltwerk beschrieben. Beide zusammen ergeben ein Uhrwerk mit großem Drehmoment bei geringem Gewichts- und Raumbedarf. Temperaturschwankungen zwischen $+60^\circ\text{C}$ und -35°C bringen etwa $\pm 2\%$, $\pm 15\%$ Spannungsschwankungen $\pm 0,15\%$ Frequenzfehler hervor, und bei geeignetem Einbau verursachen Störbeschleunigungen bei den kompliziertesten Flugfiguren kaum mehr als $0,2\%$ Fehler. Das durch den Schwinger gesteuerte Schrittschaltwerk eignet sich zum Antrieb von Schaltwalzen aller Art, wobei von einem Schwinger über ein Resonanzrelais mehrere Schrittschaltwerke betrieben werden können, die dann synchron laufen. Einige Ausführungsformen der Kombination Schwinger-Schrittschaltwerk wurden besprochen, desgl. ein aus den Elementen des Schrittschaltwerkes entwickeltes Schnellzählwerk zum Zählen von maximal 120 Stromimpulsen je Sekunde.

Vorabdrucke aus **Jahrbuch 1942 der deutschen Luftfahrtforschung** **4. Lieferung**

Inhalt:

Die kompressible Strömung um ein Rotationsellipsoid nach der Methode von Janzen-Rayleigh. Von C. Schmieden	2
Weitere Untersuchungen über die Auftriebsverteilung am Tragflügel in inhomogener Strömung. Von W. Jacobs	10
Windkanaluntersuchungen an einem freischwingenden, hinterkanten-gesteuerten Ruder. Von F. Stauffer	16
Entwicklungsarbeiten für die Ölkühlung an der BMW-801-Motoranlage. Von Th. Helmbold	20
Die Wirkung des Stickstoffs in warmfesten austenitischen Stählen. Von H. Krainer und K. Swoboda	32
Erwärmung und Belastbarkeit von Leitungen an Bord von Flugzeugen. Von F. Moeller	36
Etwas über Getriebeuntersuchungen für Waffen. Von G. Dobbrack	41
Photographische Aufnahmen der Wirbelzöpfe eines Flugzeuges. Von H. Lueder	46

**Zentrale für wissenschaftliches Berichtswesen der Luftfahrtforschung
des Generalluftzeugmeisters (ZWB)
Berlin-Adlershof**

Die kompressible Strömung um ein Rotationsellipsoid nach der Methode von Janzen-Rayleigh*).

Von C. Schmieden, Darmstadt**).

Bericht der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, Institut für Aerodynamik, Berlin-Adlershof.

Die zweite Näherung der Stromfunktion für die Umströmung eines unangestellten Rotationsellipsoids wird nach der Methode von Janzen-Rayleigh bestimmt und daraus die Geschwindigkeit an der Stelle der größten Dicke sowie die kritische Machzahl in Abhängigkeit vom Dickenverhältnis berechnet.

Gliederung.

- A. Einleitung.
 1. Differentialgleichung und Lösungsansatz.
 2. Berechnung der Stromfunktion, insbesondere für der Kugel benachbarte Ellipsoide.
 3. Grenzübergang zur Kugel.
 4. Berechnung der Größtgeschwindigkeit und der kritischen Machzahl.
- B. Anhang.
 1. Berechnung von zwei Partikularintegralen.
 2. Die Funktionen H_i .
 3. Bemerkung zur homogenen Lösung.
- C. Zusammenfassung.
- D. Schrifttum.

A. Einleitung.

Um den Einfluß der Kompressibilität beim Umströmungsproblem näherungsweise zu erfassen, stehen zwei Methoden zur Verfügung: für schlanke Formen die Prandtl'sche Regel, die bis nahe an die kritische Machzahl heran gute Ergebnisse liefert, und für dickere Körper die Methode von Janzen-Rayleigh. Die Einschränkung dieser letzteren Methode auf dicke Körper ist allerdings nur dann nötig, wenn man sich auf den ersten Schritt dieses Verfahrens beschränkt. Leider muß man das in den meisten Fällen tun, da der rechnerische Aufwand der weiteren Schritte — abgesehen von den einfachsten Konturen, dem Kreis und der Kugel — allzu groß wird. Auch wenn man sich auf den ersten Schritt beschränkt, ist die Zahl der bisher untersuchten Konturen sehr klein, insbesondere bei räumlichen Strömungen, bei denen allein die Umströmung der Kugel berechnet ist. In der vorliegenden Arbeit wird der nächst einfache Fall einer räumlichen Umströmung, nämlich der des unangestellten Rotationsellipsoids behandelt. Dabei zeigt sich, daß die Konvergenz der benötigten Reihen desto schlechter wird, je mehr das Ellipsoid von der Kugel abweicht. Man muß sich also auf verhältnismäßig dicke Formen beschränken, wenn man den Rechenaufwand in erträglichen Grenzen halten will. Diese Beschränkung ist aber zulässig, da für schlanke Ellipsoide die Prandtl'sche Regel in einfacher Weise alles Wesentliche liefert und man das Zwischengebiet durch graphische Interpolation ausreichend genau überbrücken kann.

Üblicherweise geht man bei der Rayleigh-Methode vom Potential aus, da sich aus diesem die Geschwindigkeiten einfacher berechnen lassen als aus der Stromfunktion. Der Vorteil der einfacheren Randbedingung für die Stromfunktion ist aber beim Ellipsoid so groß, daß es zweckmäßig schien, hier auf die Berechnung der Stromfunktion auszuweichen und die verhältnismäßig geringen Komplikationen bei der Berechnung der Geschwindigkeiten in Kauf zu nehmen. Die Möglichkeit einer direkten Erweiterung des Ansatzes auf angestellte Ellipsoide entfällt damit allerdings, da ja die Strömung dann nicht mehr rotationssymmetrisch ist und damit keine Stromfunktion mehr existiert.

1. Differentialgleichung und Lösungsansatz.

Für eine rotationssymmetrische Strömung mit der z -Achse als Symmetrieachse und der r -Achse senkrecht dazu lautet die Kontinuitätsgleichung (ρ_0 Ruhdichte)

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho}{\rho_0} r v_r \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{\rho_0} r v_z \right) = 0 \quad (1)$$

Folglich existiert eine Stokessche Stromfunktion $\psi(r, z)$ mit

$$\frac{\rho v_r}{\rho_0} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad \frac{\rho v_z}{\rho_0} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (2)$$

Ist die Strömung wirbelfrei, so muß weiter gelten

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$$

woraus man mit (2) sofort die Differentialgleichung der Stromfunktion gewinnt

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \frac{\psi_r}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \frac{\psi_z}{r} \right) = 0 \quad (3)$$

Um die Dichte zu eliminieren, benutzt man die Bernoulli'sche Gleichung, am besten in der differentiellen Form mit a als Schallgeschwindigkeit

$$d(\ln \rho) = -\frac{1}{2a^2} d(q^2); \quad q^2 = v_r^2 + v_z^2 \quad (4)$$

und erhält nach einfacher Zwischenrechnung statt (3) die endgültige Gleichung für die Stromfunktion

$$\psi_{rr} \left(1 - \frac{v_r^2}{a^2} \right) + \psi_{zz} \left(1 - \frac{v_z^2}{a^2} \right) - 2 \frac{v_r v_z}{a^2} \psi_{rz} - \frac{\psi_r}{r} = 0 \quad (5)$$

Entsprechend dem Ansatz von Janzen-Rayleigh denken wir uns die Stromfunktion in eine nach Potenzen der Machzahl fortschreitende Reihe von Funktionen $\psi_i(r, z)$ entwickelt (U Anströmgeschwindigkeit, a_0 Ruh-Schallgeschwindigkeit)

$$\psi = \frac{\rho_0}{\rho_0} U \{ \psi_1 + M^2 \cdot \psi_2 + M^4 \cdot \psi_3 + \dots \}; \quad M = \frac{U}{a_0} \quad (6)$$

gehen mit diesem Ansatz in (5) hinein und ordnen nach Potenzen von M^2 ; wir wollen uns dabei von vornherein auf die beiden ersten Terme von (6) beschränken. Mit Rücksicht auf die bekannte Beziehung

$$\frac{a^2}{a_0^2} = 1 - \frac{\kappa - 1}{2} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^2 \frac{v_r^2 + v_z^2}{a_0^2}; \quad \kappa = 1,41 \text{ für Luft}$$

wird nun (5) zunächst

$$\psi_{rr} - \frac{1}{r} \psi_r + \psi_{zz} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^2 \frac{1}{a_0^2 r^2} \left\{ \frac{\kappa}{2} (\psi_r^2 + \psi_z^2) \left(\psi_{rr} - \frac{\psi_r}{r} + \psi_{zz} \right) + \frac{1}{2} (\psi_z^2 - \psi_r^2) (\psi_{rr} - \psi_{zz}) - 2 \psi_r \psi_z \psi_{rz} + \frac{1}{2r} \psi_r (\psi_r^2 + \psi_z^2) \right\} \quad (7)$$

Berücksichtigen wir, daß

$$\frac{\rho_0}{\rho} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^2 \frac{v_r^2 + v_z^2}{a_0^2} + \dots$$

so erhalten wir nach Kürzen durch $\frac{\rho_0}{\rho_0} U$ und Koeffizienten-

* A 35 25.

** z. Zt. Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt, Berlin-Adlershof.

vergleich 7.

$$\begin{aligned}\psi_{1rr} - \frac{\psi_{1r}}{r} + \psi_{1zz} &= 0 \\ \psi_{2rr} - \frac{\psi_{2r}}{r} + \psi_{2zz} &= \frac{1}{r^2} \{ \psi_{1rr} \psi_{1z}^2 + \psi_{1zz} \psi_{1r}^2 - 2 \psi_{1rz} \psi_{1r} \psi_{1z} \} \dots \dots \dots (8)\end{aligned}$$

Die erste Gleichung ist die Differentialgleichung der inkompressiblen Strömung, die zweite liefert die Korrektur für kompressible Strömungen bei kleinen Machzahlen.

Um die Gleichungen im Falle des Rotationsellipsoides zu integrieren, empfiehlt sich die Einführung elliptischer Koordinaten. Wir setzen

$$z = k \xi \eta; r = k \sqrt{(1 - \xi^2)(\eta^2 - 1)}; -1 \leq \xi \leq +1; \eta^2 \geq 1 \dots \dots \dots (9)$$

Für $\eta = \eta_0$ ergibt sich ein Ellipsoid mit den Hauptachsen

$$A = k \eta_0; B = k \sqrt{\eta_0^2 - 1}$$

und dem Achsenverhältnis

$$\varepsilon = \frac{B}{A} = \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_0^2}} \quad \text{bzw.} \quad \eta_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$$

Die Größe k ist lediglich ein Maßstabfaktor, ξ und η sind dimensionslos.

Für ein von links her, also in der positiven z -Richtung angeströmtes Rotationsellipsoid gilt inkompressibel (vgl. Lamb §105)

$$\frac{\psi_{\text{ink}}}{\frac{1}{2} U k^2} = (1 - \xi^2)(\eta^2 - 1) \left[-1 + c \left\{ \frac{1}{2} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} - \frac{\eta}{\eta^2 - 1} \right\} \right]; \quad c = \frac{1}{\frac{1}{2} \ln \frac{\eta_0 + 1}{\eta_0 - 1} - \frac{\eta_0}{\eta_0^2 - 1}} \dots \dots \dots (10)$$

Diesen Ausdruck haben wir gleich ψ_1 zu setzen, also $\frac{\psi_{\text{ink}}}{\frac{1}{2} U k^2} = \psi_1$ in die rechte Seite von (8, 2) einzuführen und

gleichzeitig die linke Seite auf die elliptischen Koordinaten ξ und η zu transformieren. Diese elementare, aber ziemlich umständliche Rechnung übergehen wir und geben sofort das Resultat an. Übrigens wurde zur Kontrolle diese Umrechnung mehrmals auf verschiedenen Wegen durchgeführt und außerdem auch noch der Grenzübergang $\eta_0, \eta \rightarrow \infty$ in der Gleichung vollzogen, der dann auf die bekannte Störgleichung für die Umströmung der Kugel führt.

Für die linke Seite erhält man

$$\psi_{rrr} - \frac{1}{r} \psi_{rr} + \psi_{zz} = \frac{1}{k(\eta^2 - \xi^2)} \{ (\eta^2 - 1) \psi_{\eta\eta} + (1 - \xi^2) \psi_{\xi\xi} \}.$$

Nach Multiplikation mit $k^2(\eta^2 - \xi^2)$ erhält man dann die Störgleichung in der endgültigen Form

$$\begin{aligned}(\eta^2 - 1) \psi_{\eta\eta} + (1 - \xi^2) \psi_{\xi\xi} &= 2c \frac{\eta(1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} [\xi^4 - 5\xi^2\eta^2 + 3\xi^2 + \eta^2] \\ &+ 2c^2 \left\{ -\frac{\xi^2(1 - \xi^2)}{(\eta^2 - 1)(\eta^2 - \xi^2)} - \frac{\eta(1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} [\xi^4 - 5\xi^2\eta^2 + 3\xi^2 + \eta^2] + \right. \\ &+ 2 \frac{(1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} [\xi^4 - 5\xi^2\eta^2 + \xi^2 + \eta^2] \left. \right\} + \frac{c^2}{2} \left\{ \frac{\eta(1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} \left[\ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \right]^2 [\xi^4 - 5\xi^2\eta^2 + 3\xi^2 + \eta^2] \right. \\ &+ 2 \frac{(1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \left[\frac{\xi^2(\eta^2 - \xi^2)}{\eta^2 - 1} - 2[\xi^4 - 5\xi^2\eta^2 + \xi^2 + \eta^2] \right] + 4 \frac{\eta(1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2(\eta^2 - 1)} [\xi^4 - 5\xi^2\eta^2 + 3\xi^2 + \eta^2 + 1] \left. \right\} \quad (11)\end{aligned}$$

Sind P_n und Q_n die beiden gewöhnlichen Kugelfunktionen n -ter Ordnung, so stehen in den Ausdrücken

$$(1 - \xi^2) \frac{dP_n(\xi)}{d\xi} \cdot (\eta^2 - 1) \frac{dQ_n(\eta)}{d\eta} \dots \dots \dots (12)$$

brauchbare Lösungen der homogenen Gl. (11) zur Verfügung, die für $\eta \rightarrow \infty$ hinreichend stark verschwinden. Eine weitere Serie gleichwertiger homogener Lösungen, die wir im folgenden ebenfalls verwenden werden, lassen sich aus dem Partikularintegral

$$H_1 = \frac{\eta(1 - \xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} \dots \dots \dots (13)$$

ableiten. Ist nämlich $\varphi(\xi, \eta)$ eine Lösung der homogenen Gl. (11), so sind es auch $(\eta^2 - 1) \varphi_{\eta\eta}$ und $(1 - \xi^2) \varphi_{\xi\xi}$. Die auf die erste Art aus H_1 abgeleiteten Partikularintegrale werden wir benutzen und bezeichnen sie nacheinander mit $H_2, H_3 \dots H_n$.

Die bei zweidimensionalen Strömungen häufiger benutzte sog. Methode von Poggi zur Integration der inhomogenen Störgleichung scheidet hier von vornherein aus, da sie die Kenntnis der Greenschen Funktion für den Außenraum voraussetzt¹⁾. Es wurde daher zunächst versucht, ein Partikularintegral der inhomogenen Gleichung durch systematisches Probieren zu finden, was auch schließlich bei allen bis auf zwei Termen der rechten Seite gelang. Um den allgemeinen Gang der Untersuchung nicht durch lange Zwischenrechnungen zu unterbrechen, geben wir hier gleich das Resultat der Integration an und bringen die näheren Ausführungen über die Berechnung der diesen beiden Termen zugeordneten Integrale im Anhang B, 1).

Das Partikularintegral der inhomogenen Gl. (11) bezeichnen wir mit $\psi_{2\text{inh}}$ und erhalten dafür

¹⁾ Also ist die gesamte Stromfunktion durch $1/k^2$ dividiert, was sowohl bei den endgültigen Schlußformeln wie auch schon bei der Umrechnung der Differentialgleichung auf die elliptischen Koordinaten zu beachten ist.
²⁾ Man müßte dazu streng genommen die durch eine Quelle im Außenraum des Ellipsoides erzeugte Strömung zugrunde legen, für die aber gar keine Stokesche Stromfunktion existiert, da diese Strömung im allgemeinen nicht mehr rotationsymmetrisch ist. Will man die Rotationsymmetrie wahren, so muß man die Quelle durch einen Quellring ersetzen, mit der z -Achse als Ringachse. Die Berechnung der zugehörigen Stromfunktion ist aber so hoffnungslos kompliziert, daß dieser Weg nicht gangbar ist, ganz abgesehen von der dann auftretenden doppelten Singularität in zwei symmetrisch zur z -Achse gelegenen Punkten der xz -Ebene.

$$\begin{aligned} \psi_{2\text{inh}} = c \frac{\eta \xi^2 (1 - \xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} + \frac{c^2}{4} \left\{ (1 - \xi^2) \left[\frac{1}{2} (\eta^2 - 1) \ln^2 \frac{\eta + 1}{\eta - 1} + 2 \eta \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} - 6 \right] \right. \\ + 2 \ln \frac{\eta^2 - \xi^2}{\eta^2 - 1} - 4 \frac{\eta^2 (1 - \xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} \left[\eta \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} - 2 \right] \left. \right\} + \frac{c^3}{4} \left\{ 4 \frac{\eta^3 (1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} + \right. \\ + (1 - \xi^2) \left[3 \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} - \frac{\eta}{2} \ln^2 \frac{\eta + 1}{\eta - 1} - \frac{\eta^2 - 1}{12} \ln^3 \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \right] + \frac{\eta^2 (1 - \xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} \left[\eta \ln^2 \frac{\eta + 1}{\eta - 1} - 4 \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \right. \\ + \ln \frac{\eta^2 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \left. \left[\frac{3 \eta (1 - \xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} - \frac{4 \eta^3 (1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} + \frac{2 \eta}{\eta^2 - \xi^2} - \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \right] \right. \\ \left. \left. + 2 \int_{\eta}^{\infty} \ln \frac{v^2 - \xi^2}{v^2 - 1} \cdot \frac{v dv}{v^2 - 1} \cdot \left[\frac{\eta (1 - \xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} + \frac{3 \eta (1 - \xi^2) (\eta^2 - 1)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} - \frac{4 \eta^3 (1 - \xi^2) (\eta^2 - 1)}{(\eta^2 - \xi^2)^3} \right] \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

Dies Ergebnis wurde zur Sicherheit noch durch Einsetzen in (11) kontrolliert.

Zu dieser Lösung $\psi_{2\text{inh}}$ hätte man jetzt eine Lösung der homogenen Gl. (11) hinzuzufügen, derart daß für $\eta = \eta_0$ die Randbedingung $\psi_2 = 0$ erfüllt wird. Die für diesen Zweck allein brauchbaren Lösungen sind die aus Kugelfunktionen aufgebauten Lösungen des Systems (12). Man müßte also (14) für $\eta = \eta_0$ nach den Funktionen $C_n (1 - \xi^2) P_n'(\xi)$ entwickeln: bis auf die beiden letzten Klammerausdrücke in (14) ist das nicht weiter schwierig (vgl. Anhang B, 3). Aber bei den beiden letzten Ausdrücken wird man für jedes C_n auf eine unendliche Reihe geführt, in deren Koeffizienten

die Integrale $\int_{-1}^{+1} P_m(\xi) P_n(\xi) P_r(\xi) d\xi$ eingehen, die ja bereits für sich allein hinreichend kompliziert sind. Um

diesen untragbaren Rechenaufwand zu umgehen, wurde ein anderer Weg eingeschlagen. Die Rayleigh-Näherung hat doch nur einen Sinn für dicke, der Kugel benachbarte Ellipsoide, da für schlanke Ellipsoide die Prandtl-Regel sicher bessere Werte liefert. Infolgedessen haben wir uns auf solche, der Kugel benachbarte Ellipsoide beschränkt und für die Stromfunktion eine nach fallenden Potenzen von η fortschreitende Reihe berechnet, bei deren allein interessierenden ersten Gliedern die zugehörigen homogenen Lösungen leicht anzugeben sind. Darüber hinaus erhält man auf diesem Wege auch noch eine erwünschte Kontrolle, da man für den Grenzfall $\eta_0, \eta \rightarrow \infty$ die Lösung für die Umströmung der Kugel erhalten muß. Im folgenden Abschnitt werden wir diese für der Kugel benachbarte Ellipsoide gültige Lösung explizit berechnen.

2. Berechnung der Stromfunktion für der Kugel benachbarte Ellipsoide.

Wir wollen die Entwicklung von (14) nach fallenden Potenzen von η nicht in allen Einzelheiten durchführen, sondern nur den Gang der Rechnung für das c^3 proportionale Glied kurz skizzieren. Nach einer längeren, an sich elementaren aber umständlichen Rechnung erhalten wir für den Koeffizienten von c^3 bis auf Glieder in η^{-15}

$$\begin{aligned} \left[\frac{c^3}{4} \right] : \frac{1 - \xi^2}{\eta} \left\{ \frac{10}{3} + \frac{1}{\eta^2} \left[5 \xi^2 - \frac{1}{3} \right] + \frac{1}{\eta^4} \left[\frac{1}{2} - 9 \xi^2 + \frac{37}{2} \xi^4 \right] + \right. \\ + \frac{1}{\eta^6} \left[\frac{91}{324} + \frac{13}{36} \xi^2 - \frac{95}{4} \xi^4 + \frac{469}{12} \xi^6 \right] + \frac{1}{\eta^8} \left[\frac{301}{1620} + \frac{2}{9} \xi^2 + \frac{7}{18} \xi^4 - \right. \\ - \frac{406}{9} \xi^6 + \frac{2393}{36} \xi^8 \left. \right] + \frac{1}{\eta^{10}} \left[\frac{3389}{25200} + \frac{1349}{8400} \xi^2 + \frac{79}{360} \xi^4 + \frac{29}{72} \xi^6 - \frac{1169}{16} \xi^8 + \frac{72409}{720} \xi^{10} \right] \\ \left. + \frac{1}{\eta^{12}} \left[\frac{29213}{283500} + \frac{137}{1080} \xi^2 + \frac{577}{4200} \xi^4 + \frac{13}{60} \xi^6 + \frac{37}{90} \xi^8 - \frac{64559}{600} \xi^{10} + \frac{5653}{40} \xi^{12} \right] \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

Zur Kontrolle dieses, wie aller folgenden Ausdrücke wurde die ganze Rechnung nochmals durchgeführt, wobei alle Brüche von vornherein durch Dezimalbrüche mit einer solchen Stellenzahl ersetzt wurden, daß ein Kontrollvergleich der Koeffizienten beider Entwicklungen eindeutig möglich war.

Um den obigen Ausdruck zu vereinfachen, ziehen wir von ihm die im Anhang B, 2 angegebenen homogenen Lösungen der H_i^* ab; wählt man die Faktoren der H_i^* zweckmäßig, so zeigt sich, daß man jeweils mindestens die beiden höchsten Potenzen von ξ in jedem Koeffizienten von η^{-2r} beseitigen kann, teilweise sogar noch die dritthöchste Potenz. Dazu muß man bilden

$$\Phi^* = \frac{10}{3} H_1^* + \frac{1}{3} H_2^* + \frac{1}{2} H_3^* - \frac{7}{132} H_4^* + \frac{11}{468} H_5^* - \frac{19727}{3695120} H_6^* + \frac{261797}{743642900} H_7^* \quad (16)$$

Zieht man Φ^* von (15) ab, so bleibt nur noch übrig

$$\begin{aligned} \frac{c^3}{4} \frac{1 - \xi^2}{\eta^7} F_3 = \frac{c^3}{4} \frac{1 - \xi^2}{\eta^7} \left\{ \left[\frac{14}{891} + \frac{2}{99} \xi^2 \right] + \frac{1}{\eta^2} \left[\frac{112}{5265} + \frac{16}{429} \xi^2 \right] + \frac{1}{\eta^4} \left[\frac{1627526}{72747675} + \right. \right. \\ + \frac{1067546}{24249225} \xi^2 - \frac{26}{14535} \xi^4 - \frac{2}{171} \xi^6 \left. \right] + \frac{1}{\eta^6} \left[\frac{148680104}{6844894875} + \frac{121292}{2607579} \xi^2 - \frac{1396}{205275} \xi^4 - \frac{172}{6555} \xi^6 - \frac{4}{207} \xi^8 \right] \left. \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

Verfährt man mit den anderen Termen von (14) ähnlich, so erhält man endlich

$$\psi_{2\text{inh}} = c \frac{(1 - \xi^2)}{\eta} F_1 - \frac{c^2}{4} \frac{(1 - \xi^2)}{\eta^4} F_2 + \frac{c^3}{4} \frac{(1 - \xi^2)}{\eta^7} F_3 \quad (18)$$

Hier hat F_3 den in (17) angegebenen Wert, während man für F_1 und F_2 in entsprechender Annäherung erhält²⁾

$$\begin{aligned} F_1 = \xi^2 + \frac{\xi^4}{\eta^2} + \frac{\xi^6}{\eta^4} + \frac{\xi^8}{\eta^6} \\ F_2 = \left[\frac{1}{9} + \frac{5}{3} \xi^2 \right] + \frac{1}{\eta^2} \left[\frac{4}{45} + \frac{14}{15} \xi^2 + 2 \xi^4 \right] + \frac{1}{\eta^4} \left[\frac{71}{1050} + \frac{9}{14} \xi^2 + \frac{11}{10} \xi^4 + \frac{13}{6} \xi^6 \right] + \frac{1}{\eta^6} \left[\frac{248}{4725} + \frac{22}{45} \xi^2 + \frac{26}{35} \xi^4 + \frac{6}{5} \xi^6 + \frac{34}{15} \xi^8 \right] \quad (19) \end{aligned}$$

Um die Randbedingung $\psi_2 = 0$ für $\eta = \eta_0$ zu erfüllen, benötigen wir homogene Lösungen, die im Unendlichen verschwinden und für $\eta = \eta_0$ der Wert $\xi^{2r}(1 - \xi^2)$ mit $r = 0, 1 \dots 4$ liefern. Diese Eigenschaften besitzen die folgenden Funktionen

²⁾ Der Faktor c wird nämlich $\propto \eta_0^2$, so daß die Koeffizienten der F_i jeweils von derselben Größenordnung in der Nähe des Ellipsoides werden. (Vgl. hierzu den nächsten Abschn.)

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 \rightarrow \Phi_1 &= \varphi_1 \\ \xi_2 \rightarrow \Phi_2 &= \frac{1}{5} \varphi_1 + \frac{2}{15} \varphi_3 \\ \xi_2 \rightarrow \Phi_3 &= \frac{3}{35} \varphi_1 + \frac{4}{45} \varphi_3 + \frac{8}{315} \varphi_5 \\ \xi_2 \rightarrow \Phi_4 &= \frac{1}{21} \varphi_1 + \frac{2}{33} \varphi_3 + \frac{8}{273} \varphi_5 + \frac{16}{3003} \varphi_7 \\ \xi_2 \rightarrow \Phi_5 &= \frac{1}{33} \varphi_1 + \frac{56}{1287} \varphi_3 \\ &\quad + \frac{16}{585} \varphi_5 + \frac{64}{7293} \varphi_7 + \frac{128}{109395} \varphi_9 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

mit

$$\varphi_n = (1 - \xi^2) P_n'(\xi) \frac{(\eta^2 - 1) Q_n'(\eta)}{(\eta_0^2 - 1) Q_n'(\eta_0)} \quad (20a)$$

Bilden wir jetzt

$$\psi_{2\text{hom}} = \sum_{n=1}^5 C_n \Phi_n \quad (21)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} 4C_1 &= \frac{c^2}{\eta_0^4} \left[\frac{1}{9} + \frac{4}{45} \eta_0^2 + \frac{71}{1050} \eta_0^4 + \frac{248}{4725} \eta_0^6 \right] - \frac{C^3}{\eta_0^7} \left[\frac{14}{891} + \frac{112}{5265} \eta_0^2 + \frac{1627526}{72747675} \eta_0^4 + \frac{148680104}{6844894875} \eta_0^6 \right] \\ 4C_2 &= -\frac{4c}{\eta_0} + \frac{c^2}{\eta_0^4} \left[\frac{5}{3} + \frac{14}{15} \eta_0^2 + \frac{9}{14} \eta_0^4 + \frac{22}{45} \eta_0^6 \right] - \frac{c^3}{\eta_0^7} \left[\frac{2}{99} + \frac{16}{429} \eta_0^2 + \frac{1067546}{24249225} \eta_0^4 + \frac{121292}{2607579} \eta_0^6 \right] \\ 4C_3 &= -\frac{4c}{\eta_0^3} + \frac{c^2}{\eta_0^6} \left[2 + \frac{11}{10} \eta_0^2 + \frac{26}{35} \eta_0^4 \right] + \frac{c^3}{\eta_0^{11}} \left[\frac{26}{14535} + \frac{1396}{205275} \eta_0^2 \right] \\ 4C_4 &= -\frac{4c}{\eta_0^5} + \frac{c^2}{\eta_0^8} \left[\frac{13}{6} + \frac{6}{5} \eta_0^2 \right] + \frac{c^3}{\eta_0^{11}} \left[\frac{2}{171} + \frac{172}{6555} \eta_0^2 \right] \\ 4C_5 &= -\frac{4c}{\eta_0^7} + \frac{c^2}{\eta_0^{10}} \frac{34}{15} + \frac{c^3}{\eta_0^{13}} \frac{4}{207} \end{aligned} \right\} \quad (21a)$$

so erfüllt $\psi_{2\text{inh}} + \psi_{2\text{hom}}$ die Randbedingung am Ellipsoid bis auf Glieder höherer Ordnung und verschwindet hinreichend stark im Unendlichen.

Ehe wir uns zur weiteren Diskussion der Lösung wenden, wollen wir jetzt zunächst zeigen, daß unsere Lösung für $\eta, \eta_0 \rightarrow \infty$ in die bekannte Lösung für die Umströmung der Kugel übergeht.

3. Grenzübergang zur Kugel.

Den Grenzübergang zur Kugel wollen wir so vollziehen, daß wir dabei die Einheitskugel erhalten. Dazu sind η und η_0 so gegen ∞ zu treiben, daß dabei

$$k \eta_0 = 1; k \eta = R$$

wird. Aus (10) erkennt man, daß

$$c \sim -\frac{3}{2} \eta_0^3$$

wird; dann wird in der Grenze

$$\frac{1}{2} k^2 \psi_1 = \frac{1}{2} R^2 (1 - \xi^2) \left(\frac{1}{R^3} - 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} - R^2 \right) \sin^2 \vartheta \quad \text{mit } \xi = \cos \vartheta \quad (22)$$

und

$$\frac{1}{2} k^2 \psi_{2\text{inh}} = \frac{1}{4} \left[-3 \frac{\xi^2 (1 - \xi^2)}{R} - \frac{9}{8} \frac{1 - \xi^2}{R^3} \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{3} \xi^2 \right) - \frac{27}{16} \frac{1 - \xi^2}{R^7} \left(\frac{14}{891} + \frac{2}{99} \xi^2 \right) \right]$$

Weiter gilt

$$\frac{1}{2} k^2 C_1 = \frac{5}{33}; \quad \frac{1}{2} k^2 C_2 = \frac{54}{11}; \quad C_3 = C_4 = C_5 = 0$$

$$\Phi_1 = \frac{1 - \xi^2}{R}; \quad \Phi_2 = \frac{1}{5} - \frac{1 - \xi^2}{R} + \frac{2}{15} \frac{1 - \xi^2}{R^3} P_3'(\xi)$$

$$= \frac{1}{5} \frac{1 - \xi^2}{R} + \frac{1}{5} \frac{1 - \xi^2}{R^3} (5\xi^2 - 1).$$

Somit

$$\frac{1}{2} k^2 \psi_{2\text{hom}} = \frac{1}{4} \left[\frac{5}{33} \frac{1 - \xi^2}{R} + \frac{54}{11} \frac{1 - \xi^2}{R} + \frac{54}{55} \frac{1 - \xi^2}{R^3} (5\xi^2 - 1) \right]$$

und

$$\frac{1}{2} k^2 \psi_2 = \frac{1}{2} k^2 (\psi_{2\text{inh}} + \psi_{2\text{hom}})$$

$$= -\frac{1 - \xi^2}{4} \left[\frac{2}{33 R^7} + \frac{2}{R^4} - \frac{216}{55 R^3} + \frac{28}{15 R} \right] + \frac{(1 - \xi^2)^2}{4} \left[\frac{3}{R} + \frac{15}{8 R^4} + \frac{3}{88 R^7} - \frac{54}{11 R^3} \right]$$

also mit $\xi = \cos \vartheta$

$$\frac{1}{2} k^2 \psi_2 = -\frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{1}{33 R^7} + \frac{1}{R^4} - \frac{108}{55 R^3} + \frac{14}{15 R} \right] \sin^2 \vartheta + \left[-\frac{3}{176 R^7} - \frac{15}{16 R^4} + \frac{27}{11 R^3} - \frac{3}{2 R} \right] \sin^4 \vartheta \right\} \quad (23)$$

Das ist gerade die von Lamla [1] angegebene Lösung, wenn man von dem Faktor $-\frac{1}{2}$ absieht, um den sich auf Grund der verschiedenen Definition der Stromfunktion beide Lösungen unterscheiden.

4. Berechnung der Größtgeschwindigkeit und der kritischen Mächzahl.

Die größte Geschwindigkeit überhaupt tritt an der Stelle

der größten Dicke der Kontur auf. Für diese Stelle gilt ($\xi = 0, \eta = \eta_0$)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = \left(\frac{1}{k^2 \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)} \quad (24)$$

Da nun

$$\frac{\psi}{U} = \frac{1}{2} k^2 (\psi_1 + M^2 \psi_2) \cdot \frac{q_\infty}{q_0}$$

und

$$v_z = -\frac{q_0}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

ist, so folgt

$$\left(\frac{v_z}{U} \right)_{\text{max}} = -\frac{1}{2} \frac{q_\infty}{\rho} \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} + M^2 \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi_2}{\partial \eta} \right\}_{(0, \eta_0)} \quad (25)$$

Weiter ist bis auf Terme in M^2 einschließlich

$$\frac{q_\infty}{q_0} = 1 - \frac{1}{2} M^2;$$

$$\frac{q_0}{\rho} = 1 + \frac{M^2}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right)^2 = 1 + \frac{M^2}{8} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)}^2 \quad (26)$$

also insgesamt

$$\left(\frac{v_z}{U} \right)_{\text{max}} = -\left(\frac{1}{2 \eta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)} - M^2 \times \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi_2}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)} + \left(\frac{1}{2 \eta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)} \left[\frac{1}{8} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)} - \frac{1}{2} \right] \right\} \quad (27)$$

Nun wird

$$\left(\frac{1}{2 \eta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)} = -1 + c \left[\frac{1}{2} \ln \frac{\eta_0 + 1}{\eta_0 - 1} - \frac{1}{\eta_0} \right];$$

$$c = -\frac{\eta_0^2 - 1}{\eta_0 - \frac{\eta_0^2 - 1}{2} \ln \frac{\eta_0 + 1}{\eta_0 - 1}} \quad (28)$$

$$\left(\frac{1}{2 \eta} \frac{\partial \psi_{2\text{inh}}}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)} = \frac{c^2}{\eta_0^6} \left[\frac{1}{18} + \frac{1}{15 \eta_0^2} + \frac{71}{1050 \eta_0^4} + \frac{62}{945 \eta_0^6} \right] - \frac{c^2}{\eta_0^6} \left[\frac{49}{3564} + \frac{14}{585 \eta_0^2} + \frac{813763}{26453700 \eta_0^4} + \frac{18585013}{526530375 \eta_0^6} \right] \quad (29)$$

$$\left(\frac{1}{2\eta} \frac{\partial \psi_{2\text{hom}}}{\partial \eta} \right)_{(0, \eta_0)} = \sum_{n=1}^5 C_n \Omega_n; \quad \omega_n = \frac{Q_n(\eta_0)}{(\eta_0^2 - 1) Q_n'(\eta_0)} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &= \frac{1}{4} \omega_1; \quad \Omega_2 = \frac{1}{20} \omega_1 - \frac{3}{10} \omega_3 \\ \Omega_3 &= \frac{3}{140} \omega_1 - \frac{1}{15} \omega_3 + \frac{5}{28} \omega_5 \\ \Omega_4 &= \frac{1}{84} \omega_1 - \frac{3}{22} \omega_3 + \frac{75}{364} \omega_5 - \frac{35}{429} \omega_7 \\ \Omega_5 &= \frac{1}{132} \omega_1 - \frac{14}{143} \omega_3 + \frac{5}{26} \omega_5 - \frac{980}{7293} \omega_7 + \frac{315}{9724} \omega_9 \end{aligned} \right\} (30a)$$

Diese Formeln wurden für die drei Achsenverhältnisse

$$\varepsilon = \frac{1}{3} \sqrt{8}; \quad \eta_0 = 3$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sqrt{3}; \quad \eta_0 = 2$$

$$\varepsilon = \frac{4}{5}; \quad \eta_0 = \frac{5}{3}$$

ausgewertet. In Zahlentafel 1 wurden auch noch die entsprechenden Werte für die Kugel ($\varepsilon = 1$) mit aufgenommen.

Da der von M^2 freie Term gerade die Maximalgeschwindigkeit der inkompressiblen Strömung darstellt, liefert der Klammerausdruck sofort das Verhältnis der maximalen Geschwindigkeiten der kompressiblen und der inkompressiblen Strömung.

Lamla (l. c.) hat durch Berechnung der höheren Terme der Janzen-Rayleigh-Reihe für die Kugel gezeigt, daß das zu M^2 proportionale Glied auch noch ganz in der Nähe der Grenzströmungsgeschwindigkeit — bei der an der Kontur die lokale Schallgeschwindigkeit erreicht wird und deren zugehörige Machzahl man die kritische nennt — ungefähr $\frac{2}{3}$ des Wertes $\left(\frac{V_{\text{kompr}}}{V_{\text{ink}}} \right)_{\text{max}}$ — 1 liefert. Nimmt man an, daß sich dicke

Ellipsoide in gleicher Weise verhalten wie die Kugel, so kann man aus dem ersten Rayleigh-Schritt allein bereits die kritische Machzahl mit völlig ausreichender Genauigkeit berechnen. Dazu hat man nur die Koeffizienten von M^2 in Zahlentafel 1 mit $3/2$ zu multiplizieren und dann die zugehörige kritische Machzahl zu bestimmen. Die so berechneten Werte von M_{krit} sind in Zahlentafel 2 als dritte Näherung eingetragen; als erste Näherung sind die aus der inkompressiblen Strömung, als zweite Näherung die aus dem ersten Rayleigh-Schritt ohne Korrektur sich ergebenden Werte bezeichnet. In Bild 1 endlich ist die kritische Machzahl über dem Dickenverhältnis ε aufgetragen. Das rechte ausgezogene Stück der Kurve von $\varepsilon = 0,8$ bis $\varepsilon = 1,0$ liefern die Werte der dritten Näherung aus Zahlentafel 2, das linke ausgezogene Stück von $\varepsilon = 0,0$ bis $\varepsilon = 0,3$ die Werte, die aus der Prandtl'schen Regel folgen, deren Aussagen in diesem Bereich als gesichert gelten können. Man sieht, daß beide Äste sich durch das gestrichelte Stück der Kurve gut aneinanderpassen lassen.

Zu beachten ist, daß sowohl in der Zahlentafel 2 wie in Bild 1 die technische Machzahl $Ma = \frac{U}{a_\infty}$ zugrunde gelegt ist, wobei a_∞ die der Anströmgeschwindigkeit U zugeordnete Schallgeschwindigkeit ist.

B. Anhang.

1. Berechnung von zwei Partikularintegralen.

Oben wurde bereits darauf hingewiesen, daß nur zwei Terme der rechten Seite von (11) durch systematisches

Zahlentafel 1.

η_0	ε	$\left(\frac{V_i}{U} \right)_{\text{max}}$
∞	1,00000	$1,50000 + M^2 0,31307 = 1,50000 (1 + M^2 0,20871)$
3	0,94281	$1,46577 + M^2 0,28038 = 1,46577 (1 + M^2 0,19129)$
2	0,86603	$1,42013 + M^2 0,24025 = 1,42013 (1 + M^2 0,16918)$
5/3	0,80000	$1,38120 + M^2 0,20961 = 1,38120 (1 + M^2 0,15176)$

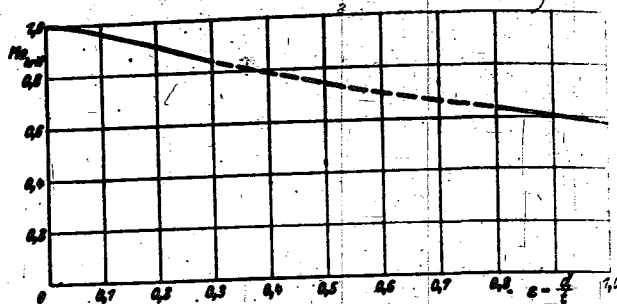


Bild 1. Die kritische Machzahl als Funktion des Dickenverhältnisses ε . Die ausgezogenen Stücke der Kurve sind nach Rayleigh bzw. nach Prandtl berechnet, das gestrichelte Stück durch Interpolation gewonnen.

Probieren nicht zu beseitigen waren. In diesem Abschnitt soll es sich nun darum handeln, auch noch diese beiden letzten Störterme zu beseitigen, also die folgende Differentialgleichung zu integrieren^{a)}

$$D \Phi \equiv (\eta^2 - 1) \Phi_{\eta\eta} + (1 - \xi^2) \Phi_{\xi\xi} = - \frac{4 \eta^2 (1 - \xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2) (\eta^2 - 1)} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} - \frac{8 \eta (1 - \xi^2)}{(\eta^2 - 1)^2 (\eta^2 - \xi^2)} \quad (1)$$

Wir suchen zunächst durch Reihenentwicklung der rechten Seite nach Potenzen von $\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1}$ eine Lösung in Form einer Reihe nach Potenzen von $1 - \xi^2$ zu finden, deren Koeffizienten Funktionen von η sind. Dabei ist es klar, daß diese Reihe offenbar nur, wenn überhaupt, für $\eta^2 > 2$ konvergieren kann. Wir werden aber dann diese Reihe summieren und so eine geschlossene Lösung bekommen, die auch in dem Bereich $1 \leq \eta^2 \leq 2$ gültig bleibt.

Führen wir die Entwicklung der rechten Seite von (1) durch, so erhalten wir ohne Schwierigkeit

$$D \Phi = 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(1 - \xi^2)^n}{(\eta^2 - 1)^{n+1}} \left[\eta^2 \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} + \frac{2 \eta}{\eta^2 - 1} \right] \quad (2)$$

Wird nun

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(\eta) (1 - \xi^2)^n \dots \dots \dots (3)$$

gesetzt, so wird

$$D \Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \{ (\eta^2 - 1) \Phi_n'' - 2n(2n-1) \Phi_n + 4n(n+1) \Phi_{n+1} \} \times (1 - \xi^2)^n \equiv \sum_{n=1}^{\infty} D_1 \Phi_n \cdot (1 - \xi^2)^n \quad (3a)$$

Durch Koeffizientenvergleich folgt

$$D_1 \Phi_n \equiv (\eta^2 - 1) \Phi_n'' - 2n(2n-1) \Phi_n + 4n(n+1) \Phi_{n+1} = 4(-1)^n \left\{ \frac{1}{(\eta^2 - 1)^n} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} + \frac{1}{(\eta^2 - 1)^{n+1}} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} + \frac{2 \eta}{(\eta^2 - 1)^{n+2}} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Für Φ_n machen wir den Ansatz

$$\Phi_n = A_n \frac{1}{(\eta^2 - 1)^n} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} + B_n \frac{\eta}{(\eta^2 - 1)^n} + C_n \frac{\eta}{(\eta^2 - 1)^{n+1}} \dots \dots \dots (5)$$

^{a)} Es genügt offenbar, ein Partikularintegral der inhomogenen Gleichung zu berechnen.

Zahlentafel 2. $Ma_{\text{krit}} = \frac{U_{\text{krit}}}{a_\infty}$

ε	1. Näherung	2. Näherung	3. Näherung
1,0000	0,632	0,589	0,573
0,9428	0,647	0,605	0,589
0,8660	0,669	0,628	0,612
0,8000	0,689	0,649	0,633

und erhalten nach Einsetzen und Ordnen

$$D_1 \Phi_n = \frac{4n A_n}{(\eta^2 - 1)^n} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} + \frac{4n(n+1)}{(\eta^2 - 1)^{n+1}} (A_n + A_{n+1}) \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} + \frac{4\eta}{(\eta^2 - 1)^{n+1}} [(2n+1) A_n + n(n+1)(B_n + B_{n+1}) + \frac{1}{2}(4n+1) C_n] + \frac{4\eta(n+1)}{(\eta^2 - 1)^{n+2}} [(n+2) C_n + n C_{n+1}] \quad (6)$$

Durch Koeffizientenvergleich mit (4) folgt

$$n A_n = (-1)^n; \quad n(n+1)(A_n + A_{n+1}) = (-1)^n \\ (2n+1) A_n + n(n+1)(B_n + B_{n+1}) + \frac{1}{2}(4n+1) C_n = 0 \\ (n+1)(n+2) C_n + n(n+1) C_{n+1} = (-1)^n \cdot 2 \quad (7)$$

Die zweite Gleichung der ersten Zeile ist eine Folge der ersten; die Lösung dieser beiden Gleichungen lautet also

$$A_n = \frac{(-1)^n}{n} \quad (8)$$

Das durch die vierte Gleichung repräsentierte unendliche Gleichungssystem ist ebenfalls von einfachem Bau und wird gelöst durch

$$C_n = (-1)^n \cdot 2n(n+1) \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} \quad (9)$$

wie man leicht durch Einsetzen bestätigt. Setzt man die Werte der A_n und C_n in die dritte Gleichung ein, so folgt für das letzte System

$$B_n + B_{n+1} = (-1)^{n+1} \left\{ \frac{2n+1}{\eta^2(n+1)} + (4n+1) \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} \right\}$$

Auch hier ist die Lösung nun ohne Schwierigkeit angebar zu

$$B_n = (-1)^{n+1} \sum_{m=n}^{\infty} \left\{ \frac{2m+1}{m^2(m+1)} + (4m+1) \sum_{v=m}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} \right\} \quad (10)$$

Da sämtliche Konstanten für $n \rightarrow \infty$ mindestens wie $\frac{1}{n}$ gegen Null gehen, ist nach bekannten Sätzen die Eindeutigkeit und Konvergenz der Lösungen unserer unendlichen Gleichungssysteme gesichert.

Somit lautet das gesuchte Partikularintegral von (1)

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n \frac{1}{(\eta^2 - 1)^n} \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} + B_n \frac{\eta}{(\eta^2 - 1)^n} + C_n \frac{\eta}{(\eta^2 - 1)^{n+1}} \right\} (1 - \xi^2)^n \quad (11)$$

mit den unter (8), (9) und (10) angegebenen Werten der A_n , B_n , C_n .

Die Reihe (11) konvergiert offenbar nur für $\eta^2 > 2$; um die Lösung auch in dem Bereich $1 \leq \eta^2 \leq 2$ zu erhalten, müssen wir summieren. Der erste Term ist sehr einfach und liefert⁵⁾

$$\ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \left(\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right)^n = - \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \ln \left(1 + \frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right) = + \ln \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \ln \frac{\eta^2 - 1}{\eta^2 - \xi^2} \quad (12)$$

Weiter wäre zu summieren

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \eta \left(\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right)^n \sum_{m=n}^{\infty} \frac{2m+1}{m^2(m+1)}$$

$$\text{Dazu beachten wir, daß wegen } \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

⁵⁾ In den unendlichen Reihen ist selbstverständlich $\eta^2 > 2$ bzw. $z < 1$ vorauszusetzen, während dagegen die geschlossenen Summenausdrücke jeweils im ganzen Bereich $\eta^2 \geq 1$ gültig sind.

$$\sum_{m=n}^{\infty} \frac{2m+1}{m^2(m+1)} = \sum_{m=n}^{\infty} \frac{1}{m(m+1)} + \sum_{m=n}^{\infty} \frac{1}{m^2} = \frac{1}{n} + \frac{\pi^2}{6} - \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{m^2}$$

Weiter gilt

$$\eta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right)^n = \eta \ln \frac{\eta^2 - \xi^2}{\eta^2 - 1};$$

$$\eta \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right)^n = \eta \frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - \xi^2}$$

und

$$\eta \sum_{n=1}^{\infty} \left[(-1)^n \left(\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right)^n \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{m^2} \right] = \eta \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right)^n \times \sum_{v=1}^{\infty} \frac{(-1)^{v+1}}{v^2} \left(\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right)^v = \eta \frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - \xi^2} \cdot 2 \int_{\eta}^{\infty} \ln \frac{v^2 - \xi^2}{v^2 - 1} \frac{v dv}{v^2 - 1}$$

da

$$\int_0^z \frac{\ln(1+z)}{z} dz = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{(-1)^{v+1}}{v^2} z^v \text{ für } |z| < 1 \quad (13)$$

Also erhalten wir als Summe der gesuchten Reihe

$$\eta \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sum_{m=n}^{\infty} \frac{2m+1}{m^2(m+1)} \left(\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \right)^n = \eta \ln \frac{\eta^2 - \xi^2}{\eta^2 - 1} + \frac{\pi^2}{6} \eta \frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - \xi^2} + \frac{2\eta(1 - \xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} \int_{\eta}^{\infty} \ln \frac{v^2 - \xi^2}{v^2 - 1} \frac{v dv}{v^2 - 1} \quad (14)$$

Um die Reihe mit den C_n zu summieren, schreiben wir ähnlich wie oben

$$C_n = (-1)^n \left\{ 2n+1 - \frac{\pi^2}{6} 2n(n+1) + 2n(n+1) \sum_{v=1}^n \frac{1}{v^2} \right\} \quad (14a)$$

Setzen wir wieder zur Abkürzung $\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1} = z$; $|z| < 1$, so ist zu summieren

$$F = \frac{\eta}{\eta^2 - 1} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n z^n \left\{ 2n+1 - \frac{\pi^2}{6} 2n(n+1) + 2n(n+1) \sum_{v=1}^n \frac{1}{v^2} \right\} \quad (15)$$

Um hier den dritten Term zu vereinfachen, beachten wir, daß der folgende Ausdruck

$$\sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v v(v-1) z^v \cdot \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^{\lambda} \frac{z^{\lambda}}{\lambda^2} + \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v (2v-1) z^v \times \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^{\lambda} \frac{z^{\lambda}}{\lambda} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n z^{n+1}$$

mit $v + \lambda = n + 1$ sich schreiben läßt

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} z^{n+1} \left[\sum_{v=1}^n \left(\frac{v(v-1)}{(n-v+1)^2} + \frac{2v-1}{n-v+1} \right) + n \right] = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} z^{n+1} \left[\sum_{v=1}^n \frac{n+2n(v-1) + (v-1)^2}{(n-v+1)^2} + \sum_{v=1}^n \frac{(n-v+1)^2}{(n-v+1)^2} \right] = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} z^{n+1} (n(n+1) \sum_{v=1}^n \frac{1}{v^2}) = -z \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (z^n n(n+1) \sum_{v=1}^n \frac{1}{v^2})$$

Folglich kann man (15) schreiben

$$F = \frac{\eta}{\eta^2 - 1} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n z^n \left[4n + 1 - \frac{\pi^2}{3} n(n+1) \right] + 2n(n+1) \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^\lambda \frac{z^\lambda}{\lambda^2} \right\} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (4n+2) z^n \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^\lambda \frac{z^\lambda}{\lambda}, \quad (16)$$

worin

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1) z^n &= \frac{1-z}{(1+z)^2}; \\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (4n+1) z^n &= -\frac{5z}{1+z} + \frac{4z^2}{(1+z)^2}; \\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n(n+1) z^n &= -\frac{2z}{(1+z)^3}; \\ \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^\lambda \frac{z^\lambda}{\lambda^2} &= -2 \int_0^1 \ln \frac{v^2 - \xi^2}{v^2 - 1} \cdot \frac{v dv}{v^2 - 1}; \\ \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^\lambda \frac{z^\lambda}{\lambda} &= -\ln \frac{\eta^2 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Jetzt bleibt nur noch die Summation des zweiten Anteils der B_n :

$$B_n = (-1)^{n+1} \sum_{m=n}^{\infty} (4m+1) \sum_{v=m}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} = (-1)^{n+1} \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} \cdot \sum_{m=n}^v (4m+1) \quad (18)$$

Da $\sum_{m=n}^v (4m+1) = 2v(v+1) - 2n(n-1) + v+1 - n = 2v(v+1) - 2n(n+1) + 3n + v+1$ ist, wird (18)

$$B_n = (-1)^{n+1} \left\{ 2 \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)(v+2)} + \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)(v+2)} + 3n \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} - 2n(n+1) \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} \right\}$$

oder wegen (9) und (14a)

$$B_n = (-1)^{n+1} \left\{ \frac{2}{n+1} + \frac{1}{2n(n+1)} + 3n \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} \right\} + C_n = (-1)^{n+1} \left\{ \frac{3}{2(n+1)} + \frac{1}{2n} + 3n \sum_{v=n}^{\infty} \frac{1}{v(v+1)^2(v+2)} \right\} + C_n = (-1)^{n+1} \left\{ 3 + \frac{1}{2n} - \frac{n\pi^2}{2} + 3n \sum_{v=1}^n \frac{1}{v^2} \right\} + C_n \quad (19)$$

Ähnlich wie bei der Summation der C_n läßt sich schreiben

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n \sum_{v=1}^n \frac{1}{v^2} z^n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n z^n \times \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^\lambda \frac{z^\lambda}{\lambda^2} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} z^n \cdot \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^\lambda \frac{z^\lambda}{\lambda}$$

so daß mit den unter (17) angegebenen Summenformeln die Summation geschlossen durchführbar ist.

Setzt man alles oben ein, so erhält man zunächst als Koeffizient von $\frac{\pi^2}{6}$ den Ausdruck

$$\frac{3\eta(1-\xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} + \frac{4\eta^3(1-\xi^2)(\eta^2-1)}{(\eta^2 - \xi^2)^3} - \frac{3\eta(1-\xi^2)(\eta^2-1)}{(\eta^2 - \xi^2)^2}$$

Der erste Term, bis auf den Faktor 3, ist die als H_1 bezeichnete homogene Lösung, die beiden anderen Termen lassen sich schreiben als

$$\left\{ \frac{\eta^2 - 1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(\frac{\eta(1-\xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} \right) \right\} = \frac{1}{2} H_2.$$

Somit ist der Koeffizient von $\frac{\pi^2}{6}$ eine Lösung der homogenen Gleichung, kann also fortgelassen werden. Dies Resultat ist eine gute Kontrolle für die richtige Ausführung der Summation, da ein mit $\frac{\pi^2}{6}$ multipliziertes Glied in dem Integral der inhomogenen Gleichung unmöglich wesentlich auftreten kann. Endgültig erhält man dann unter Fortlassung weiterer homogener Lösungen

$$\Phi_1 = \ln \frac{\eta^2 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \left(\eta - \ln \frac{\eta+1}{\eta-1} \right) + 2\eta \frac{1-\xi^2}{\eta^2 - \xi^2} \int_0^1 \ln \frac{v^2 - \xi^2}{v^2 - 1} \cdot \frac{v dv}{v^2 - 1};$$

$$D\Phi_1 = -\frac{4\eta^2(1-\xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)(\eta^2 - 1)} \ln \frac{\eta+1}{\eta-1} \quad (20)$$

$$\Phi_2 = \int_0^1 \ln \frac{v^2 - \xi^2}{v^2 - 1} \cdot \frac{v dv}{v^2 - 1} \left\{ -\frac{6\eta(1-\xi^2)(\eta^2-1)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} + \frac{8\eta^3(1-\xi^2)(\eta^2-1)}{(\eta^2 - \xi^2)^3} \right\} + \ln \frac{\eta^2 - \xi^2}{\eta^2 - 1} \left[\frac{3}{2} \eta - \frac{2\eta}{\eta^2 - \xi^2} \right]$$

$$- \frac{\eta(1-\xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} + \frac{4\eta^3(1-\xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^2} - \frac{4\eta^3(1-\xi^2)}{(\eta^2 - \xi^2)^3} \cdot \frac{\eta(1-\xi^2)}{(\eta^2 - 1)(\eta^2 - \xi^2)};$$

$$D\Phi_2 = -\frac{8\eta(1-\xi^2)}{(\eta^2 - 1)^2(\eta^2 - \xi^2)} \quad (21)$$

ein Resultat, das man durch direktes Einsetzen bestätigt.

2. Die Funktionen H_i .

Oben wurde bereits darauf hingewiesen, daß durch die beiden Operatoren

$$(\eta^2 - 1) \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \quad \text{und} \quad (1 - \xi^2) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}$$

aus jeder Lösung der homogenen Gleichung wiederum eine Lösung der homogenen Gleichung entsteht. Aus der homogenen Lösung

$$H_1 = \frac{\eta(1-\xi^2)}{\eta^2 - \xi^2}$$

kann man also auf diese Weise durch wiederholte Anwendung dieser beiden Operatoren beliebig viele neue Lösungen der homogenen Gleichung gewinnen. Es würde aber einen sehr erheblichen Arbeitsaufwand erfordern, auch nur eine geringe Zahl dieser Funktionen explizit zu berechnen. Um die Stromfunktion von der Kugel benachbarten Ellipsoiden zu erhalten, genügt es aber, die Entwicklung dieser Funktionen nach fallenden Potenzen von η zu kennen, bei dem hier gewünschten Grade der Annäherung bis auf Glieder in η^{-13} einschließlich. Dabei ist es zweckmäßig, nicht die ursprünglich definierten Funktionen

$$H_i = D^i H_1; \quad D \equiv (\eta^2 - 1) \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$$

zu berechnen, sondern gewisse Linearkombinationen dieser Funktionen

$$H_i^* = \sum_{k=1}^i c_{ik} H_k,$$

wobei die c_{ik} so zu wählen sind, daß H_i^* mit dem Gliede proportional $\eta^{-(2i-1)}$ beginnt. Das hat den Vorteil, daß dann der Koeffizient von $\eta^{-(2i-1)}$ bis auf einen Zahlenfaktor gleich $(1 - \xi^2) P_{2i-1}'(\xi)$ wird, man also so eine gute Rechenkontrolle erhält.

Auf diese Weise erhält man bis auf Glieder in η^{-13}

$$\begin{aligned}
H_1^* &= \frac{1-\xi^2}{\eta} \left\{ 1 + \frac{\xi^2}{\eta^2} + \frac{\xi^4}{\eta^4} + \frac{\xi^6}{\eta^6} + \frac{\xi^8}{\eta^8} + \frac{\xi^{10}}{\eta^{10}} + \frac{\xi^{12}}{\eta^{12}} \right\} \\
H_2^* &= \frac{1-\xi^2}{\eta^3} \left\{ [5\xi^2 - 1] + \frac{1}{\eta^2} [14\xi^4 - 6\xi^2] + \frac{1}{\eta^4} [27\xi^6 - 15\xi^4] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\eta^6} [44\xi^8 - 28\xi^6] + \frac{1}{\eta^8} [65\xi^{10} - 45\xi^8] + \frac{1}{\eta^{10}} [90\xi^{12} - 66\xi^{10}] \right\} \\
H_3^* &= \frac{1-\xi^2}{\eta^5} \left\{ [21\xi^4 - 14\xi^2 + 1] + \frac{1}{\eta^2} [99\xi^6 - 90\xi^4 + 15\xi^2] + \frac{1}{\eta^4} [286\xi^8 - 308\xi^6 + 70\xi^4] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\eta^6} [650\xi^{10} - 780\xi^8 + 210\xi^6] + \frac{1}{\eta^8} [1275\xi^{12} - 1650\xi^{10} + 495\xi^8] \right\} \\
H_4^* &= \frac{1-\xi^2}{\eta^7} \left\{ [429\xi^6 - 495\xi^4 + 135\xi^2 - 5] + \frac{1}{\eta^2} [2860\xi^8 - 4004\xi^6 + 1540\xi^4 - 140\xi^2] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\eta^4} [11050\xi^{10} - 17550\xi^8 + 8190\xi^6 - 1050\xi^4] + \frac{1}{\eta^6} [32300\xi^{12} - 56100\xi^{10} + 29700\xi^8 - 4620\xi^6] \right\} \\
H_5^* &= \frac{1-\xi^2}{\eta^9} \left\{ [2431\xi^8 - 4004\xi^6 + 2002\xi^4 - 308\xi^2 + 7] + \frac{1}{\eta^2} [20995\xi^{10} - 39780\xi^8 + 24570\xi^6 - 5460\xi^4 + 315\xi^2] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\eta^4} [101745\xi^{12} - 213180\xi^{10} + 151470\xi^8 - 41580\xi^6 + 3465\xi^4] \right\} \\
H_6^* &= \frac{1-\xi^2}{\eta^{11}} \left\{ [29393\xi^{10} - 62985\xi^8 + 46410\xi^6 - 13650\xi^4 + 1365\xi^2 - 21] \right. \\
&\quad \left. + \frac{6}{\eta^2} [52003\xi^{12} - 124355\xi^{10} + 106590\xi^8 - 39270\xi^6 + 5775\xi^4 - 231\xi^2] \right\} \\
H_7^* &= \frac{1-\xi^2}{\eta^{13}} \left\{ [300075\xi^{12} - 3432198\xi^{10} + 3357585\xi^8 - 1492260\xi^6 + 295525\xi^4 - 20790\xi^2 + 231] \right\}
\end{aligned} \quad (22)$$

3. Bemerkung zur homogenen Lösung.

Bei den in A, (14) auftretenden mit c und c^2 multiplizierten Gliedern kann man leicht die zugehörigen homogenen Lösungen geschlossen angeben. Da bei der Berechnung der Geschwindigkeit diese Terme gegenüber den mit c^2 multiplizierten den Hauptbeitrag liefern, wird es zweckmäßig sein, bei $\epsilon < 0,8$ auf diese vollständige Lösung zurückzugreifen und die Reihenentwicklung nach fallenden Potenzen von η nur bei dem mit c^2 multiplizierten Gliede beizubehalten.

Außer den beiden einfachen Lösungen der homogenen Gleichung

$$(1-\xi^2) \left[\eta - \frac{1}{2} (\eta^2 - 1) \ln \frac{\eta+1}{\eta-1} \right] \text{ und } \eta \frac{1-\xi^2}{\eta^2 - \xi^2}$$

benötigt man dazu nur noch die für $\eta \geq \eta_0$ gleichmäßig konvergente Reihenentwicklung

$$-2(1-\xi^2) \frac{\eta^2 - 1}{\eta_0^2 - 1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n+3}{(2n+1)(2n+2)} \frac{Q_{2n+1}(\eta_0)}{Q'_{2n+1}(\eta_0)} P'_{2n+1}(\xi) Q'_{2n+1}(\eta)$$

die für $\eta = \eta_0$ in die Funktion $\ln \frac{\eta_0^2 - \xi^2}{\eta_0^2 - 1}$ übergeht. Es läßt sich darüber hinaus auch noch leicht zeigen, daß auch die Ableitungen dieser Reihe nach η wiederum gleichmäßig für $\eta \geq \eta_0$ konvergieren. Bezeichnen wir den Teil der Lösung der homogenen Gleichung, der zu den Gliedern proportional c bzw. c^2 des Partikularintegrals der inhomogenen Gl. A, (11) hinzugefügt werden muß, um die Randbedingung für diese Terme zu erfüllen mit $\psi_2^* \text{hom}$, so bekommen wir dafür

$$\begin{aligned}
\psi_2^* \text{hom} &= \frac{c^2}{4} \frac{(1-\xi^2)(\eta^2-1)}{\eta_0^2-1} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{\eta+1}{\eta-1} - \frac{\eta}{\eta^2-1} \right] \left\{ -4\eta_0 - 6c + 2c\eta_0 \ln \frac{\eta_0+1}{\eta_0-1} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} c (\eta_0^2 - 1) \ln^2 \frac{\eta_0+1}{\eta_0-1} \right\} - \frac{c}{4} \frac{\eta(1-\xi^2)}{\eta^2 - \xi^2} \left\{ 4\eta_0^2 - 4c\eta_0 \left[\eta_0 \ln \frac{\eta_0+1}{\eta_0-1} - 2 \right] \right\} - \\
&\quad - c^2 \frac{(1-\xi^2)(\eta^2-1)}{\eta_0^2-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n+3}{(2n+1)(2n+2)} \frac{Q_{2n+1}(\eta_0)}{Q'_{2n+1}(\eta_0)} P'_{2n+1}(\xi) Q'_{2n+1}(\eta) \quad (23)
\end{aligned}$$

C. Zusammenfassung.

Nach der Methode von Janzen-Rayleigh wird die kompressible Strömung um nicht-angestellte Rotationsellipsoide in erster Näherung berechnet und durch eine Korrektur der Maximalgeschwindigkeit die kritische Machzahl im Bereich der Dickenverhältnisse von 0,8 bis 1,0 bestimmt. Durch Hinzunahme der aus der Prandtlischen Regel für schlanke Ellipsoide folgenden Werte der kritischen Machzahl gelingt es, die kritische Machzahl für alle Dickenverhältnisse mit praktisch ausreichender Genauigkeit in Form eines Diagramms darzustellen.

D. Schrifttum.

- [1] E. Lamla, Die symmetrische Potentialströmung eines kompressiblen Gases um einen Kreiszylinder usw. Jahrbuch 1939 der deutschen Luftfahrtforschung I 165 ff.

Weitere Untersuchungen über die Auftriebsverteilung am Tragflügel in inhomogener Strömung*).

Von W. Jacobs.

Bericht des Aerodynamischen Institutes der Technischen Hochschule Braunschweig.

Im Anschluß an eine frühere Arbeit [9] werden im folgenden noch einige weitere Fälle des Tragflügels bei inhomogener Strömung untersucht. Es werden für die gewählten, in Richtung der Spannweite inhomogenen Anströmungen aus Druckverteilungsmessungen die Auftriebsverteilungen bestimmt und mit theoretischen Rechnungen nach der Methode von Vandy ver-
glichen.

Gliederung.

- I. Einleitung.
- II. Experimenteller Teil.
 - a) Versuchsanordnung.
 - b) Versuchsergebnisse.
- III. Theoretische Ergebnisse und ihr Vergleich mit der Messung.
- IV. Zusammenfassung.
- V. Schrifttum.

I. Einleitung.

Da es für die Praxis von erheblicher Bedeutung ist, die Auftriebsverteilung am Tragflügel in inhomogener Anströmung zu kennen — denn normalerweise befindet sich der Flügel bzw. das Leitwerk in gestörter Strömung — wurden in einer früheren Arbeit [9] systematische Untersuchungen für eine große Zahl von inhomogenen Anströmungen gemacht. Es hatte sich als zweckmäßig erwiesen, das Problem so aufzuteilen, daß einmal nur Ungleichförmigkeiten in Richtung der Hochachse und zum anderen nur solche in Richtung der Querachse betrachtet wurden. Während der erste Fall sowohl theoretisch als auch experimentell mehrfach von P. Ruden [1, 2] behandelt worden war, haben wir einen Beitrag zu dem zweiten Problem geliefert, wobei sich der Tragflügel in einem nur in Richtung der Querachse veränderlichen Geschwindigkeitsfeld befand [9].

An drei verschiedenen Flügeln wurden bei verschiedenen inhomogenen Anströmungen — es wurden Geschwindigkeitsprofile mit abgegrenzten Über- und Untergeschwindigkeiten gewählt — Dreikomponenten- und Druckverteilungsmessungen ausgeführt. Sie gaben Aufschluß über Auftrieb, Widerstand, Druckpunktlage und Neutralpunktlage bei inhomogener Strömung. Ein Vergleich zwischen diesen Messungen und theoretisch erhaltenen Auftriebsverteilungen nach der Methode von Vandy [5] zeigte recht gute Übereinstimmung. Mit den hierbei gewählten inhomogenen Geschwindigkeitsprofilen waren natürlich noch nicht alle praktisch auftretenden Fälle behandelt, und es bestand der Wunsch, noch weitere Untersuchungen anzustellen. Es wurden anschließend noch drei besonders interessierende Fälle betrachtet, die im folgenden kurz mitgeteilt werden sollen. Es soll hierbei nur die Auftriebsverteilung näher untersucht werden.

Im folgenden werden die Bezeichnungen nach dem Normblatt DIN L 100 verwendet.

II. Experimenteller Teil.

a) Versuchsanordnung.

Die Versuche wurden ausgeführt im Windkanal des Aerodynamischen Instituts der Technischen Hochschule Braunschweig (Strahldurchmesser 1,2 m). Als Versuchs-

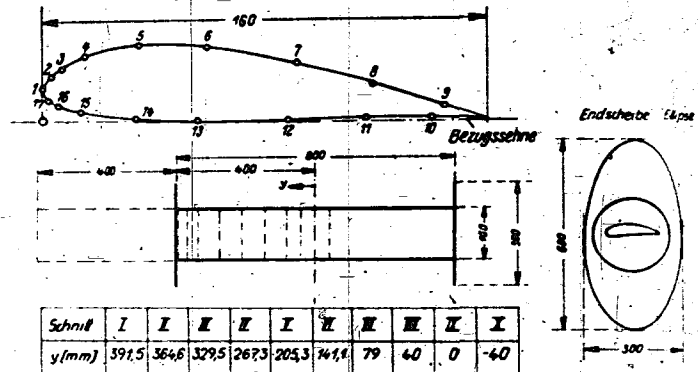


Bild 1. Skizze des Flügels, Lage der Meßschnitte und Druckanbohrungen.

Rechteckflügel: Gö 420 mit Druckmeßstellen.

modell wurde der bereits früher benutzte Rechteckflügel Gö 420 gewählt, der mit Druckanbohrungen in neun Schnitten über der Halbspannweite versehen war. Er hatte das Seitenverhältnis 5. Die Flügelabmessungen und die Lage der Druckmeßstellen sind aus Bild 1 zu ersehen. Sämtliche Anbohrungen gleichen Abstandes von der Vorderkante waren miteinander durch je ein Röhrchen verbunden, das seitwärts herausgeführt wurde. Insgesamt waren entsprechend der Zahl der Anbohrungen über dem Profil 17 Leitungen herausgeführt. In einem Führungsrohr, das an dem Flügel befestigt war, wurden die Röhrchen weitergeleitet, so daß der Druck außerhalb des Kanals an ein Vielfachmanometer angeschlossen werden konnte.

Es sollten nun folgende drei Fälle von inhomogenen Anströmungsgeschwindigkeiten untersucht werden:

- A. Geschwindigkeitssprung in Flügelmitte bei ebener Umströmung (Flügel mit Endscheiben), Bild 4.
- B. Geschwindigkeitsberg auf einer Flügelhälfte, in Analogie zu einem zweimotorigen Flugzeug mit einem ausgefallenen Motor, bei räumlicher Umströmung, Bild 5 u. 6 (Flügel ohne Endscheiben).
- C. Linearer Geschwindigkeitsanstieg längs der Spannweite des Flügels (Flügel mit Endscheiben), Bild 7.

Die inhomogenen Geschwindigkeitsverteilungen wurden erzeugt durch Abdecken eines Teiles der Kanaldüse mit Drahtsieben von verschiedener Maschenweite und Drahtstärke, die längs der Spannweite mit verschiedener Dichte übereinandergelagert wurden. Im Fall C wurden die Übergänge durch Herauslösen einiger Drähte abgeschwächt, so daß der erstrebte lineare Geschwindigkeitsanstieg längs der Spannweite mit guter Annäherung erreicht wurde.

Für die Messung der Druckverteilung am Flügel bei Anordnung B wurde die übliche Aufhängung an der Waage gewählt. Da die Anbohrungen nur auf einer Flügelhälfte angebracht sind, mußte für die Messung auf der anderen Hälfte der Flügel umgekehrt aufgehängt werden, wobei darauf geachtet wurde, daß genau der gleiche Anstellwinkel eingestellt war. Eine gute Kontrollmöglichkeit war dadurch gegeben, daß Meßschnitt X (s. Bild 1) am Flügel symme-

* P 31 11.

trisch zu Meßschnitt VIII liegt. Es mußte also die Druckmessung von Meßschnitt X nach Umkehr des Flügels mit Meßschnitt VIII übereinstimmen. Dies traf mit guter Genauigkeit zu. Als Anstellwinkel wurden die unkorrigierten geometrischen Anstellwinkel α' angegeben.

Für die Anordnungen A und C mußte ein anderer Versuchsaufbau gewählt werden. Wir wollten bei Anordnung A die Auftriebsänderung bei sprunghaft sich ändernder Geschwindigkeitsverteilung untersuchen. Hierzu war in dem Übergangsgebiet eine ziemlich dichte Folge von Meßschnitten nötig. Da bei dem Flügel gerade in dem mittleren Gebiet, in dem sich die Sprungstelle befand, die Meßschnitte ziemlich weit auseinanderlagen, mußte eine andere Anordnung geschaffen werden, die eine kontinuierliche Verschiebung des Flügels in Spannweitenrichtung erlaubte. Es wurde daher ein Bock gebaut, an dem die Endscheiben festgeschraubt waren. Innerhalb der Endscheiben war ein Kreisstück herausgeschnitten, das durch eine Ringführung gelagert war. In dieser Kreisscheibe war das Profil des Flügels herausgearbeitet, so daß der Flügel hindurchgesteckt werden konnte. Damit ein genügend großer Verschiebe-

bereich gegeben war, wurde der Flügel durch ein Ansatzstück aus Holz um die halbe Spannweite verlängert (Bild 1). Der Anstellwinkel mußte mit einer Feinwasserwaage eingestellt werden. Eine Klemmschraube sorgte für Beibehaltung des Winkels. Bei der Durchführung der Messungen wurden alle Meßschnitte bis auf den zu messenden durch dünne Zellophanstreifen verklebt.

b) Versuchsergebnisse.

Vor Beginn der Messungen in inhomogener Strömung wurde zunächst in homogener Strömung mit dem Flügel Gö 420 eine Dreikomponentenmessung (ohne Endscheiben) durchgeführt, Bild 2, 3. Weiterhin wurde hierfür bei den Anstellwinkeln $\alpha' = +5^\circ$ und $\alpha' = -5^\circ$ eine Druckverteilungsmessung vorgenommen. Für alle weiteren Messungen wurden dieselben Anstellwinkel gewählt. Im Falle des Flügels mit Endscheiben wurde noch geprüft, ob mit hinreichender Genauigkeit ebene Verhältnisse vorlagen. Dies

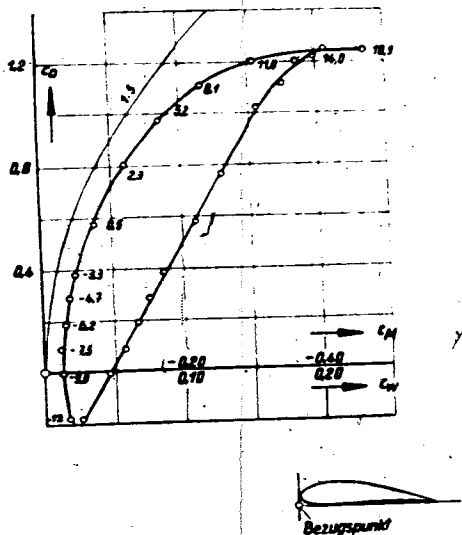


Bild 2. Polare und Momentenkurve des Flügels. Recteckflügel Gö 420.

Bezugsgrößen:
 $b = 0,800 \text{ m}$
 $l = 0,160 \text{ m}$
 $F = 0,128 \text{ m}^2$
 $b^3/F = 5,0$

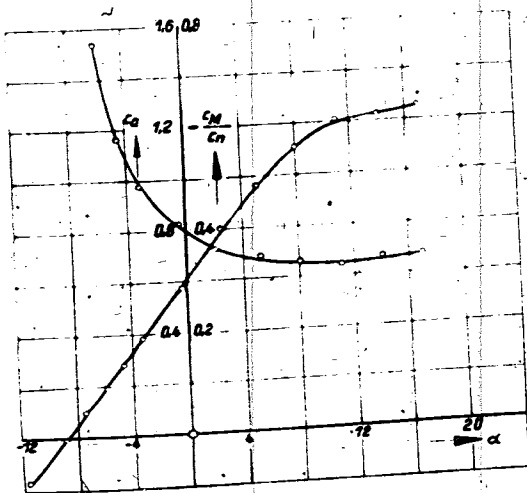


Bild 3. Auftriebsbeiwert und Druckpunktlage des Flügels in Abhängigkeit von α . Recteckflügel Gö 420.

Bezugsgrößen:
 $b = 0,800 \text{ m}$
 $l = 0,160 \text{ m}$
 $F = 0,128 \text{ m}^2$
 $b^3/F = 5,0$

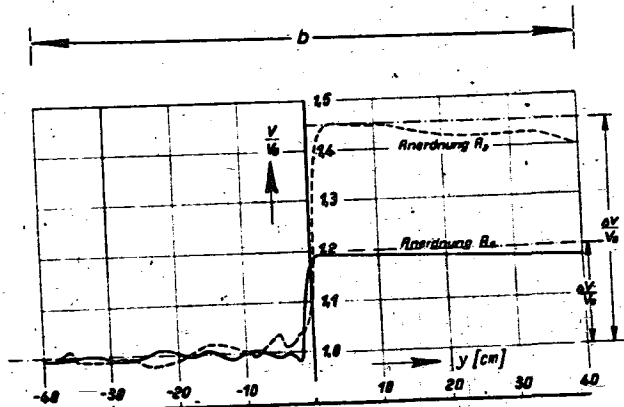


Bild 4. Anströmgeschwindigkeit von Anordnung A.

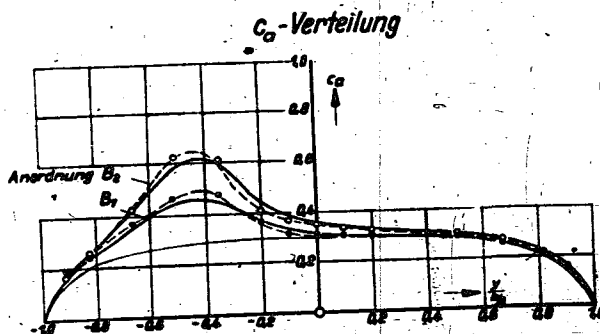
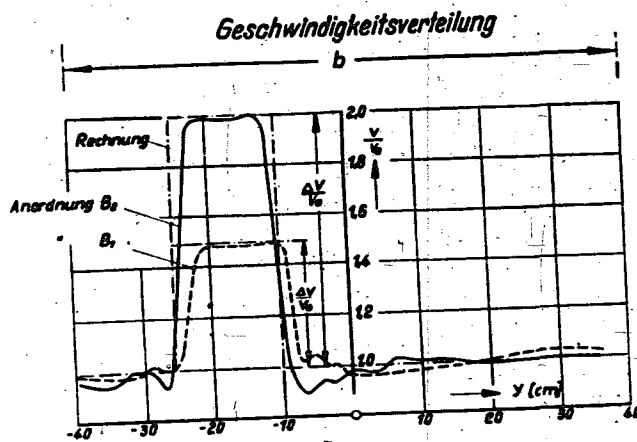


Bild 5. Anströmgeschwindigkeit und Auftriebsverteilung von Anordnung B ($\alpha' = -5^\circ$).

Recteckflügel Gö 420.
 $b = 0,800 \text{ m}$ $l = 0,160 \text{ m}$
 $\Lambda = 5^\circ$ $\alpha' = -5,20^\circ$
 — Homogene Strömung $\bar{c}_a = 0,257$
 — Inhomogene Strömung (Messung) $\bar{c}_a = 0,302$
 (Rechnung) $\bar{c}_a = 0,302$

Zahlentafel 1. Auftriebsbeiwerte für Anordnung A₁ (bezogen auf den Staudruck q_0 der ungestörten Strömung).

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 0,19; \quad V_0 = 35 \text{ m/s.}$$

Meßwerte:

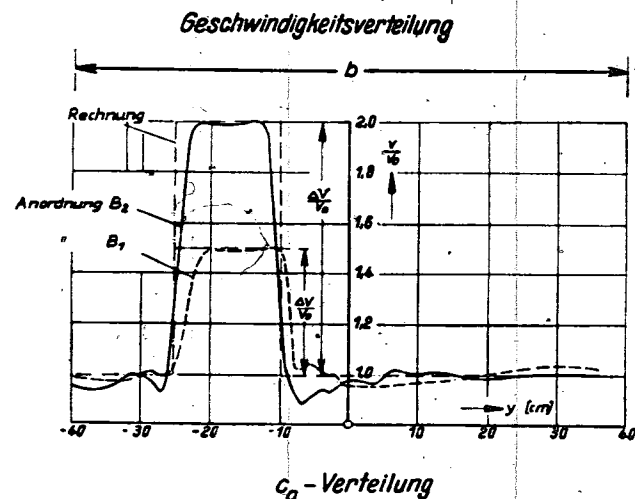
$$\alpha' = -5^\circ; \quad c_{a0} = 0,280.$$

$$\alpha' = +5^\circ; \quad c_{a0} = 1,0.$$

y [cm]	c_a	Δc_a	$\frac{\Delta c_a}{c_{a0} \cdot \frac{\Delta V}{V_0}}$	y [cm]	c_a	Δc_a	$\frac{\Delta c_a}{c_{a0} \cdot \frac{\Delta V}{V_0}}$	c_a
-21	0,289	0,009	0,16	-20	1,032	0,032	0,16	0,315
-16	0,290	0,0106	0,19	-15	1,044	0,044	0,22	0,308
-14	0,291	0,0118	0,21	-10	1,064	0,064	0,32	0,308
-12	0,295	0,0151	0,27	-5	1,092	0,092	0,46	0,308
-10	0,296	0,0168	0,30	-2	1,150	0,150	0,75	0,299
-8	0,299	0,0196	0,35	0	1,208	0,208	1,04	0,309
-6	0,304	0,0246	0,44	+2	1,258	0,258	1,29	0,307
-5	0,306	0,0269	0,48	+5	1,306	0,306	1,53	0,316
-2	0,319	0,0398	0,71	+10	1,340	0,340	1,70	0,323
0	0,334	0,0548	0,98	+15	1,362	0,362	1,81	0,324
+2	0,346	0,0666	1,19	+20	1,366	0,366	1,83	0,316
+4	0,359	0,0790	1,41					
+9	0,373	0,0930	1,66					
+14	0,379	0,0990	1,77					
+19	0,383	0,1035	1,87					

traf mit guter Genauigkeit zu. Hiernach wurde mit den Messungen begonnen. Die untersuchten Geschwindigkeitsprofile für die gewählten Anordnungen zeigen Bild 4, 5, 6, 7.

Anordnung A: Es soll hier für den ebenen Fall die Auftriebsänderung bei einem Sprung der Geschwindigkeit in Flügelmitte untersucht werden, Bild 4. Ein ganz scharfer Sprung läßt sich naturgemäß infolge der turbulenten Mischzone nicht herstellen, da sich der Flügel ungefähr 80 cm hinter dem Drahtsieb befindet. Die Breite dieses Überganges ist aber so klein, daß sie praktisch für unsere Untersuchungen

**Bild 6.** Anströmgeschwindigkeit und Auftriebsverteilung von Anordnung B ($\alpha' = +5^\circ$).

Rechteckflügel GÖ 420.

 $b = 0,800 \text{ m}$ $l = 0,160 \text{ m}$ $\alpha' = 5^\circ$ $c_{a0} = 5,20$ $\bar{c}_a = 0,891$

(Messung)

(Rechnung)

 $\bar{c}_a = 1,15$ $\bar{c}_a = 1,15$ **Zahlentafel 2.** Auftriebsbeiwerte für Anordnung A₂ (bezogen auf den Staudruck q_0 der ungestörten Strömung).

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 0,45; \quad V_0 = 26 \text{ m/s.}$$

Meßwerte:

$$\alpha' = -5^\circ; \quad c_{a0} = 0,280.$$

$$\alpha' = +5^\circ; \quad c_{a0} = 1,0.$$

y [cm]	c_a	Δc_a	$\frac{\Delta c_a}{c_{a0} \cdot \frac{\Delta V}{V_0}}$	y [cm]	c_a	Δc_a	$\frac{\Delta c_a}{c_{a0} \cdot \frac{\Delta V}{V_0}}$	c_a
-31	0,297	0,0176	0,140	-32	1,0585	0,0585	0,130	0,333
-21	0,304	0,0240	0,190	-22	1,0720	0,0720	0,160	0,328
-16	0,310	0,0302	0,240	-17	1,0990	0,0990	0,220	0,319
-11	0,320	0,040	0,320	-12	1,131	0,131	0,290	0,329
-5	0,346	0,066	0,525	-8	1,194	0,194	0,430	0,302
-3	0,358	0,078	0,620	-6	1,225	0,225	0,500	0,317
-1	0,378	0,098	0,780	-4	1,279	0,279	0,620	0,321
0	0,398	0,118	0,940	-2	1,345	0,345	0,766	0,318
+1	0,420	0,140	1,110	-1	1,383	0,383	0,850	0,309
+3	0,444	0,164	1,300	0	1,455	0,455	1,010	0,309
+5	0,465	0,185	1,470	+1	1,513	0,513	1,140	0,309
+9	0,484	0,204	1,620	+2	1,574	0,574	1,275	0,309
+14	0,496	0,216	1,720	+4	1,652	0,652	1,450	0,305
+19	0,506	0,226	1,790	+8	1,734	0,734	1,630	0,310
+29	0,509	0,229	1,820	+13	1,800	0,800	1,780	0,319
				+18	1,820	0,820	1,820	0,314
				+28	1,840	0,840	1,870	0,309

bedeutungslos ist. Die Größe des Sprunges wurde geändert, und zwar wurden gewählt:

$$\text{Anordnung A}_1: \frac{\Delta V}{V_0} = 0,19; \quad V_0 = 35 \text{ m/s}$$

$$\text{» A}_2: \frac{\Delta V}{V_0} = 0,45; \quad V_0 = 26 \text{ m/s}$$

V_0 stellt hierbei die Grundgeschwindigkeit dar, auf die auch c_a bezogen ist. Die aus den Druckverteilungsmessungen erhaltenen Auftriebsverteilungen zeigt Bild 8 (Zahlentafel 1, 2). Es ist hier Δc_a längs der Spannweite aufgetragen worden. Wir sehen, daß in der Auftriebsverteilung kein Sprung stattfindet, wie in der Geschwindigkeitsverteilung, sondern daß das Übergangsgebiet ziemlich weit auseinandergezogen ist.

Für Anordnung A wurde noch untersucht, ob die Inhomogenität auf die Druckpunktlage Einfluß hat. Wie Bild 10 (Zahlentafel 1, 2) zeigt, ist dies nicht der Fall. Es ergibt sich für die Anordnungen A₁ und A₂ längs des ganzen Flügels gleiche Druckpunktlage.

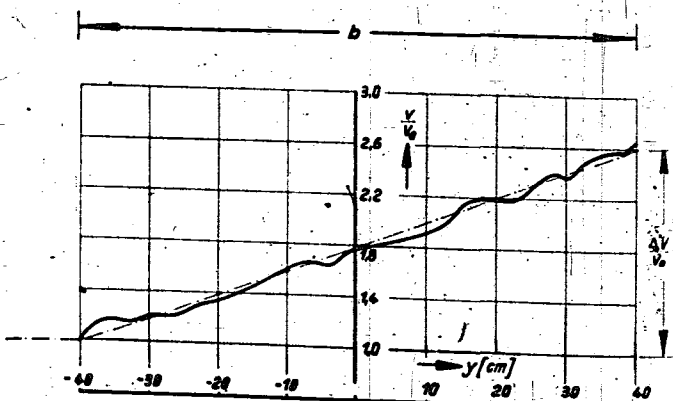
Anordnung B: In Anlehnung an die Verhältnisse eines zweimotorigen Flugzeuges bei Ausfall eines Motors sollte als Inhomogenität ein Geschwindigkeitsberg auf der einen Flügelhälfte untersucht werden, Bild 5, 6. Dieser Berg war durch fast scharfe Geschwindigkeitssprünge begrenzt. Es wurden wieder zwei Übergeschwindigkeiten gewählt, und zwar:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 0,5; \quad V_0 = 30 \text{ m/s}$$

und

$$= 1; \quad V_0 = 20 \text{ m/s.}$$

Die hierzu gehörigen Auftriebsverteilungen zeigen Bild 5, 6 (Zahlentafel 3).

**Bild 7.** Geschwindigkeitsverteilung von Anordnung C.

Zahlentafel 3. Auftriebsbeiwerte für Anordnung B (bezogen auf den Staudruck q_0 der ungestörten Strömung). Anordnung B₁: $\Delta V/V_0 = 0,5$; Anordnung B₂: $\Delta V/V_0 = 1$. Meßwerte:

y [cm]	Anordnung B ₁ $\alpha' = -5^\circ$ $\alpha' = +5^\circ$		Anordnung B ₂ $\alpha' = -5^\circ$ $\alpha' = +5^\circ$	
	c_a	c_a	c_a	c_a
0,912	0,185	0,580	0,170	0,540
0,824	0,254	0,748	0,260	0,740
0,668	0,368	1,111	0,428	1,240
0,513	0,462	1,490	0,630	1,990
0,353	0,478	1,540	0,820	2,020
0,198	0,366	1,202	0,413	1,340
0,100	0,318	1,120	0,370	1,220
0	0,314	1,085	0,350	1,170
-0,100	0,312	1,050	0,340	1,120
-0,198	0,310	1,040	0,324	1,100
-0,353	0,296	1,010	0,298	1,030
-0,513	0,295	0,970	0,300	0,975
-0,668	0,268	0,880	0,264	0,905
-0,824	0,220	0,760	0,207	0,960
-0,912	0,163	0,620	0,160	0,701

Anordnung C: In diesem Falle war eine längs der Spannweite linear anwachsende Geschwindigkeitsverteilung gegeben.

Das Gebiet des Geschwindigkeitsanstieges lag zwischen den beiden Endscheiben. Der Geschwindigkeitsgradient betrug $\frac{1}{V_0} \frac{dv}{dy} = 2/m$ ($V_0 = 14$ m/s; $\Delta V/V_0 = 1,6$). Wie Bild 7 zeigt, weist die Geschwindigkeitsverteilung kleine Ungleichförmigkeiten auf, die unvermeidlich waren und für die Messungen wohl unbedeutend sind. Als Ergebnis aus den Druckverteilungsmessungen ist in Bild 11 (Zahlentafel 4) wieder der Auftriebsbeiwert c_a über der Spannweite aufgetragen worden. Es zeigt sich, daß auch die gewonnene Auftriebsverteilung ziemlich linear verläuft, nur an den Enden ist ein geringes Abknicken festzustellen.

III. Theoretische Ergebnisse.

Theoretische Betrachtungen sollen im folgenden zeigen, wie weit die Rechnung durch die Messungen bestätigt wird. Wir haben bereits früher [9] einen Überblick über die Methoden zur Berechnung der Auftriebsverteilung bei schwach inhomogenen Anströmungen gegeben und wollen daher hier nicht näher darauf eingehen. Als Resultat hatten wir ge-

Zahlentafel 4. Auftriebsbeiwerte für Anordnung C (bezogen auf den Staudruck q_0 der ungestörten Strömung). Meßwerte: $\alpha' = -5^\circ$; $c_{a0} = 0,28$. $\alpha' = +5^\circ$; $c_{a0} = 1,0$.

y [cm]	c_a	Δc_a	$\frac{\Delta c_a}{c_{a0} \cdot \frac{\Delta V}{V_0}}$	c_a	Δc_a	$\frac{\Delta c_a}{c_{a0} \cdot \frac{\Delta V}{V_0}}$
30	0,428	0,148	0,29	1,64	0,64	0,36
25	0,476	0,196	0,39	1,75	0,75	0,42
20	0,535	0,255	0,51	1,93	0,93	0,51
15	0,594	0,314	0,62	2,18	1,18	0,66
10	0,655	0,375	0,75	2,39	1,39	0,77
5	0,728	0,448	0,89	2,59	1,59	0,88
0	0,770	0,490	0,97	2,82	1,82	1,01
-5	0,825	0,545	1,08	3,04	2,04	1,13
-10	0,893	0,613	1,22	3,26	2,26	1,26
-15	0,966	0,686	1,36	3,50	2,50	1,39
-20	1,013	0,733	1,45	3,70	2,70	1,50
-25	1,080	0,800	1,59	3,92	2,92	1,62
-30	1,148	0,868	1,72	4,17	3,17	1,76
-35	1,205	0,925	1,83			

wonnen, daß die Methode von Vandrey [4, 5] die beste Übereinstimmung mit den Messungen liefert. Wir werden daher auch in folgenden nur diese Theorie zum Vergleich heranziehen.

Anordnung A: Unter Anordnung A betrachten wir eine sprunghafte Geschwindigkeitsänderung. Dieser Fall stellt nach der Vandrey'schen Theorie den Grundfall dar, aus dem alle anderen aufgebaut sind. Sein Vergleich mit der Messung ist daher von besonderem Interesse.

Haben wir eine inhomogene Geschwindigkeitsverteilung mit n Geschwindigkeitssprüngen, und bezeichnen wir die zusätzlichen Geschwindigkeiten der einzelnen Gebiete mit v_0 bis v_n , so ergibt sich nach Vandrey [5] für die zusätzliche Auftriebsverteilung:

$$\Delta c_a(y) = \frac{v_0}{V_0} + \frac{v_n}{V_0} + \sum_{r=1}^n \left(\frac{v_r - v_{r-1}}{V_0} \right) \cdot B \left(\frac{8[y - y_r]}{c_1 \cdot l} \right),$$

wobei y die Koordinate in Spannweitenrichtung ist und $c_1 = c'_a x$ bedeutet. $B(\xi)$ ist eine von Vandrey tabellierte Funktion. In unserem Falle haben wir einen einzigen Geschwindigkeitssprung ΔV in Flügelmitte. Die Gleichung nimmt somit die einfache Form an:

$$\Delta c_a(y) = \frac{\Delta V}{V_0} + \frac{\Delta V}{V_0} \cdot B \left(\frac{8y}{c_1 \cdot l} \right); \quad c_1 = c_a x$$

oder

$$\frac{\Delta c_a(y)}{c_{a0} \frac{\Delta V}{V_0}} = 1 + B \left(\frac{8y}{c_1 \cdot l} \right).$$

Diese Einflußfunktion des Geschwindigkeitssprunges ist berechnet worden und in Bild 9 enthalten. Ebenfalls sind die umgerechneten Meßwerte eingetragen. Wir sehen, daß sich die gemessenen Kurven im Übergangsgebiet der theoretischen Kurve ziemlich gut anschließen. Kleinere Unterschiede deuten darauf hin, daß nach der Messung ein etwas steilerer Übergang stattfindet als nach der Theorie. Es ist zu bemerken, daß die Theorie nur für $\Delta V/V_0 \ll 1$ gilt.

Anordnung B: In diesem Falle verläuft die Rechnung ähnlich wie bei Anordnung A, nur mit dem Unterschied, daß jetzt mit zwei Geschwindigkeitssprüngen gerechnet werden muß. In Anlehnung an die gemessene Geschwindigkeitsverteilung wurde die Lage der Sprünge gewählt:

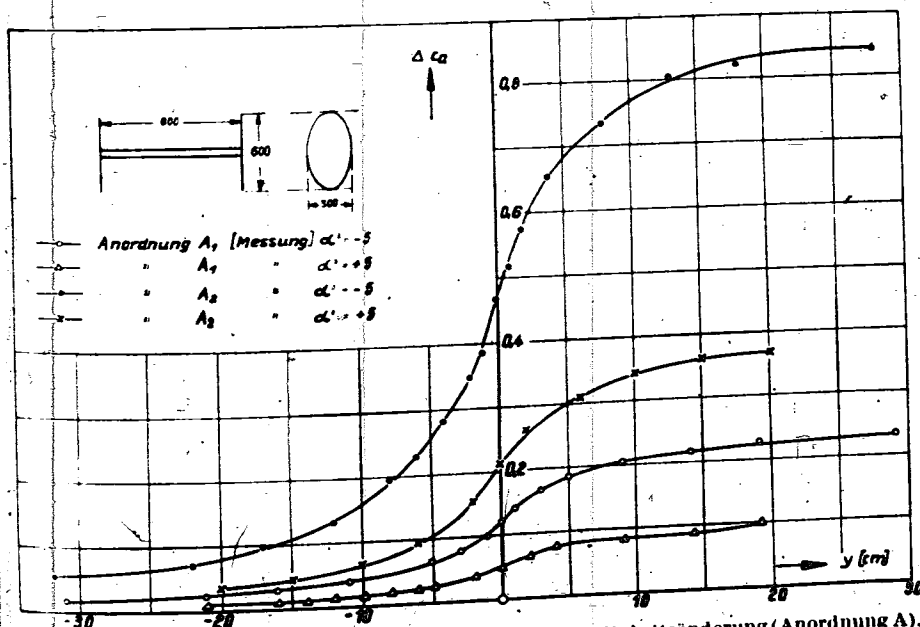


Bild 8. Zusätzliche c_a -Verteilung bei sprunghafter Geschwindigkeitsänderung (Anordnung A). Rechteckflügel G6 420 mit Endscheiben.

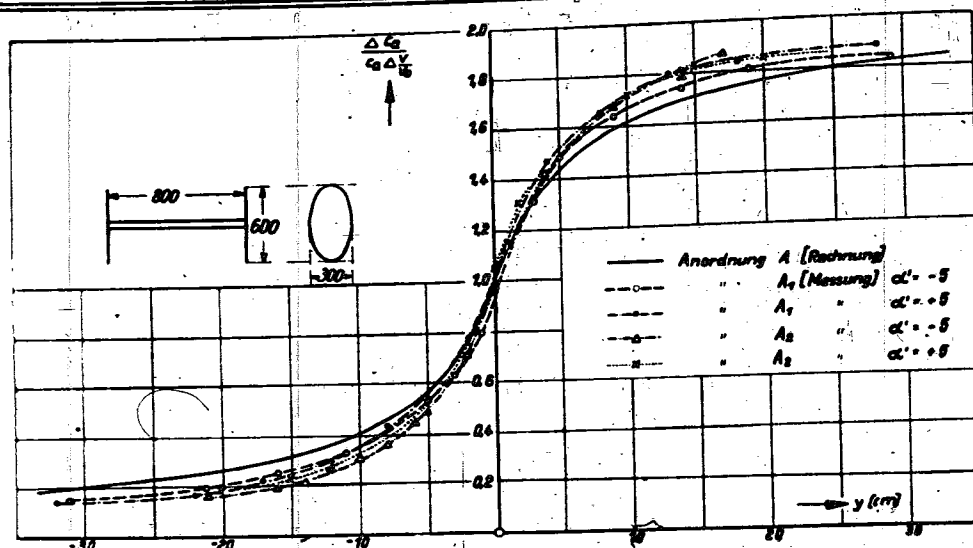


Bild 9. Zusätzliche c_a -Verteilung bei sprunghafter Geschwindigkeitsänderung (Anordnung A). Vergleich zwischen Theorie und Messung. Rechteckflügel GÖ 420 mit Endscheiben $c_{a\infty} = 5,20$.

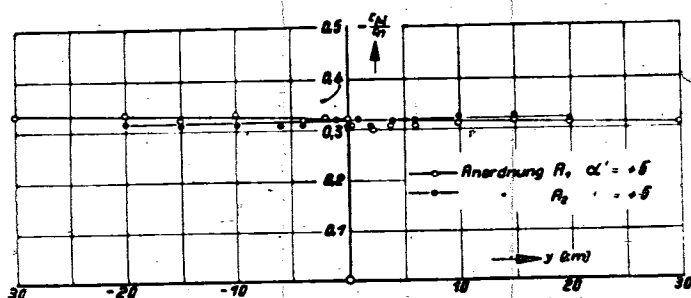


Bild 10. Druckpunktlage bei inhomogener Anströmung.

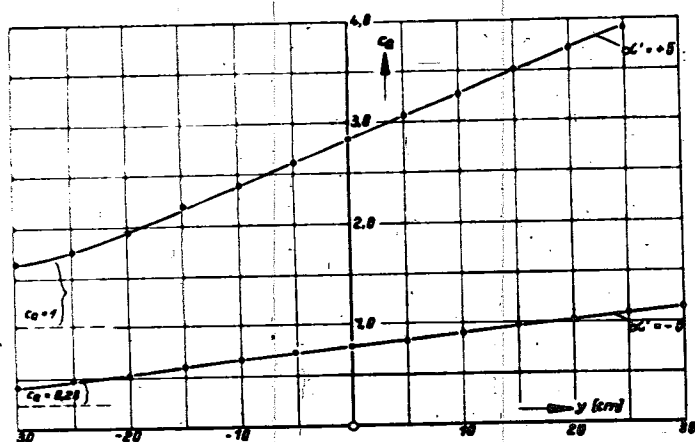


Bild 11. c_a -Verteilung bei linearem Geschwindigkeitsanstieg (Anordnung C).

Rechteckflügel GÖ 420 mit Endscheiben
 $c_{a\infty} = 5,20$.

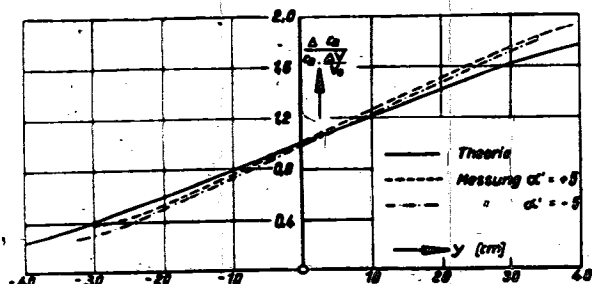


Bild 12. Zusätzliche c_a -Verteilung bei linearem Geschwindigkeitsanstieg (Anordnung C). Vergleich zwischen Theorie und Messung.

$$\text{Anordnung B}_1: y_1^* = \frac{y_1}{b/2} = -0,600 \text{ und } y_2^* = \frac{y_2}{b/2} = -0,225$$

$$\text{B}_2: \quad \quad \quad = -0,625 \quad \quad \quad = -0,250$$

Es gilt:

$$\frac{\Delta c_a(y)}{c_a(y) \frac{\Delta V}{V_0}} = B \left(\frac{8[y - y_1]}{c_1 \cdot l} \right) - B \left(\frac{8[y - y_2]}{c_1 \cdot l} \right)$$

$$= B(3,847[y^* - y_1^*]) - B(3,847[y^* - y_2^*]).$$

Die hiernach bestimmte zusätzliche c_a -Verteilung muß dann der Grundlast überlagert werden, um die gesamte Auftriebsverteilung zu erhalten. Das Ergebnis zeigen die Bilder 5, 6. Beim Vergleich mit der Messung ist die Übereinstimmung als durchaus gut zu bezeichnen.

Anordnung C: Allgemein lautet für eine stetige Geschwindigkeitsänderung die von Vandrey aufgestellte Beziehung für den zusätzlichen Auftrieb:

$$\frac{\Delta c_a(y)}{c_{a\infty}} = \frac{v_{-\infty}}{V_0} + \frac{v_{+\infty}}{V_0} + \int_{-\infty}^{+\infty} B \left(\frac{8[y - y']}{c_1 \cdot l} \right) \frac{dv/V_0}{dy'} dy';$$

$v_{-\infty}$ und $v_{+\infty}$ geben die zusätzlichen Geschwindigkeiten bei $y = -\infty$ und $y = +\infty$ an, während dv/dy' die Geschwindigkeitsänderung in dem betrachteten Gebiet darstellt. Legen wir die Versuchsbedingungen zugrunde, wonach $v_{-\infty} = 0$ und $v_{+\infty} = \Delta V$ und $dv/dy' = \text{konst.}$ von $\eta = -b/2$ bis $y' = +b/2$ ist, so erhalten wir:

$$\frac{\Delta c_a(y)}{c_{a\infty} \frac{\Delta V}{V_0}} = 1 + \int_{-b/2}^{+b/2} B \left(\frac{8[y - y']}{c_1 \cdot l} \right) \cdot \frac{dv_{+\infty}}{dy'} dy'.$$

Das Integral muß für jeden bezeichneten Punkt längs des ganzen Bereiches ausgewertet werden. Die Auswertung erfolgt graphisch. Das Ergebnis der Rechnung zeigt Bild 12. Der Auftriebsanstieg ist fast über das ganze Gebiet der linear anwachsenden Geschwindigkeitsverteilung konstant, bis auf die Randgebiete, in denen eine Abflachung eintritt. Die Übereinstimmung mit der Messung ist auch hier als gut zu bezeichnen.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß für die betrachteten Fälle eine recht gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Messung besteht. Unter Berücksichtigung der schon früher angestellten Untersuchungen liefert somit die Methode von Vandrey recht brauchbare Ergebnisse, so daß sie für nicht allzu starke Inhomogenitäten zur Berechnung der Auftriebsverteilung verwendet werden kann.

IV. Zusammenfassung.

Für einige spezielle inhomogene Geschwindigkeitsverteilungen werden Druckverteilungsmessungen am Tragflügel vorgenommen zur Bestimmung der durch die Inhomogenität hervorgerufenen Auftriebsänderungen. Die Messungen werden mit theoretischen Rechnungen nach Vandrey [5] verglichen. Es ist eine recht gute Übereinstimmung festzustellen:

V. Schrifttum.

- [1] P. Ruden, Theorie des Tragflügelprofils in der Nachbarschaft sprunghafter Gesamtdruckänderungen. Jahrbuch 1939 der deutschen Luftfahrtforschung, S. I, 98.
- [2] P. Ruden, Das NACA-Profil in der Nachbarschaft rechteckiger Strahl- und Windschattenprofile. Jahrbuch 1939 der deutschen Luftfahrtforschung, S. I, 114.
- [3] K. Bausch, Auftriebsverteilung und daraus abgeleitete Größen für Tragflügel in schwach inhomogenen Strömungen. Luftf.-Forschg. Bd. 16 (1939), S. 127.
- [4] B. Kyewski u. F. Vandrey, Auftrieb eines Flügels, der ein Gebiet erhöhter Geschwindigkeit schneidet. Ing.-Archiv Bd. 10 (1939), S. 81.
- [5] F. Vandrey, Theorie des Tragflügels in schwach inhomogener Grundströmung. Jahrbuch 1939 der deutschen Luftfahrtforschung, S. I, 143.
- [6] C. Koning, Influence of the propeller on other parts of the airplane structure. F. W. Durand, Aerodynamic Theory, Bd. 4, Berlin 1935.
- [7] J. Stüper, Einfluß des Schraubenstrahles auf Flügel und Leitwerk. Luftf.-Forschg. Bd. 15 (1938), S. 181.
- [8] H. B. Helmbold, Untersuchungen über den Einfluß des Luftschraubenstrahles auf den Abwind und die Höhenleitwerkswirkung. Luftf.-Forschg. Bd. 15 (1938), S. 3.
- [9] H. Schlichting u. W. Jacobs, Experimentelle Untersuchungen über den Tragflügel in inhomogener Strömung. Jahrbuch 1940 der deutschen Luftfahrtforschung S. I, 181.

Windkanaluntersuchungen an einem freischwingenden, hinterkantengesteuerten Ruder*).

Von F. Staufer.

Bericht aus dem Windkanal der Dornier-Werke, Friedrichshafen a. B.

Im Windkanal wurde an einem maßstäblich stark vergrößerten Rudersystem, bestehend aus einem freischwingenden Hauptruder und einem an dessen Hinterkante angelenkten, über eine Steuersäule von Hand verstellbaren Hilfsruder der Verlauf der Schwingungen des Haupt- und Hilfsruders bei verschiedenen Staudrücken, Ruderträgheitsmomenten und Hilfsruderbetätigungen gefilmt. Aus den Schwingungskurven konnten einige wichtige Gesetzmäßigkeiten über den Einfluß des Staudruckes und des Ruderträgheitsmomentes auf den Schwingungsverlauf gewonnen und Dimensionsbetrachtungen über den Einfluß dieser Größen auf die Ruderlaufgeschwindigkeit bestätigt werden.

Gliederung.

- I. Aufbau und Abmessungen der Versuchseinrichtung.
- II. Bezeichnungen und Definitionen.
- III. Durchführung der Versuche und Versuchsanordnungen.
- IV. Versuchsergebnisse und ihre Darstellung.
- V. Zusammenfassung.

I. Aufbau und Abmessungen der Versuchseinrichtung.

Der Aufbau der Versuchseinrichtung geht aus Bild 1 bis 4 hervor. Die Hauptabmessungen der ganzen Ruderanlage und damit die Größe des Haupt- und Hilfsruders war durch die Forderung bestimmt, daß die Luftkräfte am Hilfsruder bei dem größten, mit vollausgewehtem Hauptruder noch erreichbaren Staudruck so groß werden sollten, daß am Steuerknüppel Handkräfte in üblicher Größenordnung auftraten.

Die Gesamtrudertiefe des Versuchsmodells betrug von der Hinterkante Hilfsruder bis Hauptruderdrehachse 3,02 m, die Hilfsrudertiefe bis Hilfsruderdrehachse 0,6 m. Beide Ruder hatten keinen Innenausgleich. Ihre Breite betrug 3,0 m, somit die Gesamtruderfläche 9,06 m², die Hilfsruderfläche 1,8 m². Die Flosse konnte bei diesen Abmessungen nicht in der vollen Tiefe ausgeführt werden. Sie wurde mit Anstellwinkel 0° starr an der Düse befestigt und ragte zum Teil in diese hinein. Der geometrische Flossenstellwinkel konnte somit nicht geändert werden.

An der Flosse war freischwingend das Hauptruder gelagert, Bild 2. Mit Rücksicht auf den geplanten Hauptzweck der Versuchsanlage als Funktionsprüfstand wurde das Hilfsruder über eine normale Steuersäule vermittels des in Bild 3 deutlich erkennbaren Steuergestänges von einem Führersitz aus verstellt, der so auf dem Meßraumfußboden aufgebaut war, daß von ihm aus die Steuer- und Ruderbewegungen gut beobachtbar waren. Im übrigen war das Steuergestänge so ausgebildet und gelagert, daß praktisch die ganze Verstellkraft in das Hilfsruder geleitet wurde, ohne daß ein nennenswertes Moment in das Hauptruder kam und ohne daß eine merkliche Kopplung zwischen beiden Rudern eintrat.

Das Hilfsruder und das Gesamtrudersystem waren jeweils für sich voll gewichtsausgeglichen. Beide Ruder waren in Holzbauweise ausgeführt. Die Ruder waren mit Leinwand überzogen, die mit Spannlack gestrafft und weitestgehend geglättet worden war. Die Flosse bestand ebenfalls aus einem Holzgerippe, war aber mit Hartpappe beplankt.

*) P 31 2.

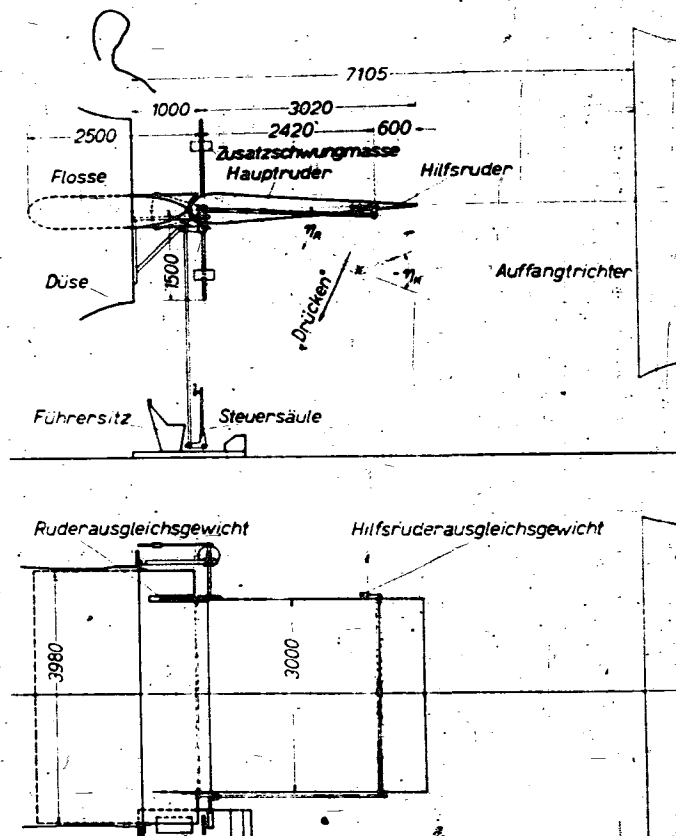


Bild 1. Aufbau des Ruderprüfstandes.

Das Massenträgheitsmoment des Rudersystems konnte durch Gewichte erhöht werden, die am Ende eines Doppelhebels, Bild 4, in verschiedenen Abständen von der Drehachse befestigt werden konnten. Dadurch wurde es ermöglicht, die Untersuchungen mit verschiedenen Trägheitsmomenten des Rudersystems durchzuführen.

Die Ruderausschläge wurden an einer großen am Hauptruder befestigten Doppelskala, Bild 3, angezeigt. Der Zeiger für die Anzeige des Hauptruderausschlages, im Bild 3 links, war flossenfest, jener für die Anzeige des Hilfsruderausschlages hilfsruderfest angebracht. Ferner ist auf Bild 3 noch eine Uhr zur Zeitangabe und unter der Uhr eine Einrichtung zurzeugung von Lichtmarken auf den Filmbildern zu sehen.

II. Bezeichnungen und Definitionen.

- l_H Gesamtrudertiefe von Hauptruderdrehachse bis Hinterkante Hilfsruder
 l_H Hilfsrudertiefe von Hilfsruderdrehachse bis Hinterkante Hilfsruder
 $b_H = b_H$ Breite (Spannweite) von Haupt- und Hilfsruder
 $F_H = b_H l_H$ Rudergesamtfläche
 $F_H = b_H l_H$ Hilfsruderfläche
 η_H Ausschlagwinkel des Hauptruders, positiv nach unten



Bild 2. Ruderprüfstand für ein freischwingendes, hinterkantengesteuertes Ruder.

η	Ausschlagwinkel des Hilfsruders, positiv nach unten
q_m	Ungefäher Staudruckmittelwert während der Hauptschwingung des Hauptruders
J_h	Massenträgheitsmoment des vollgewichtsausgeglichenen Gesamtrudersystems um die Hauptruderachse
J_H	Massenträgheitsmoment des vollgewichtsausgeglichenen Hilfsruders (ohne Stoßstangenanteil) um die Hilfsruderachse
t	Zeit
$\frac{d\eta_H}{dt}$	Hauptrunderwinkelgeschwindigkeit
$\frac{d\eta_h}{dt}$	Hilfsrunderwinkelgeschwindigkeit
$l_H \cdot \frac{d\eta_H}{dt}$	Hauptrunderlaufgeschwindigkeit
$l_h \cdot \frac{d\eta_h}{dt}$	Hilfsrunderlaufgeschwindigkeit
c_{mg}	Beizahl der Hauptrunderwinkelgeschwindigkeit.

III. Durchführung der Versuche und Versuchsanordnungen.

Bei der Wahl der Größenabmessungen der Versuchsanordnung war zunächst nur an qualitative Beobachtungen der Bewegungsvorgänge bei einem Rudersystem gedacht worden, das aus einem freischwingend angeordneten Hauptruder und einem an dessen Hinterkante angelenkten, willkürlich verstellbaren Hilfsrunder bestand. Bei dem Mißverhältnis zwischen Strahlquerschnitt und Ruderfläche war an Kräfte-, Momenten- und Ausweichwinkelmessungen mit allgemein verwertbaren Ergebnissen nicht zu denken. Es war aber durchaus wahrscheinlich, daß Schwingungsvorgänge bei verschiedenen Staudrücken und verschiedenen Ruderträgheitsmomenten unter sonst gleichen Bedingungen miteinander vergleichbar wurden, sofern nicht die Änderung des Staudruckes während des Bewegungsvorganges den Schwingungsverlauf zu stark fälschte.

Mit den Staudruckmeßeinrichtungen, die bei der Durchführung der Versuche zur Verfügung standen, war es leider nur möglich, den Staudruck bei Beginn des Bewegungsvorganges und — wegen der Trägheit der Anzeigeinstrumente — einige Zeit nach Beendigung der Ruderbewegungen festzustellen. Dabei waren aber die Staudruckänderungen so groß, daß die vorhandene Staudruckregelanlage nicht ausgereicht hat, die in der Düsenvorkammer auftretenden Druckänderungen auszuregeln.

Durch Staudruckmessungen bei verschiedenen, während der Messung gleich gehaltenen Ruderstellungen konnte aber die Abhängigkeit des Staudruckes von der jeweiligen Ruderstellung stationär ermittelt werden. Wegen der geringen Massenträgheit der umgewälzten Luft darf angenommen werden, daß sich der zu jeder Ruderstellung gehörige Staudruck auch während des Bewegungsvorganges nahezu ohne Verzögerung einstellt. Der zeitliche Mittelwert des Staudruckes ergibt sich dann bei konstanter Ruderlaufgeschwindigkeit durch gewöhnliche Mittelwertbildung aus dem stationär ermittelten Staudruckverlauf.

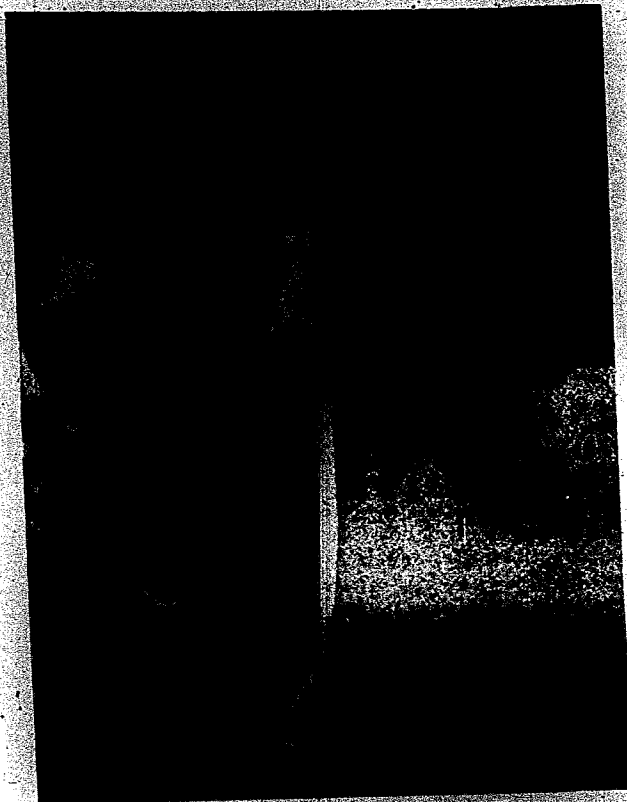


Bild 3. Ruderprüfstand, Steuerseite.



Bild 4. Ruderprüfstand, Einrichtung zur Erhöhung des Ruder-Massenträgheitsmomentes.

Die Bewegungen des Hilfs- und Hauptruders während eines durch Betätigung des Hilfsruders hervorgerufenen oder durch Loslassen des von außen her ausgelenkten Hauptruders eingeleiteten Schwingungsvorganges wurden zusammen mit einer Sekundenuhr und mit Zeitmarken gefilmt. Die Zeitmarken wurden von einer jede halbe bzw. ganze Sekunde aufblinkenden Lichtquelle erzeugt. Damit war die Laufgeschwindigkeit des Filmes, also die zeitliche

Zuordnung der einzelnen Bilder bekannt, während auf der mitabgebildeten Skala durch die Zeigerstellungen auch die jeweilige Ruderstellung während des Bewegungsvorganges aus den Einzelaufnahmen abgelesen werden konnte.

Die nachfolgend verwendeten Bezeichnungen »Ziehen« und »Drücken« beziehen sich immer auf das Hauptruder, kurzweg auch als »Ruder« bezeichnet.

Es wurden die Schwingungen bei folgenden Versuchsanordnungen aufgenommen:

1. Aus Ruder-Nulllage »Drücken« ($\eta_R > 0$; $\eta_H < 0$) und »Ziehen« ($\eta_R < 0$; $\eta_H > 0$) durch Betätigung des Hilfsruders. Diese Versuche wurden bei gleichbleibendem Trägheitsmoment und im Mittel gleichbleibendem Staudruck durchgeführt.

2. Aus Ruder-Lage »Ziehen« in Ruder-Lage »Drücken« durch Betätigung des Hilfsruders. Diese Versuche wurden bei gleichbleibendem Trägheitsmoment und verschiedenen Staudrücken durchgeführt.

3. Aus Ruder-Lage »Ziehen« in Ruder-Lage »Drücken« durch Betätigung des Hilfsruders. Diese Versuche wurden bei verschiedenen Trägheitsmomenten und im Mittel gleichbleibendem Staudruck durchgeführt.

4. »Loslassen« aus Ruder-Lage »Drücken«. Einschwingen des Hauptruders in die Null-Lage durch Loslassen des Hilfsruders. Diese Versuche wurden bei gleichbleibendem Trägheitsmoment und verschiedenen Staudrücken durchgeführt.

5. Einschwingen des Hauptruders mit losem Hilfsruder in die Null-Lage. Dem Hauptruder wurde durch eine Kraft von außen her ein positiver Hauptruderausschlag

aufgezwungen, das Hilfsruder war dabei lose. Diese Versuche wurden bei gleichbleibendem Trägheitsmoment und verschiedenen Staudrücken durchgeführt.

IV. Versuchsergebnisse und ihre Darstellung.

Aus dem Film wurden die Ruderstellungen und deren zeitlicher Abstand entnommen und in Bild 5 bis 9 in Kurvenform aufgetragen. Als Beginn der Bewegung des Gesamtrudersystems kann der Beginn der Hilfsruderbewegung angesehen werden. Mit ihm müßte daher die Zeit $t = 0$ in den Kurvenauftragungen zusammenfallen. Da dieser Zeitpunkt in den Filmen aber nicht durch eine scharfe Marke gekennzeichnet und deshalb auch nicht sicher aus den Filmen zu entnehmen war, ist bei der Auftragung in Kurvenform die Lage der Ordinate $t = 0$ für jede Schwingung willkürlich angenommen worden, so daß die Kurven längs der t -Achse entsprechend verschoben werden mußten. Dies hätte aber wegen der dann eintretenden Überschneidungen und Überdeckungen die Darstellung im allgemeinen nicht deutlicher gemacht.

Die Massenträgheitsmomente des vollgewichtsausgeglichenen Gesamtrudersystems und des für sich allein ebenfalls gewichtsausgeglichenen Hilfsruders wurden durch Auspendeln bestimmt. Sie sind für das Gesamtsystem aus Zahlentafel 1 zu entnehmen. Das Trägheitsmoment des Hilfsruders allein betrug $J_H = 0,075 \text{ mkg}^2$. Zahlentafel 1 enthält auch die Mittelwerte der während des Bewegungsvorganges aufgetretenen Staudrücke, die aus dem bei stationären Ruderstellungen gemessenen Staudruckverlauf abgeschätzt wurden.

Mit der Winkelgeschwindigkeit des Hauptruders $d\eta_H/dt$, dem Trägheitsmoment J_H des gesamten Rudersystems, der Gesamtruderfläche F_R , der Gesamtrudertiefe l_R und dem Staudruckmittelwert q_m läßt sich eine dimensionslose Größe c_{ω_R} bilden:

$$c_{\omega_R} = \frac{d\eta_H}{dt} \bigg| \frac{J_H}{q_m F_R l_R}$$

die als Beizahl der Hauptruderwinkelgeschwindigkeit bezeichnet werden kann. Die für c_{ω_R} im Bereich angenähert gleichbleibender Hauptruderlaufgeschwindigkeit gemessenen Werte sind ebenfalls in Zahlentafel 1 zusammengetragen. Es zeigte sich, daß c_{ω_R} bei der gleichen Art der Hilfsruderbetätigung ungefähr gleich groß wurde, also die erwartete Abhängigkeit der Hauptruderdrehgeschwindigkeit vom Massenträgheitsmoment und vom Staudruck tatsächlich vorhanden ist.

Bei den Versuchsfällen Anordnung 1 bis 3 war die Hilfsruderverstellung ruckartig. Der stationäre Bewegungszustand des Hauptruders trat daher durchwegs erst nach Beendigung der Hilfsruderbewegung ein. Ein Einfluß der Hilfsruderlaufgeschwindigkeit auf die stationäre Hauptruderlaufgeschwindigkeit ist also in diesen Fällen nicht zu erwarten. Wenn trotzdem c_{ω_R} bei Versuchsanordnung 1 kleiner ist als bei 2 und 3, so kann dies mit dem Staudruck

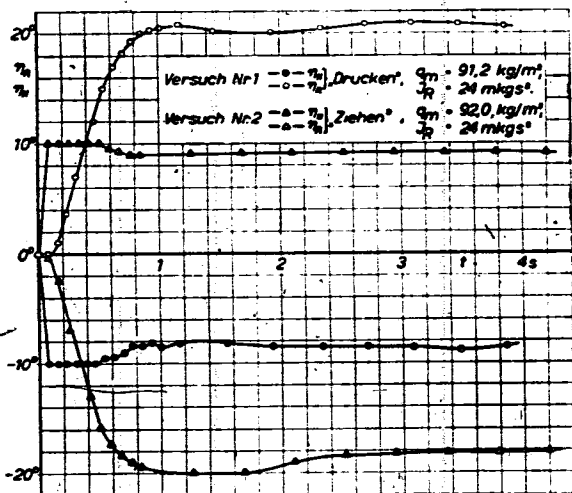


Bild 5. Versuchsguppe 1: Ruderwinkelverlauf beim »Drücken« bzw. »Ziehen« aus der Ruder-Nulllage.

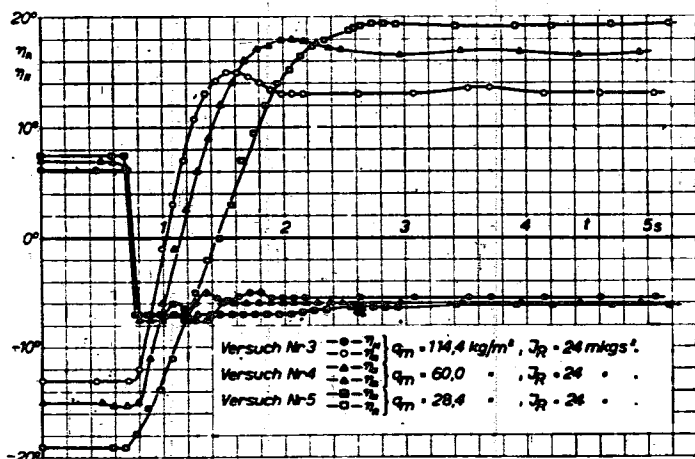


Bild 6. Versuchsguppe 2: Ruderwinkelverlauf beim Übergang von Ruder-Lage »Ziehen« in Ruder-Lage »Drücken«. Einfluß verschiedener Staudrücke.

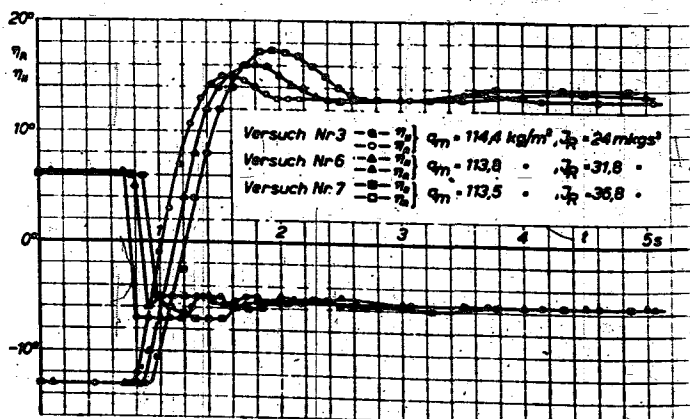


Bild 7. Versuchsguppe 3: Übergang von Ruder-Lage »Ziehen« in Ruder-Lage »Drücken«. Einfluß verschiedener Massenträgheitsmomente.

verlauf begründet werden, der bei Anordnung 1 vom Beginn der Hauptruderbewegung an abnimmt und daher im Mittel kleiner ist als der Anfangsstaupdruck, während er bei den Anordnungen 2 und 3 zunächst zunimmt, beim Durchgang durch die Rudermittellage einen Höchstwert erreicht und am Ende der Bewegung wieder auf den Anfangswert absinkt, also im Mittel höher ist als der Anfangsstaupdruck, woraus sich die größere Ruderbeschleunigung gegenüber Fall 1 zwanglos erklärt.

Bei den Versuchsanordnungen 4 mit losgelassenem und 5 mit losem Hilfsruder liegt der Unterschied darin, daß im ersten Fall das Hilfsruder zu Beginn der Bewegung noch durch Luftkräfte belastet ist, im zweiten Fall aber während des ganzen Bewegungsvorganges frei ausweht. Es ist daher auch hier die bestehende Abweichung im c_{WR} zu erklären. Untereinander vergleichbar sind nur die c_{WR} der einzelnen Versuchsgruppen, vgl. Zahlentafel 1.

Auf Grund der Versuchsergebnisse darf jedenfalls geschlossen werden, daß die Hauptruderdrehgeschwindigkeit u. U. auch durch die Hilfsruderdrehgeschwindigkeit beeinflusst werden kann. Vor allem aber wird neben dem Staupdruck und dem Massenträgheitsmoment die Hilfsruderdrehgeschwindigkeit einen großen Einfluß auf die Verzögerungszeit haben, die vom Beginn der Hilfsruderbewegung bis zur vollen Laufgeschwindigkeit des Hauptruders verstreicht. Hierüber kann vielleicht ein andermal berichtet werden.

V. Zusammenfassung.

An einer Windkanalversuchsanlage, bestehend aus einem an der Flosse freischwingend gelagerten Hauptruder und einem an seiner Hinterkante über die ganze Spannweite angelenkten Hilfsruder, wurden unter verschiedenen Versuchsbedingungen die Ruderbewegungen bei reiner Hinterkantensteuerung untersucht. Trotz ungünstiger Voraussetzungen, gegeben durch die aus anderen Gründen gewählten übergroßen Abmessungen — und die sich daraus ergebenden nachteiligen Einflüsse des endlichen Strahlquerschnittes einerseits und starker Staupdruckänderungen andererseits — konnte gezeigt werden, daß die Drehgeschwindigkeit des losen Hauptruders der Wurzel aus dem Staupdruck direkt und der Wurzel aus dem Massenträgheitsmoment des Rudersystems umgekehrt verhältig ist.

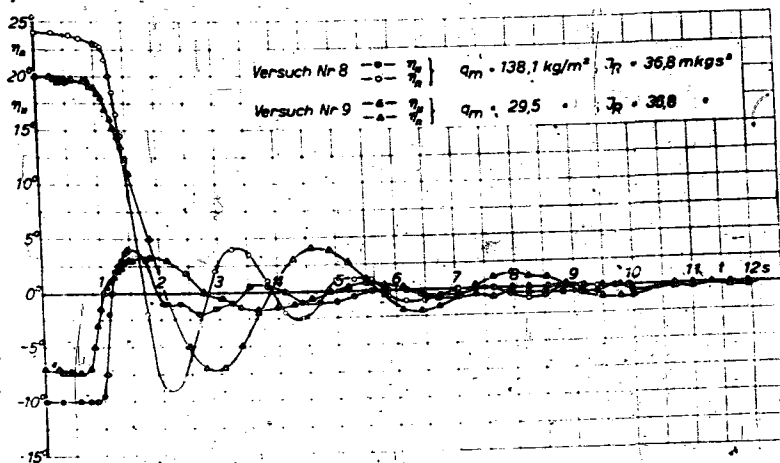


Bild 8. Versuchsgruppe 4: Einschwingen des durch das Hilfsruder ausgelenkten Hauptruders in die Ruder-Nullage bei 'losgelassenem' Hilfsruder. Verschiedene Staupdrücke.

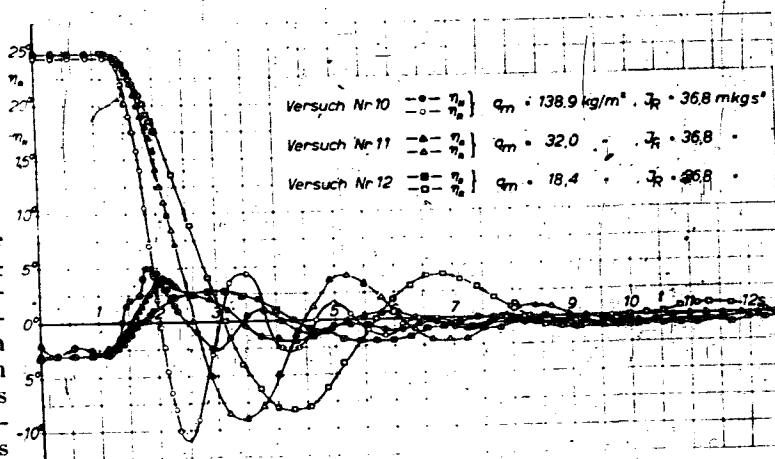


Bild 9. Versuchsgruppe 5: Einschwingen des durch äußeren Kraft-eingriff ausgelenkten Hauptruders in die Ruder-Nullage bei 'losem' Hilfsruder. Verschiedene Staupdrücke.

Zahlentafel 1.

Versuchsgruppe Nr.	Hilfsruder-ausschlag	Hauptruderbewegung	Versuch Nr.	J_R mkg s ²	q_m kg/m ²	$\frac{d\eta_R}{dt}$ 1/s	$\frac{d\eta_R}{dt} \sqrt{\frac{J_R}{q_m F_R l_R}}$ 1	Ergebnisse Bild Nr.
1	nach oben $\eta_H = 0 \rightarrow \eta_H < 0$	Aus Ruder-Nullage »Drücken« $\eta_R = 0 \rightarrow \eta_R > 0$	1	24	91,2	0,668	0,0658	5
	nach unten $\eta_H = 0 \rightarrow \eta_H > 0$	Aus Ruder-Nullage »Ziehen« $\eta_R = 0 \rightarrow \eta_R < 0$	2	24	92,0	0,674	0,0660	
2	von $\eta_H > 0$	Aus Ruder-Lage »Ziehen«	3	24	114,4	0,992	0,0872	6
	nach $\eta_H < 0$	in Ruder-Lage »Drücken«	4	24	60,0	0,719	0,0873	
		$\eta_R < 0 \rightarrow \eta_R > 0$	5	24	28,4	0,495	0,0873	
3	von $\eta_H > 0$	Aus Ruder-Lage »Ziehen«	3	24	114,4	0,992	0,0872	7
	nach $\eta_H < 0$	in Ruder-Lage »Drücken«	6	31,8	113,8	0,856	0,0868	
		$\eta_R < 0 \rightarrow \eta_R > 0$	7	36,8	113,5	0,796	0,0869	
4		Aus Ruder-Lage »Drücken«	8	36,8	138,1	0,733	0,0726	8
	Hilfsruder von $\eta_H < 0$ plötzlich losgelassen	Einschwingen des Hauptruders in die Ruder-Nullage $\eta_R > 0 \rightarrow \eta_R = 0$	9	36,8	29,5	0,332	0,0712	
5		Ruder durch äußere Kraft ausgelenkt auf Lage »Drücken«, dann »plötzliches Loslassen«	10	36,8	138,9	0,816	0,0806	9
			11	36,8	32,0	0,394	0,0810	
	Hilfsruder lose	$\eta_R > 0 \rightarrow \eta_R = 0$	12	36,8	18,4	0,296	0,0804	

Entwicklungsarbeiten für die Ölkühlung an der BMW-801-Motoranlage*).

Von Th. Helmbold.

Bericht der BMW. Flugmotorenbau G. m. b. H., München.

Bei der Kühlung wassergekühlter wie luftgekühlter Flugmotoren wird heute eine relative Kühllufterwärmung von 0,70 erreicht. Bei den Schmierstoffkühlern ist der relative Luftbedarf sehr hoch, und für einen hochtemperierten Motor, wie z. B. für den BMW 801, braucht man bei Anwendung üblicher Ölkühler über 50% der Kühlluft, die für die Kühlung der Zylinder erforderlich ist.

Die Druckfestigkeit und Formsteifigkeit üblich gelöteter oder geschweißter Ölkühler sind für den Einbau in die Motoranlage BMW 801 nicht ausreichend.

In der vorliegenden Arbeit wurde versucht, die Forderungen nach besserer Kühlluftausnutzung bei gleichzeitig hoher Druckfestigkeit und Formsteifigkeit zu erfüllen.

Gliederung.

- I. Einleitung.
- II. Aufbau des BMW-801-Ölkühlers, dessen Anschluß an das Schmier-system und Einbau in die Motoranlage.
- III. Der luftseitige Wärmeübergang.
- IV. Der ölseitige Wärmeübergang.
- V. Wärmeübertragung am Kühler.
- VI. Der Einfluß des Klimas auf die vom Motor anfallende Ölwärme.
- VII. Freidruckeigenschaften der Rippenrohrkühler.
- VIII. Vergleich verschiedener Kühlsysteme.
- IX. Betrachtungen über den Gütegrad der Kühleranlage.
- X. Zusammenfassung.
- XI. Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen.

I. Einleitung.

Die Größe des luftseitigen Wärmeüberganges wird an verrippten und glatten Rundrohren im Kühlerblock durch Messungen an einzelnen Rohren in Abhängigkeit des Luftdurchsatzes ermittelt. Die einzelnen Einflüsse auf den ölseitigen Wärmeübergang, wie Wandtemperatur, Öltemperatur, Ölgeschwindigkeit, Ölströmungswiderstand und bei Ölröhrchenkühlern die Krümmungen der Rohre, werden durch Versuche in Reinkultur analysiert. Insbesondere wird der Einfluß von Einsätzen, die die gleiche Wirkung haben wie unterbrochene Kühlrippen in den Rundrohren, auf den ölseitigen Wärmeübergang in Abhängigkeit der Rohrlänge festgestellt. Hinsichtlich Raumbedarf, Gewicht, Wartbarkeit, Betriebssicherheit, Herstellungsmöglichkeit, Sparstoffarmut, Kühlwirkung bei geringstem Kühlluftdurchsatz und geringen Öldrücken werden in ein- und dieselbe naturgroße Motoranlage Ölkühler verschiedener Systeme eingebaut und unter verschiedenem Klima und in Abhängigkeit der Flughöhe auf dem Höhenprüfstand untersucht.

II. Aufbau des BMW-801-Ölkühlers, dessen Anschluß an das Schmier-system und Einbau in die Motoranlage.

Der jetzige BMW-801-Ölkühler besteht aus zwei fast gleich großen Teilkühlern. Jede Kühlerhälfte ist aufgebaut auf 60 Rippenrohren von je etwa 1,10 m Länge. Als Werkstoff wurde wegen der erforderlichen Festigkeit während der mechanischen Bearbeitung der Rippen ein legiertes Leichtmetall gewählt (Duralumin und Fliegwerkstoff 3355). Die Enden der Rippenrohre werden in einer 12 mm starken Leichtmetallplatte durch Verschraubung befestigt, Bild 1. Die Platten mit den offenen Enden der Rippenrohre werden durch aufschraubbare Deckel gegen außen abgeschlossen. Die Deckel haben Kammern, die gestatten, daß die Rippen-

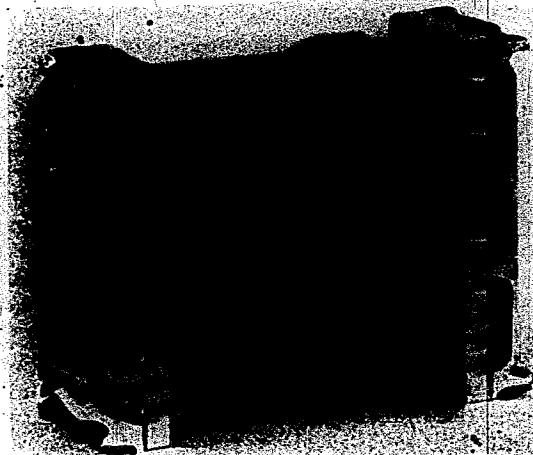


Bild 1. Schnitt durch einen Rippenrohrkühler.

rohre mehrfach parallelgeschaltet werden können. Das wärmeabführende Öl fließt durch die Rippenrohre. Die Kühlrippen geben die Wärme an die vorbeiströmende Kühlluft ab. Der Kühler hat einen mittleren Krümmungsradius von 0,55 m und ist in dem Haubenvorderteil der Motoranlage untergebracht.

Die Regelung der Kühlluft erfolgt durch einen verstellbaren Nasenring, Bild 2. (Hinsichtlich des Kühlluftstromes ist der Kühler parallel zu den Zylindern angeordnet.) Die Kühlluft wird nach dem Lüfter von der Zylinderkühlluft abgezweigt. Ihm steht nur das Druckgefälle $p_2 - p_3$ zur Verfügung, da von dem gesamten Gefälle $p_1 - p_4$ ein Teil für die Zu- und Abführung der Kühlluft gebraucht wird. Die Kühlluft strömt quer zu den Rippenrohren (Querstrom), und das Öl fließt durch die Rohre, fünfmal in den Deckeln durch Kehren in der Strömungsrichtung gekehrt, der Kühl-

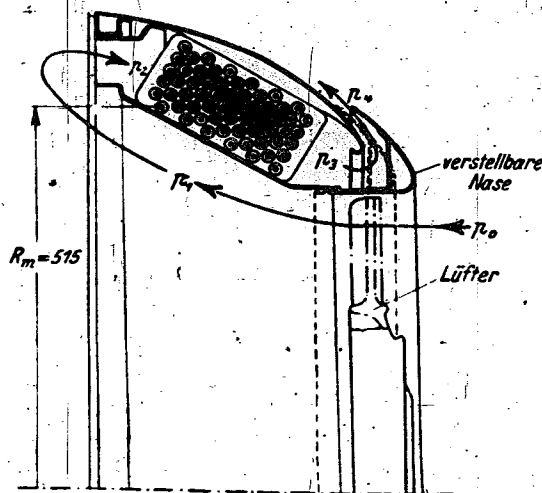


Bild 2. Lage des Ölkühlers im Haubenvorderteil der BMW-801-Motoranlage und der Strömungsweg der Kühlluft.

* M 96 1.

Luft entgegen (Gegenstrom). Die Öltemperatur nimmt in Kühlströmungsrichtung bedeutend mehr zu als bei einem reinen Querstromkühler. Die Aufgabe des Ölkühlers ist es, die in der Motorenanlage erzeugte Ölwanne abzuführen und die Eintrittstemperatur des Öles bei allen klimatischen Verhältnissen nicht über 85°C steigen zu lassen. Die durch diese Forderung auftretenden Bedingungen sind mannigfaltig. Vorwiegend sind sie durch die hohe Abhängigkeit der Zähigkeit des Öles von der Temperatur verursacht. Die Abhängigkeit der Zähigkeit von der Temperatur ist nach Gleichung

$$\eta = 208 \cdot 10^{-4} \left(\frac{t_{\text{öl}}}{40^\circ} \right)^{-2.8} \left[\frac{\text{kg/s}}{\text{m}^2} \right]$$

bekannt. Darin bedeutet η die Zähigkeit und $t_{\text{öl}}$ die Öltemperatur in $^\circ\text{C}$. In Bild 3 sind diese Werte graphisch dargestellt. Die wichtigsten physikalischen Werte, deren Kenntnis bei den Untersuchungen erforderlich war, sind ebenfalls in Bild 3 für das verwendete Öl, Rotring, angegeben.

Der Öldurchfluß durch den Kühler wird nicht geregelt, er verändert sich aber in Abhängigkeit von der Fördercharakteristik der Ölvorlaufpumpe. Der Kühler liegt im Vorlauf des Ölsystems, d. h. zwischen Behälter und Motor. Bei der höchsten Motorleistung und der höchstzulässigen Öltemperatur sind die Ölmengen, die durch Motor und Kühler fließen, etwa gleich groß. Wenn das Öl im Kühler gestockt ist, dann fließt über ein Überströmventil das Öl unmittelbar vom Behälter zum Motor. In allen anderen Fällen fließt die größere Menge durch den Kühler. Strömt mehr Öl durch den Kühler, als durch den Motor; dann wird die unterschiedliche Ölmenge vom Motoreintritt von der Vorlaufpumpe weggesaugt und dem Kühler wieder zugeführt. Hierbei ist die Kühlereintrittstemperatur niedriger als die Temperatur des Öls, das vom Behälter kommt. Kühlttechnisch wäre die günstigste Anordnung des Kühlers unmittelbar nach dem Motor. Aus verschiedenen Gründen, wie z. B. Ölentwässerung im Behälter und sicheren Ölzufusses zum Motor wurde der Kühler im Vorlauf angeordnet.

III. Der luftseitige Wärmeübergang.

Die luftseitige Wärmeübergangszahl α_L wurde am Einzelrohr, im Kühlerblock und am gesamten Kühler ermittelt. Die Verrippung wurde variiert bis zum glatten Rohr. Aus

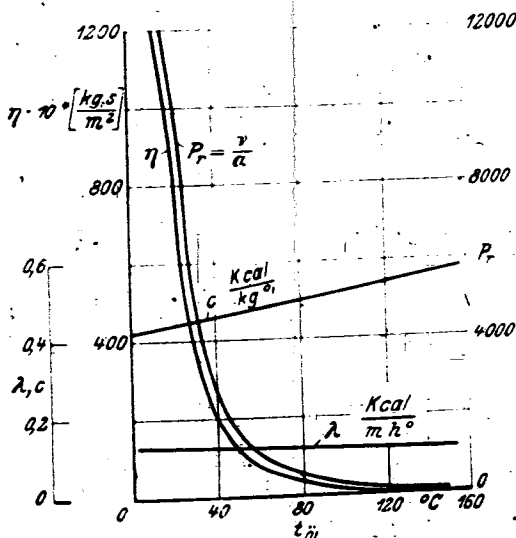


Bild 3. „Rotring“ BMW-Vergleichsöl.
Werte vom Flugmotorenschmieröl „Rotring“ (BMW-Vergleichsöl) in Abhängigkeit von der Öltemperatur.

$\eta \cdot 10^4 \left[\frac{\text{kg s}}{\text{m}^2} \right]$	Absolute Zähigkeit,
$\lambda \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m h}^\circ} \right]$	Wärmeleitfähigkeit,
$c \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \right]$	Spezifische Wärme,
$Pr = \frac{\eta}{\alpha}$	Prandtl'sche Zahl.

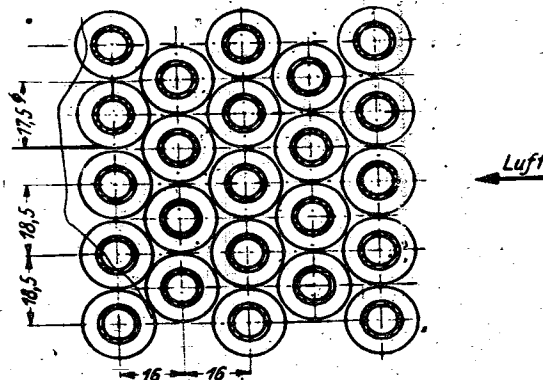
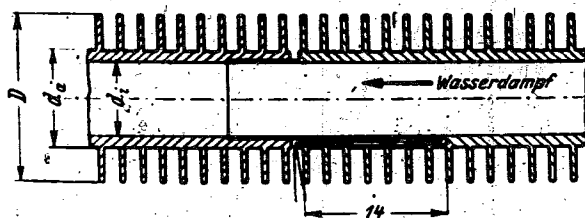


Bild 4. Teilung der Rohre im Rippenrohrkühler und Einbau der Thermoelemente für die Messung der Wandtemperatur.
Einbau der Thermoelemente,
Abstand der Kühlrohre.

Gründen des Raumes, der Festigkeit während der Herstellung und des Kühlluftwiderstandes wegen der Parallelschaltung zu den Zylindern, d. h. des Luftdurchsatzes, wurden die Abmessungen nach Bild 4 gewählt. Der grundsätzliche Aufbau des ersten Kühlers, dessen konstruktive Durchführung von Herrn Dipl.-Ing. Schnetzer erledigt wurde, wurde bis jetzt beibehalten. Durch die Toleranz in der Herstellung schwanken die Rippenstärken zwischen 0,25 und 0,35 mm.

Der Kühler hat 12 Reihen versetzt hintereinander. In jeder Reihe wurde jeweils ein Rohr durch trockengesättigten Wasserdampf mit 100° geheizt. Die Wärmemengenermittlung aus dem Kondensat konnte sehr genau durchgeführt werden. Die Bestimmung der Wandtemperatur geschah mittels Thermoelementen. Das arithmetische Mittel von 4 auf den Umfang verteilten Meßwerten wurde als mittlere Wandtemperatur eingesetzt. Die Strahlung an die benachbarten kalten Kühlrohre konnte vernachlässigt werden, da die Rechnung erwies, daß ihr Wert unter 1% der abgeführten Wärmemenge lag. In Bild 5 sind die Meßergebnisse zusammengefaßt aufgetragen¹⁾. Das im Steigflug zur Verfassung stehende Druckgefälle beträgt etwa 200 mm WS. Der zugehörige c_w -Wert ist 60, und damit liegt der α_L -Wert für Tropenverhältnisse bei 1000 bis 1100 kcal/h $^\circ$. Die Anströmgeschwindigkeit ist die Kühlluftgeschwindigkeit im Kanal vor der ersten Kühlerrohrreihe. Die übertragene Wärmemenge ist bezogen auf die Rippengrundfläche, d. i. $d_a \cdot \pi \cdot \text{Rohrlänge}$. Die Messungen ergaben für die erste Rohrreihe einen niedrigeren Wert als für die übrigen Rohrreihen.

Dieses Ergebnis wird damit erklärt, daß die starke Verwirbelung der Kühlluft durch das kreisrunde Grundrohr eine Erhöhung des Wärmeüberganges hervorruft. Diese Erhöhung erfährt nach der zweiten Reihe keine weitere Steigerung. Diese Erscheinung zeigte sich bei durchgezogener wie bei durchgedrückter Kühlluft in gleicher Weise.

IV. Der ölsseitige Wärmeübergang.

Die besonders hohe Abhängigkeit der Ölzähigkeit von der Temperatur bewirkt, daß beim Durchfließen durch ein Rohr mit äußerer Kühlung die Geschwindigkeitsverteilung

¹⁾ Mein Mitarbeiter, Dipl.-Ing. Hans Meyer führte diese Messungen durch.

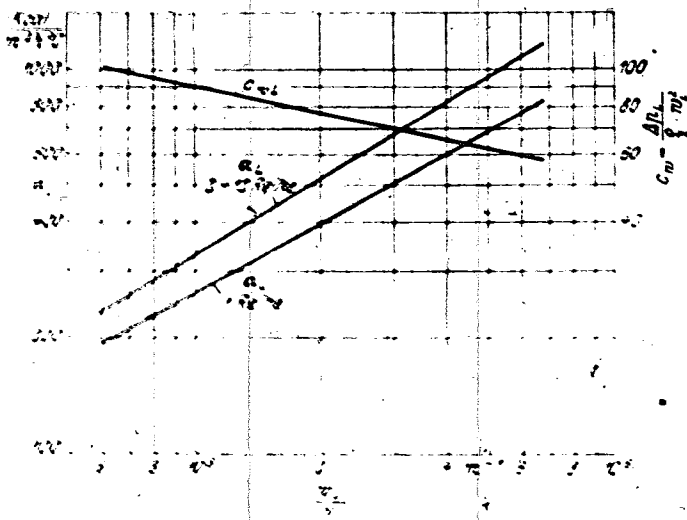


Bild 3. Kühlturmspezifische Widerstandszahl C_w des Rippentrührers und Wärmeübergangszahl α in Abhängigkeit vom Verhältnis aus Kühlturmspezifischer Viskosität ν und kinematischer Viskosität.

über den Querschnitt mit zunehmender Länge auch nach der Anlaufstrecke sich ändert. Der Wärmeübergang nimmt nicht nur in der Anlaufstrecke ab, sondern verringert sich weiterhin mit zunehmender Rohrlänge. Das Geschwindigkeitsprofil ist nicht so völlig wie bei isothermischer Strömung oder wie bei Strömung in einem von außen geheizten Rohr. Die in Wandnähe befindlichen Ölschichten haben eine niedrigere Geschwindigkeit als bei isothermischer Strömung. Der Unterschied ist von der Intensität der Kühlung abhängig. In Bild 3 ist für eine Ölgeschwindigkeit von 1,5 m/s der Wärmeübergangszahl in Abhängigkeit der Rohrlänge aufgetragen. Das Rohr war 1,2 m lang, der Rohrdurchmesser betrug 8 mm und außen war das Rohr glatt ohne Kühleppen. Bei einer höheren Kühlungsintensität, die durch andere Kühleppen erreicht werden kann, würde der örtliche α -Wert mit der Rohrlänge noch stärker abfallen, weil die Wandtemperatur des Rohres durch einen höheren äußeren Wärmeübergang tiefer liegen würde und damit würde auch die Ölschicht in Wandnähe sinken. Aber auch wurde die Ölviskosität wachsen und der absolute Wärmeübergang gesenkt werden. Als 10 wurde Strömung verwendet (s. Bild 5). Der Temperaturverlauf über die Rohrlänge ist in Bild 4 dargestellt.

Bei einem gekrümmten Rohr treten zusätzliche Störungen auf. Diese sekundären Strömungen ändern den Wärmeübergang. Ein Rippentrührer von 1 m Länge wurde über einen Radius von 100 mm gebogen. Die Enden trafen die Versuchsanordnung angedacht worden und waren vollständig ausgeglichen. Bei 10 m/min Umdrehung des Hohlzylinders war wegen des unvollständigen Biegungseffektes das Öl im Rohr und in den Kühleppen angeordnet. In Bild 5 ist der Einfluss des Biegeeffektes bei der Gegenüberstellung der mittleren Wärmeübergangszahl der einen gebogenen Rohr mit der einen geraden Rohr in Abhängigkeit der Ölgeschwindigkeit zu sehen. Als Kühlmedium wurde Wasser verwendet. Das Wasser umfloss mit einer Geschwindigkeit von 0,5 m/s das im Kühleppentrührer. Die Wassertemperatur betrug in diesem Fall 18° und die mittlere Öltemperatur 40°. Die Zunahme des Druckabfalls ist geringer als 1%, die Zunahme der Wärmeübergangszahl 10%. Die in Kühleppen wirkende mittlere Wärmeübergangszahl α_m liegt zwischen diesen Werten.

Der Einfluss der Wandtemperatur der konstanten mittleren Öltemperatur wurde auch untersucht. Die Werte sind in Bild 6 für das gerade Rohr und in Bild 7 für das gekrümmte Rohr in Abhängigkeit der Ölgeschwindigkeit aufgetragen.

1. Diese Messung wurde in der 18. Braunschweig in Hannover gehalten am 20. 3. 1942 von Dr. S. J. J. durchgeführt.

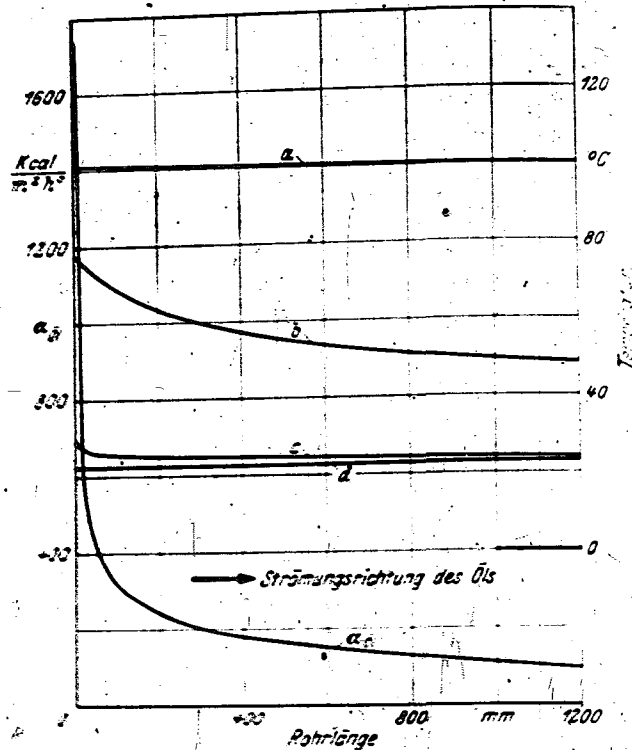


Bild 4. Für ein 1,2 m langes Rohr mit 8 mm lichte Durchmesser ohne Kühleppen sind die örtliche Wärmeübergangszahl α und die entsprechenden Temperaturen über der Rohrlänge aufgetragen. Das unverrippete Rohr wurde innen mit $w_{\text{Öl}} = 1,5$ m/s und 100° C heißem Öl durchflossen und außen durch einen geführten Luftstrom gekühlt: a mittlere Temperatur, b mittlere Wandtemperatur, c Kühltluftaustrittstemperatur, d Kühltlufttemperatur.

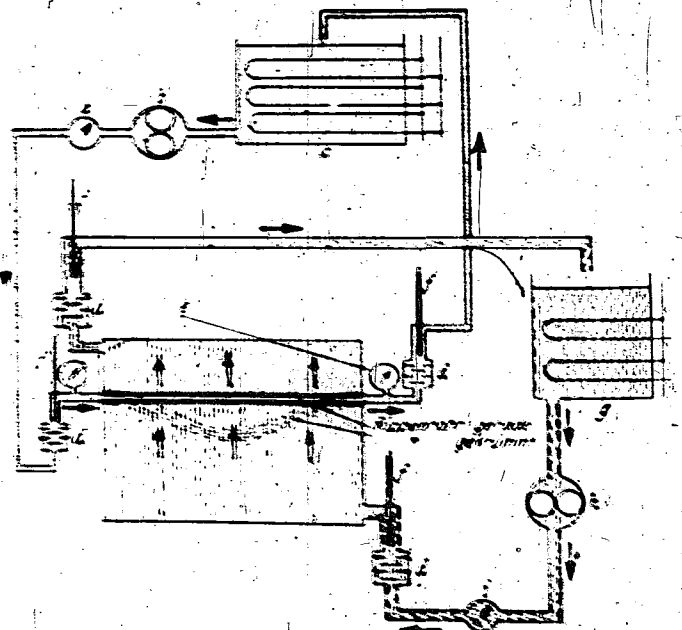


Bild 5. Aufbau der Versuchsanlage zur Bestimmung der mittleren Wärmeübergangszahl α_m des 1 m langen Rippentrührers in anderer Richtung durch Wasser.

- | | |
|----------------|--|
| 1. Drücker | 7. Manometer |
| 2. Pumpe | 8. Thermometer |
| 3. Mischkammer | 9. Wasserbehälter mit elektrischer Heizung |
| | 10. Wasserpumpe |
| | 11. Wasserzähler |

Die jeweils höheren Druckabfälle sind in den Abbildungen anzusehen. Der hohe wasserseitige Wärmeübergang ist bei der Ermittlung der Wandtemperaturen mit 300 kcal/m² berücksichtigt worden. Mit zunehmender Kühltlufttemperatur verbesserte sich die Wärmeübergangszahl.

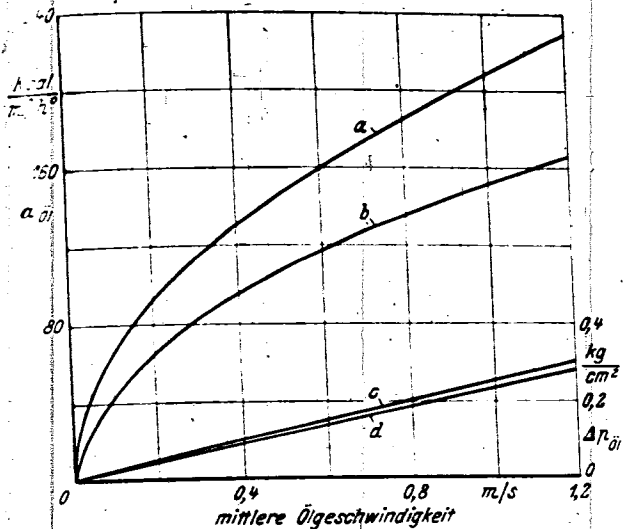


Bild 8. Mittlere Wärmeübergangszahl α_{oi} für ein 1 m langes Rohr (8 mm Dmr.) und der öseitige Druckabfall Δp_{oi} in Abhängigkeit von der Ölgeschwindigkeit für ein gerades und ein gekrümmtes Rippenrohr.
 $t_{m\,oi} = 85^\circ\text{C}$, $t_{w\,oi} = 20^\circ\text{C}$.

a α_{oi} gekrümmtes Rohr 8 mm Dmr., c Δp_{oi} gekrümmt,
 b α_{oi} gerades Rohr 8 mm Dmr., d Δp_{oi} gerade.

ein Einfluß, der grundsätzlich als günstig angesehen werden muß. Es ist bekannt, daß Ölkühler in den Tropen günstiger arbeiten, als man auf Grund von Messungen in unseren Breiten erwartet.

Für den fünfkehrigen Rippenrohrkühler, der bisher besprochen wurde, liegen folgende Erfahrungen vor. Schaltet man die beiden Kühlerhälften hintereinander und läßt dadurch die gesamte umlaufende Ölmenge mit einer Geschwindigkeit von 2,4 m/s durch jeden Kühler strömen, dann sind von den gesamten 120 Rippenrohren mit je 1,10 m Rohrlänge je 10 Rohre parallelgeschaltet (der gesamte Strömungsweg beträgt über 13 m), und der Öldruck müßte für z. B. ein 60°C heißes Öl und bei niedrigen Außentemperaturen auf über 30 atü steigen, um die Ölmenge auf diesem langen Weg durch den Kühler zu drücken. Dieser Druck war für die Kühleranlage zu hoch. Es wurde ein Überströmventil vor dem Kühler vorgesehen, das bei 15 atü den unmittelbaren Weg zum Motor freigab. Durch den Kühler floß nun kein warmes Öl mehr, er wurde ausgekühlt und war erst bei Lufttemperaturen von etwa -10 bis -5°C wieder etwas öldrucklässig. Diesen Schwierigkeiten entthob man sich, indem man die beiden Kühlerhälften parallelschaltete, ohne an den einzelnen Kühlern sonst etwas zu ändern. Die Ölgeschwindigkeit betrug jetzt nur noch 1,2 m/s, und der Strömungswiderstand war nur noch ein Viertel, weil gleichzeitig die Strömungslänge nur noch 6,6 m betrug. Die Wärmeübertragung verringerte sich um 20%. Aus Betriebssicherheitsgründen kann man bei diesem gegebenen Kühler eine höhere Ölgeschwindigkeit als 1,2 m/s nicht zulassen. Mit dieser Geschwindigkeit erreichen wir aber selbst in den Tropen (s. später Zahlentafel 1) nur einen α_{oi} -Wert von 360 kcal/m²h. Dieser Wert reichte für die Kühlung in den Tropen nicht aus. Außerdem nimmt die Wandtemperatur, wie aus Bild 6 hervorgeht, sehr stark ab, so daß gegen Ende der Rohre, besonders beim Höhenflug, die an der Wand fast bewegungslose Ölschicht verhältnismäßig stark ist, eine Tatsache, die das Zugehen des Ölkühlers sehr begünstigt (Stöcken).

Es lag somit die Aufgabe vor, bei diesem laminaren Strömungszustand in den Ölröhrchen den α_{oi} -Wert erheblich zu steigern. Ein sehr hoher Wärmeübergang ist auch bei laminarer Strömung in den sog. Anlaufstrecken zu erreichen. Es galt nun, diesen Anlauffeffekt derart auszunutzen³⁾, daß dieser in regelmäßigen kurzen Abständen über der Rohrlänge in Ölströmungsrichtung wiederholt. Die Rohre wurden

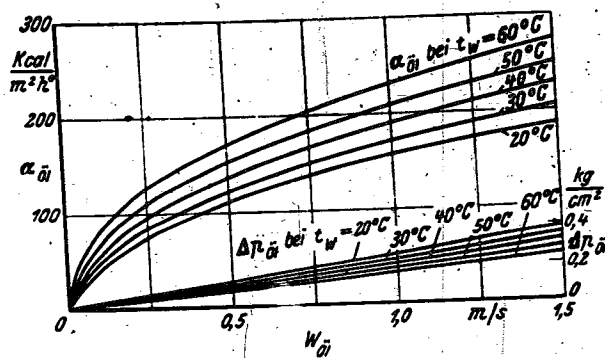


Bild 9. Mittlere Wärmeübergangszahl α_{oi} für ein 1 m langes gerades Rohr (8 mm Dmr.) und der zugehörige öseitige Druckabfall in Abhängigkeit von der Ölgeschwindigkeit bei verschiedenen Wandtemperaturen.
 $t_{m\,oi} = 85^\circ\text{C}$.

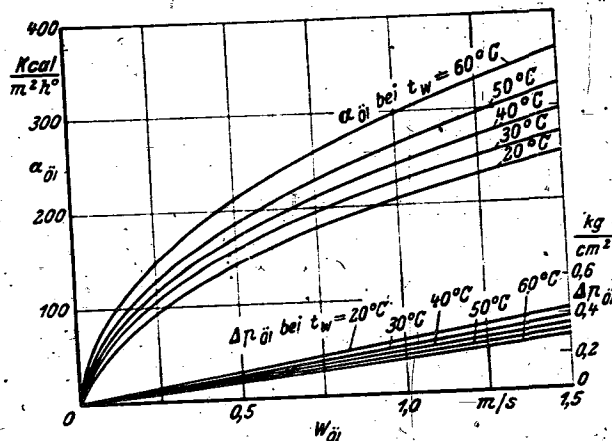


Bild 10. Mittlere Wärmeübergangszahl α_{oi} für ein 1 m langes gekrümmtes Rohr (8 mm Dmr.) und der zugehörige öseitige Druckabfall in Abhängigkeit der Ölgeschwindigkeit bei verschiedenen Wandtemperaturen.
 $t_{m\,oi} = 85^\circ\text{C}$.

innen mit etwa 20 bis 30 mm tiefen Rippen versehen, die regelmäßig zueinander versetzt, das Öl zwingen, an ihnen mit der denkbar kleinsten Grenzschicht vorbeizuströmen. Dieser intensive öseitige Wärmeübergang an den Rippen sollte sich derart auswirken, daß durch die Rippen die Wärme aus der Kernströmung an die Wand übertragen, die Wand hierdurch höher temperiert wird und indirekt nun durch die höhere Wandtemperatur die in Rohrwandnähe sich langsam bewegenden Ölschichten durch Erniedrigung der Ölzähigkeit zum schnelleren Strömen veranlaßt werden und damit durch die sich nun einstellende kleinere Grenzschicht die Wärme besser vom Öl weggeleitet wird. In Bild 11 sind diese verschiedenen Einsätze, die alle durchgemessen wurden, dargestellt. Die einfachste Herstellung war ein kurzer Rippenkörper, in dem man solche Rippen durch Bohrungen erzeugen konnte (Einsatz Nr. 6). Dieser Körper war an den Enden noch etwas ausgespart. Die Aneinandersetzung (durch Löten) solcher Körper ergab das gewünschte Rohr mit unterbrochenen Innenrippen. Die Messungen zeigten eine beachtliche Steigerung des öseitigen Wärmeüberganges. Die Werte eines solchen Kühlers werden unten angegeben. Hier sei nur so viel gesagt, daß dieser Kühler in seiner gesamten Wärmeabfuhr um 30% höher lag als der Rippenrohrkühler ohne Einsätze, wobei der öseitige Druckabfall durch entsprechende Schaltung der Rohre nicht größer wurde. Durch die Vergrößerung der wärmeübertragenden Flächen wird natürlich auch die auf den mittleren Rohrdurchmesser bezogene Wärmeübergangszahl erhöht. Um nun den Einfluß dieser Unterbrechung zahlenmäßig zu erfassen, wurden dieser Kühlrohre ohne diese Unterbrechungen hergestellt (Einsatz Nr. 8). Hierbei wurde die Oberfläche also noch weiter vergrößert. Bei sonst gleichen Betriebsbedingungen unter-

³⁾ Th. Helmhold, Luftf.-Forsch. Bd. 15 (1938), S. 365.

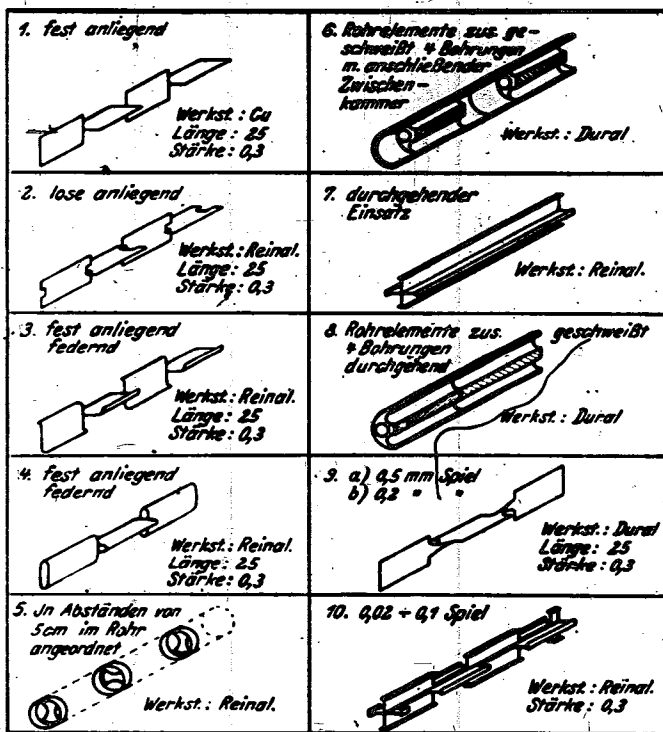


Bild 11. Angaben über die untersuchten Einsätze in Rippenrohren.

schieden sich die Wärmeübergangszahlen für ein 1 m langes Rohr um 67%. Die Verbesserung der ölseitigen Wärmeübergangszahl durch die Unterbrechung der Rippen wurde damit bewiesen. Jetzt trat die Frage auf, ob die Durchwirbelung den Erfolg gebracht hat oder die dünnere Grenzschicht an den Rippen. Zur Klärung dieser Frage wurden folgende zwei Versuche durchgeführt.

Erstens wurden Mischkammern ohne Rippen einfluß hergestellt, derart, daß die Länge der Einsätze so verkürzt wurde, daß praktisch nur eine Art Blende übrig blieb. Der beste Einsatz seiner Art war Einsatz Nr. 5; der Erfolg war hier vorhanden. Das Öl schoß durch die Schlitze, die Rohrwandungen wurden schräg angeströmt und die Ölschicht an der Wand stetig erneuert. Bei diesem Einsatz zeigte sich zum Unterschied von den Einsätzen ohne Wirbelbildung bei konstanter Öltemperatur keine Abhängigkeit von der Wandtemperatur in dem Bereich von $t_w = 20$ bis 70°C . Für Tropenverhältnisse würde also derselbe hohe Öldruck erhalten bleiben, wie er bei Arktisverhältnissen herrscht. Ein zweiter Versuch wurde mit dem Einsatz Nr. 1 durchgeführt. Hierbei sollte der Einsatz möglichst keine Wirbel erzeugen. In einem Rohr von 8 mm Innendurchmesser wurden Kupferplättchen von 0,3 mm Stärke und 25 mm Länge regelmäßig versetzt eingeschoben (Haftsitz). Dieser Sitz erforderte zum Verschieben der Plättchen eine zehnmal größere Kraft als die, die durch die Schubkräfte der Ölströmung höchstens erzeugt werden konnte. Auch bei dieser Anordnung trat ein Erfolg ein. Dieses Rohr wurde zusätzlich im Auftrag der BMW in der LFA Braunschweig untersucht. In Bild 12 sind die Braunschweiger Meßergebnisse wiedergegeben. Die mittlere Ölgeschwindigkeit betrug hierbei 1,5 m/s. Das Bemerkenswerte gegenüber den Werten von Bild 6 ist der erwartete fast konstante $\alpha_{\text{öl}}$ -Wert und die damit im gleichen Abstand von der Öltemperatur verlaufende Wandtemperatur.

Die weiteren Untersuchungen bezogen sich nun auf die technische Verwirklichung eines Rippenrohres mit Einsätzen nach Nr. 1. Es war notwendig, die Anforderung an die Herstellungsgenauigkeit kennenzulernen. Aus diesem Grunde wurden Einsätze mit verschiedenem Spiel untersucht.

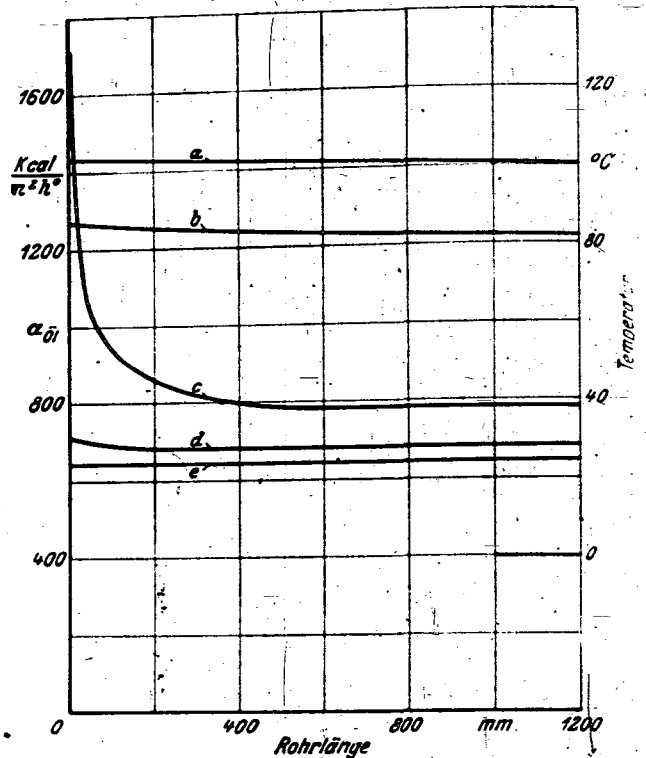


Bild 12. Für ein 1,2 m langes Rohr mit 8 mm l. Dmr. und Einsätzen Nr. 1 sind die örtlichen Wärmeübergangszahlen $\alpha_{\text{öl}}$ und die entsprechenden Temperaturen über der Rohrlänge aufgetragen. Das unverrippte Rohr wurde innen mit 1,5 m/s und 102°C heißem Öl durchflossen und außen im geführten Luftstrom gekühlt. $W_{\text{öl}} = 1,505 \text{ m/s}$.

a mittlere Öltemperatur, c $\alpha_{\text{öl}}$,
b mittlere Wandtemperatur, d Kühlflütaustrittstemperatur,
e Kühlflüteintrittstemperatur.

Ebenfalls wichtig war die Kenntnis der Wirkung bei federnd anliegenden Einsätzen (Nr. 3).

Der Einsatz Nr. 4 bestand aus einem flach gedrückten Aluminiumrundrohr. Wegen der verdoppelten Rippenoberfläche lagen die Werte dieser Einsätze höher. Der Einsatz Nr. 10 war das vorläufige Ergebnis aller dieser Versuche, wobei besonders maßgebend die Möglichkeit einer serienmäßigen Herstellung war.

Die Wirkung dieses Einsatzes Nr. 10 wurde bei 0,03 und 0,10 mm gesamtem Spiel zwischen Einsatz und dem 8 mm großen Innendurchmesser gemessen. Es wurde auch ein nicht ausgearbeiteter Kreuzstreifen nach Nr. 7 untersucht. Der Einsatz Nr. 7 ist eine Bearbeitungsvorstufe von Nr. 10. Obwohl nun bei Nr. 7 die Rippenoberfläche um 60% größer war als bei Nr. 10, war doch die Wärmeübergangszahl im Durchschnitt um über 40% schlechter und der Druckabfall um über 40% höher. In Bild 13 sind die Ergebnisse der Versuche mit diesen verschiedenen Einsätzen zusammengestellt¹⁾. Verglichen werden nur die geraden Rohre bei einer Wandtemperatur von 20°C und einer mittleren Öltemperatur von 85°C . Gleichzeitig sind auch die entsprechenden ölseitigen Druckabfälle in Abhängigkeit der Ölgeschwindigkeit aufgetragen. Maßgebend ist das Verhältnis der α -Werte zum Druckabfall bei einem verlangten Wärmeübergang, und durch diese Bewertung des Verhältnisses Wärmeübergangszahl zu Druckabfall wird der bedeutende Vorteil der unterbrochenen Rippen augenfällig. Je kleiner man die Geschwindigkeit wählen kann, um so kürzer werden auch die Ölströmungswege, was für das Freidrücken von gestockten Kühlern äußerst wichtig ist. Das Rippenrohr mit dem Einsatz Nr. 10 mit 0,03 bzw. 0,1 mm Spiel wurde auch im gekrümmten Zustand und in Abhängigkeit der Wandtemperatur eingehend untersucht. In Bild 14 und 15 sind

¹⁾ An der Durchführung dieser Versuche hat mein Mitarbeiter Dipl.-Ing. Wirth große Verdienste. Der Monteur Kieß hat durch sein unverzagtes und umsichtiges Arbeiten den Aufbau und die Durchführung der Versuche sehr gefördert.

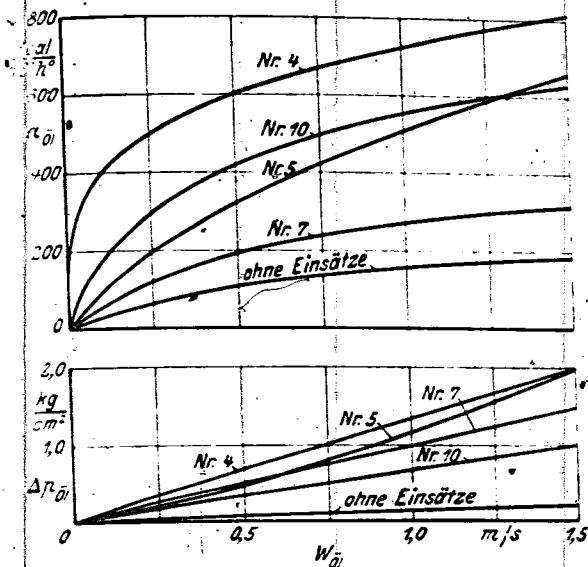


Bild 13. Die mittlere Wärmeübergangszahl α_{oi} und der zugehörige ölseitige Druckabfall Δp_{oi} für ein 1 m langes gerades Rippenrohr mit verschiedenen Einsätzen in Abhängigkeit der Ölgeschwindigkeit bei einer Wandtemperatur von 20°C und einer mittleren Öltemperatur von 85°C .

die Meßergebnisse dieser Versuche wiedergegeben. Es ist somit größter Wert auf engstes Spiel zu legen. Es genügt nicht, daß die Einsätze nur in die Grenzschicht des Öls an den Rohrwandungen hineinragen, sondern die Verbindung der Einsätze mit der Rohrwand muß gut wärmeleitend sein. Die Steigerung der α_{oi} -Werte durch Erhöhung der Wandtemperatur bei gleichzeitiger Druckabfallerniedrigung ist bedeutend. Bei einer Ölgeschwindigkeit von $0,8\text{ m/s}$ mit einer Wandtemperatur von 20°C gegenüber der bei Tropenverhältnissen von etwa 70° steigt der α_{oi} -Wert von 500 auf $780\text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ$. Die Strömung in den Rohren ist laminar. Der Einfluß des Ölschaumes im Öl auf den α_{oi} -Wert konnte nicht ermittelt werden. Die auftretenden Öldruckabfälle zwingen zu einer Parallelschaltung mehrerer Rohre, wenn der Druck im Kühler einen Höchstwert nicht überschreiten soll. Schaltet man z. B. von den 60 vorhandenen Rohren je 15 parallel, so bekommt man vier Rohrbündel mit drei Kehren. Der gesamte Druckabfall ist unter Berücksichtigung der mittleren Ölgeschwindigkeit, der mittleren Öltemperatur und der Wandtemperatur aus dem entsprechenden Öldruckabfall für 1 m Rohrlänge leicht zu ermitteln.

Wichtig ist die Möglichkeit, solche genauen Rohre und Einsätze serienmäßig herstellen zu können. Die Rohre können nach der Bearbeitung durch einen zusätzlichen Arbeitsgang im Innendurchmesser auf $0,01\text{ mm}$ genau kalibriert werden. Der Zeitaufwand ist gering. Auch die Einsätze werden nach der Bearbeitung kalibriert und sind wegen ihrer Gleichmäßigkeit im Endzustand äußerst genau⁵⁾.

Auf die Herstellung spanlos geformter Rippenrohre wurde große Mühe verwendet. Sie brachte aber wenig Erfolg. Das gilt für aufgeschobene Rippenringe wie auch für aufgewinkelte Rippen. Dagegen zeigt das in Entwicklung begriffene Verfahren, die Rippen aus dem Gewinde von Schrauben zu walzen, erfolgversprechende Anfangserfolge.

V. Wärmeübertragung am Kühler.

Die Auswirkung der Einsätze wurde bei Tropen-, Arktis- und Höhenverhältnissen untersucht. Bei allen Untersuchungen war eine Überlegenheit des Einsatzkühlers vorhanden. Eine Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse bei Tropenverhältnissen von den Kühlern mit Einsatz Nr. 10 mit denen ohne Einsätze ist in Bild 16 wiedergegeben. Die in 1 h abgeführte Wärmemenge bei $\Theta = 50^\circ$ Unterschied zwischen

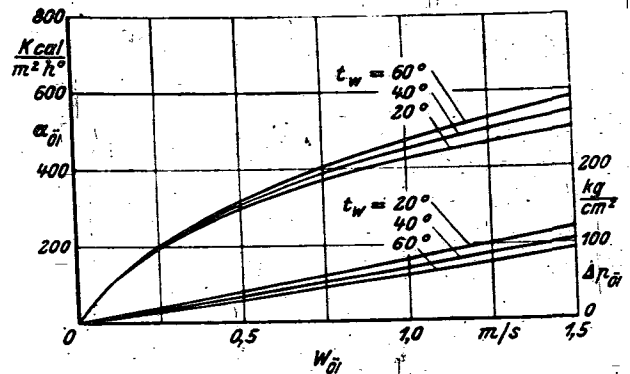


Bild 14. Die mittlere Wärmeübergangszahl α_{oi} und der entsprechende ölseitige Druckabfall für ein 1 m langes gekrümmtes Rohr mit Einsätzen Nr. 10 bei $0,1\text{ mm}$ Einbauspiel in Abhängigkeit von der Ölgeschwindigkeit für verschiedene Wandtemperaturen. $t_{oi} = 85^\circ\text{C}$.

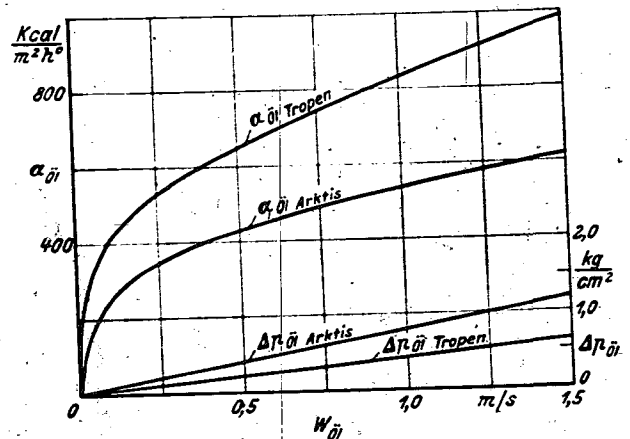


Bild 15. Die mittlere Wärmeübergangszahl α_{oi} und der entsprechende ölseitige Druckabfall für ein 1 m langes gekrümmtes Rohr mit Einsätzen Nr. 10 bei $0,03\text{ mm}$ Einbauspiel in Abhängigkeit von der Ölgeschwindigkeit bei Tropen- und Arktisverhältnissen.

mittlerer Öltemperatur und Kühlluft Eintrittstemperatur Q_{50} ($\text{kcal}/50\text{h}$) für eine Kühlerhälfte ist in Abhängigkeit des Kühlluftdurchsatzes aufgetragen. Die Öldurchflußmenge mit 1750 kg/h und die Ölaustrittstemperatur mit 85° wurden konstant gehalten. Diese entspricht etwa der Motoreintrittstemperatur. Die Verbesserung der Kühlwirkung durch die Erhöhung der α_{oi} -Werte deckt sich mit den Werten, die am Einzelrohr gemessen wurden. Der bei diesem Kühlluftdurchsatz erforderliche Überdruck ist für alle Kühler gleich, da an dem Kühleraufbau und an den Kühlrippen nichts geändert wurde. Wenn beim Steigflug ein Druck von 200 mm WS für den Kühlluftdurchfluß durch den Kühler vorhanden ist, dann beträgt der Luftdurchsatz etwa 3650 kg/h ; für gleiche Kühlluftverhältnisse verhält sich die Ölwärmeabfuhr wie 1 zu 1,30 zu 1,51. In Zahlentafel 1 sind die wichtigsten Werte der drei Kühler für ein und denselben Betriebspunkt zusammengestellt. Die an sich schon hohe relative Kühllufterwärmung konnte von 0,36 über 0,47 auf 0,54 gesteigert werden. Diese Werte zeigen die abnorme Ausnutzung der Kühlluft bei nur 200 mm Kühltiefe. Die bisherigen Luftröhrenölkühler haben eine relative Kühllufterwärmung von 0,20, höchstens aber 0,30.

Im vorliegenden Falle war die Aufgabenstellung so, daß eine für die Tropen ausreichende Steigerung der Kühlleistung gewünscht wurde, ohne das Einbauvolumen, den Luftdurchsatz und die Ölumlaufmenge zu ändern. Dies konnte nur durch eine Verbesserung des ölseitigen Wärmeüberganges erfolgen. Um z. B. eine 40proz. Erhöhung der Wärmeabfuhr zu erzielen, mußte der ölseitige Wärmeübergang um über 100% gesteigert werden.

Der Kühler ist bei einer Konzession an den Luftdurchsatz bei gleichem Volumen in seiner Kühlwirkung noch zu

⁵⁾ Mein Mitarbeiter Dipl.-Ing. Goll hat durch Konstruktionsvorschlüge und Tatkraft an dieser Lösung Anteil.

Zahlentafel 1.

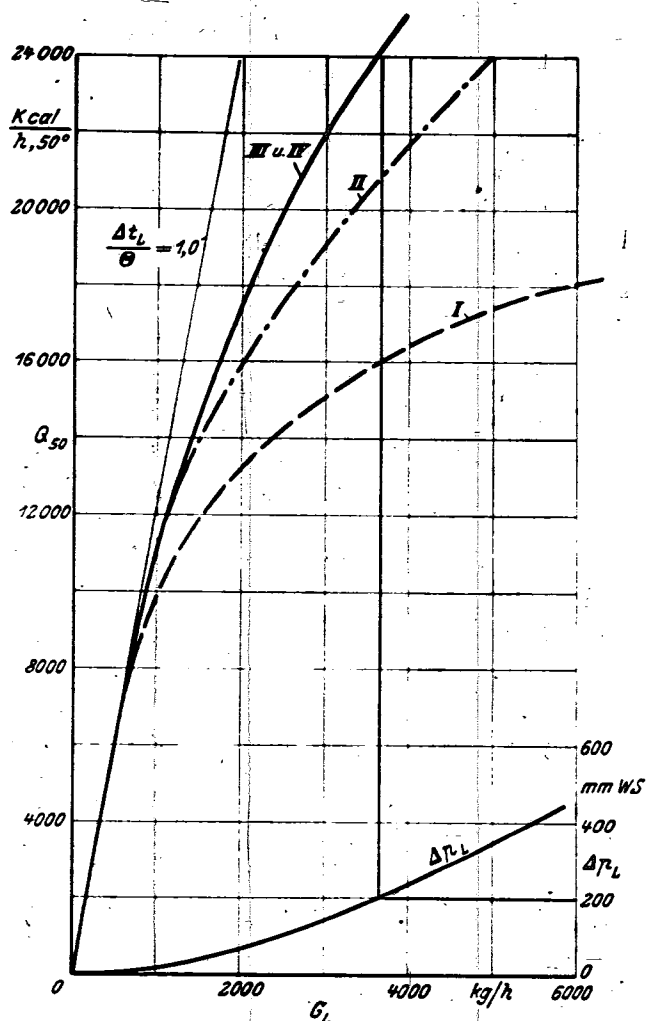


Bild 16. Die abgeführte Wärmemenge Q_{50} und der kühlluftseitige Druckabfall Δp_L für eine Kühlerhälfte in Abhängigkeit von der kühlluftmenge G_L für verschiedene Rippenrohrkühler (s. Zahlentafel 1) bei Tropenverhältnissen.

verbessern. Die runden Rohre, nur etwas flach gedrückt, setzen den Kühlluftwiderstand wesentlich herab, erhöhen damit den Luftdurchsatz und den luftseitigen Wärmeübergang. Versuche haben gezeigt, daß bei dem gleichen Druckabfall von 200 mm WS der Luftdurchsatz von 3650 auf 5000 kg/h steigt. Hierdurch wird die Wärmemenge Q_{50} auf etwa 28000 kcal/50° h verbessert. Noch bessere Wirkung kann erzielt werden, wenn die Rippenhöhe des Rundrohres im Verhältnis zum Rohrdurchmesser vergrößert und der ölseitige Wärmeübergang durch Einsatz Nr. 4 entsprechend gesteigert wird. Luftseitig sind auch hierbei die Verluste bei der Umwandlung von Geschwindigkeitsenergie in Druckenergie nicht so groß wie bei den jetzigen Rohren mit den verhältnismäßig niedrigen Rippen.

Die Untersuchungen am Höhenprüfstand ergaben grundsätzlich die erwarteten Ergebnisse. In Bild 17 und 18 sind die gemessenen Q_{50} -Werte in Abhängigkeit des kühlluftdurchsatzes wiedergegeben. Als Parameter erscheint die Flughöhe. Die jeweiligen Betriebsverhältnisse sind aus den ergänzenden Angaben zu ersehen. So ist z. B. in Bild 17 für eine Flughöhe von 5 km Höhe bei 200 mm WS Kühlluftdruckabfall der Luftdurchsatz wegen der geringeren Dichte nur noch 2450 kg/h, wobei der Öldruckabfall auf 1,3 kg/cm² gestiegen ist, weil der Einfluß der niedrigen Kühllufttemperatur, wie die Messungen am Einzelrohr gezeigt haben, sich durch die Erhöhung der Ölzähigkeit in Wandnähe auswirkt. Die Wärmeabfuhr Q_{50} beträgt 11500 kcal/h 50°, und die relative Kühlfluterwärmung ist auf 0,38 abgefallen. Selbst bei konstanter Wärmezufuhr vom Motor

1	Rippenrohrkühler Nr.	I	II	III	IV
2	gesamte Rohrzahl	60	60	60	60
3	Anzahl der parallelgeschalteten Rohre	10	30	15	30
4	Ölmenge kg/h	1750	1750	1750	3500
5	Ölaustrittstemperatur aus Kühler °C	85	85	85	85
6	mittlere Ölgeschwindigkeit m/s	1,2	0,4	0,8	0,8
7	Δp_{01} kg/cm ²	1,4	0,6	2,1	1,2
8	Kühlluftmenge kg/h	3650	3650	3650	3650
9	Δp_L mm WS	200	200	200	200
10	Kühlfluteintrittstemperatur °C	40	40	40	40
11	α_L [kcal / m ² h°]	1050	1050	1050	1050
12	α_{01} [kcal / m ² h°]	360	610	760	760
13	$\alpha_{01}(\alpha_{01})$	1,00	1,69	2,11	2,11
14	Q_{50} [kcal / h 50°]	16100	20800	24200	24200
15	Q_{50}/Q_{50r}	1,00	1,30	1,51	1,51
16	Δt_L Kühlfluterwärmung °C	18	23,3	27,1	27,1
17	Θ = Temperaturunterschied $t_{m01} - t_{L1}$ °C	50	50	50	50
18	$\Delta t_L / \Theta$ relative Kühlfluterwärmung	36,0	46,7	54,3	54,3
19	Kühlfläche ölseitig	Ohne E.	E. Nr.10	E. Nr.10	E. Nr.10

reicht diese Kühlung aber noch aus. In Bild 19 wird diese Abhängigkeit von der Höhe veranschaulicht.

Erstens ist die Änderung der Temperaturdifferenz Θ über der Höhe aufgetragen, und zwar für Tropen- wie für INA-Verhältnisse. Die Tropentemperaturen sollen im Mittel 25° C über denen der INA-Werte liegen (in Bodennähe sogar 35° C). Die geringen Temperaturerhöhungen der Kühlluft, hervorgerufen durch Flugstau und Lüfterwirkung, sind nicht berücksichtigt. Zweitens wurden die Q_{50} -Werte, die beim Steigflug mit konstantem Staudruck sich ergeben würden, über der Flughöhe angegeben. Das Produkt aus Θ und Q_{50} ergibt die gesamte abführende Kühlwärme. Für Tropenverhältnisse ist die Schwierigkeit der Wärmeabfuhr bei kleinen Temperaturdifferenzen in Bodennähe am größten^{*)}. Für eine mittlere Öltemperatur von 100° C führt der Kühler bis zu einer Höhe von 10 km mehr Wärme ab als in Bodennähe. Bei größeren Temperaturdifferenzen, wie sie bei INA-Verhältnissen herrschen, sind die Bodenwerte günstiger. Hierbei würde etwa die Öltemperatur am Motoreintritt von 85 auf 65° sinken, oder bei einer Kühlfluterwärmung käme man mit einem bedeutend kleineren Luftdurchsatz aus.

VI. Der Einfluß des Klimas auf die vom Motor anfallende Ölwärme.

Beim Entwurf einer Kühlanlage ist auf den Einfluß des Klimas Rücksicht zu nehmen, da die vom Motor anfallende Ölwärme sehr stark klimaabhängig ist.

Bei Standversuchen wurden an vielen Motoren zahlreiche Ölwarmemengen-Messungen durchgeführt. Die Messungen wurden bei verschiedenen Tagestemperaturen, aber bei konstanter Drehzahl und konstantem Ladedruck ermittelt. Die einzelnen Werte streuten sehr (bis zu 20%). Trotzdem hatte der Mittelwert eine eindeutige Tendenz. Die ermittelten Ölarmen in Abhängigkeit der Kühlfluteintrittstemperatur

^{*)} Th. Helmholtz, Der Einfluß der Flughöhe auf die Flugmotorenkühlung. Luftf.-Forsch. Bd. 15 (1938), S. 361.

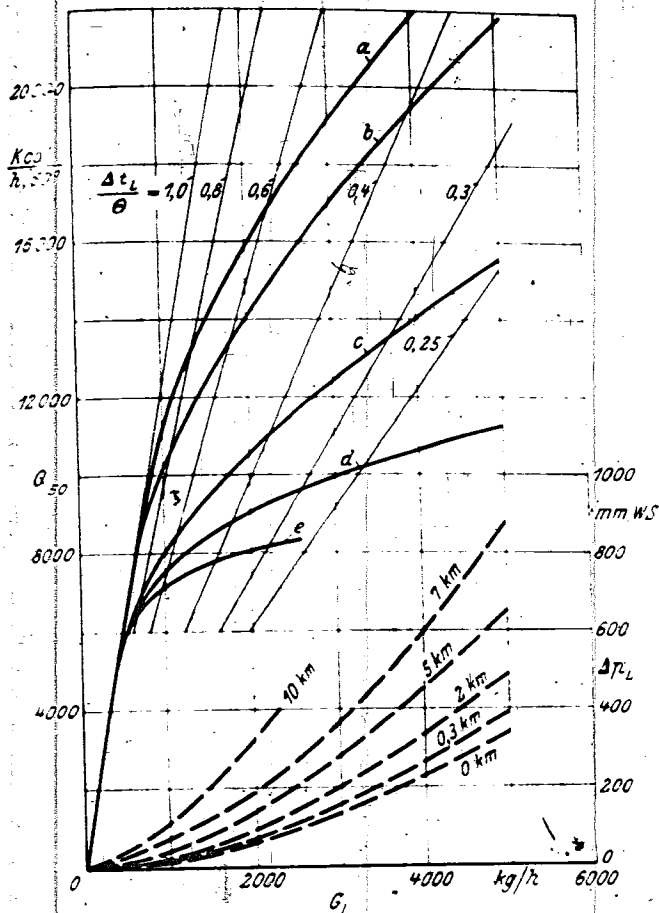


Bild 17. Die abgeführte Wärmemenge Q_{50} und der kühlflüssige Druckabfall Δp_L für eine Kühlerhälfte in Abhängigkeit von der Kühlluftmenge G_L für den dreieckigen Rippenrohrkühler mit Einsätzen Nr. 10 bei verschiedenen Flughöhen. Öldurchflußmenge $G_{ol} = 1750 \text{ kg/h}$.

- | | | | |
|----|-------------|-------------------------------|---|
| a) | 0 km Tropen | $t_{L1} = 40^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 0,6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |
| b) | 0 km INA | $t_{L1} = 45^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 0,7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |
| | 2 km INA | $t_{L1} = 2^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |
| c) | 5 km INA | $t_{L1} = 17,5^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 1,3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |
| d) | 7 km INA | $t_{L1} = 30,5^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 1,8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |
| e) | 10 km INA | $t_{L1} = 50^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 3,5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |

und bei verschiedenen Öleintrittstemperaturen sind in Bild 20 aufgetragen. Der Verlauf dieser Kurven, deren äußere Werte extrapoliert sind, hängt ursächlich mit der Entstehung der Ölwärme zusammen. Die anfallende Ölwärme, die während des Schmiervorganges sich entwickelt, ist verhältnismäßig gut erfassbar. Rechnet man bei einer Drehzahl von 2400 U/min (Steigflug) mit einem mittleren Reibungsdruck von etwa $0,8 \text{ kg/cm}^2$, so entspricht diesen Verhältnissen für einen 421-Motor eine Reibungswärme von 60 000 kcal/h. Diese Reibungswärme setzt sich zusammen aus Kolbenreibung, Lagerreibung (auch Zahnräder, Hilfsantriebe und Ventile) und zu einem nicht geringen Teil auch aus Bremsreibung des Kurbeltriebs im ölgefüllten Motorgehäuse. Bei INA-Verhältnissen werden im Steigflug fast 50% der entstehenden Reibungswärme unmittelbar durch die Zylinder- und Motorgehäusekühlung abgeführt. Die Zylinder- und Motorgehäusekühlung ist bei luftgekühlten Motoren abhängig von der Kühlluftmenge und vom Flugzustand, d. h. von der Größe der Kühlluftgeschwindigkeit. Bei den oben angegebenen Standmessungen wurde die Kühlluftgeschwindigkeit nur vom Bremspropeller und dem Lüfter erzeugt. Im Fluge treten naturgemäß höhere Kühlluftgeschwindig-

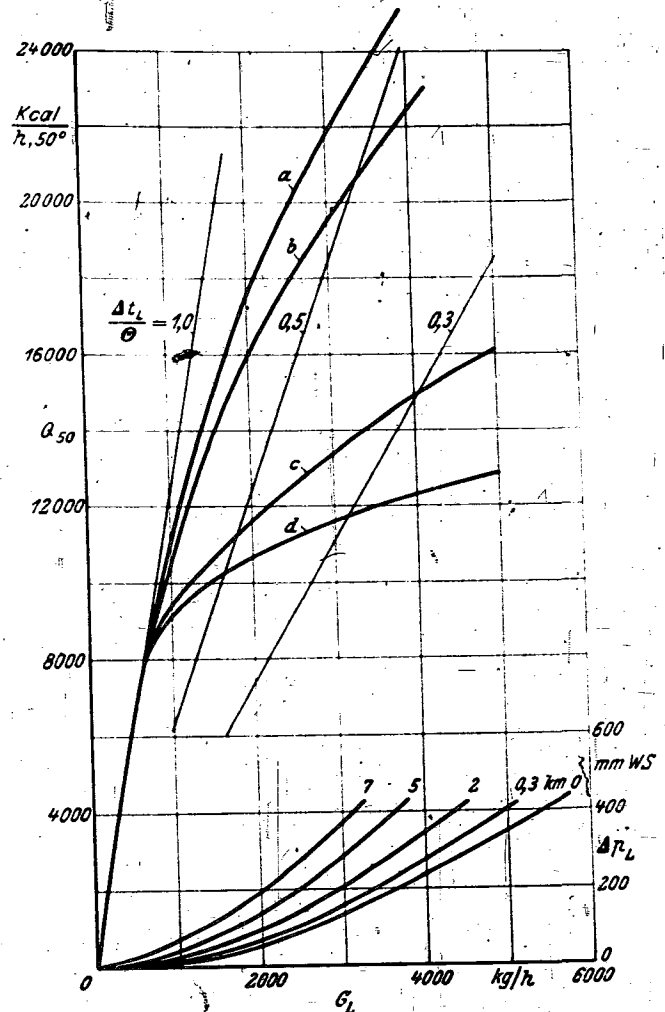


Bild 18. Die abgeführte Wärmemenge Q_{50} und der kühlflüssige Druckabfall Δp_L für eine Kühlerhälfte in Abhängigkeit von der Kühlluftmenge G_L für den dreieckigen Rippenrohrkühler mit Einsätzen Nr. 10 bei verschiedenen Flughöhen. Öldurchflußmenge $G_{ol} = 1750 \text{ kg/h}$.

- | | | | |
|----|--------------|---------------------------------|---|
| a) | 0 km Tropen | $t_{L1} = 35^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 2,1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |
| b) | 0 - 2 km INA | $t_{L1} = 15 - 2^\circ\text{C}$ | |
| c) | 5 km INA | $t_{L1} = 17,5^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 3,5 - 4,5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |
| d) | 7 km INA | $t_{L1} = 31,5^\circ\text{C}$ | $1 \text{ psi} = 5 - 6,5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ |

keiten auf. Darum ist es auch erklärbar, daß z. B. in 6 km Höhe, also schon bei -24°C , die Zylinderlaufbüchsen und das Motorgehäuse mit ausgeschalteten Ölkühlern bei 100% Motoreintrittstemperatur die anfallende Ölwärme restlos abführen.

Die anfallende Ölwärme entsteht aber nicht allein durch Reibungsenergie. Die durch den Verbrennungsvorgang beheizten Bauelemente, wie Kolbenboden und Zylinderlaufbahn, führen auch an das Öl Wärme ab. Diese Ölwärme ist nicht leicht erfassbar.

An den Zylinderlaufbahnen wird das Öl nur aufgeheizt, wenn dieser Teil heißer ist als das Öl. Der Kolbenboden ist wohl bei allen Motorarten höher temperiert als das Schmieröl. Man versteht das Kolbeninnere mit Rippen, wodurch die Wärmeabgabe an das Öl gesteigert wird, solange am Kolbenboden sich keine dicke Ölschicht bildet.

Die Reibungswärme und die Kühlung der wärmebelasteten Teile durch das Öl ergeben zusammen die Ölwärme, und nun hängt es ganz von den Kühlungsverhältnissen des Motors ab, wie groß der Rest der Ölwärme ist, der im Ölkühler abgeführt werden muß. Einen zusätzlichen Betrag führen noch die Ölleitungen und der Öltank ab, soweit diese Teile nicht isoliert sind.

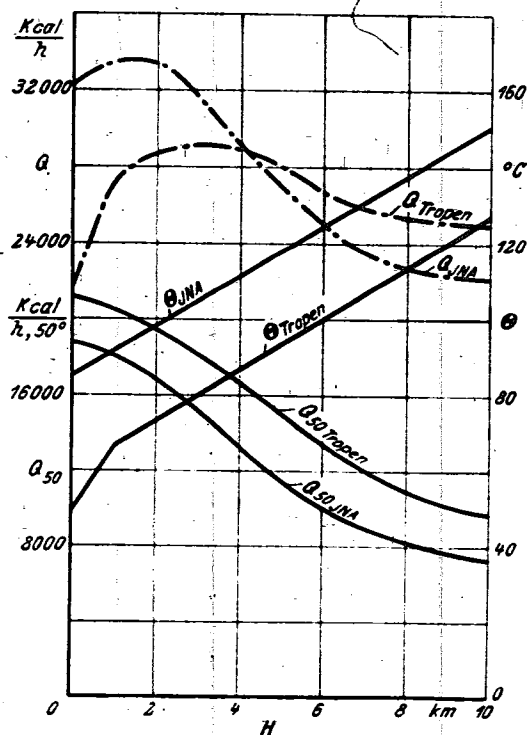


Bild 19. Die Wärmemenge Q_{ges} , die gesamte Wärmemenge Q und die Temperaturdifferenz Θ in Abhängigkeit von der Flughöhe bei Tropen- und INA-Verhältnissen für eine Kühlerhälfte.

Einkehriger Rippenrohrkühler mit Einsätzen Nr. 10,
Öldurchflußmenge $G_{öl} = 1750 \text{ kg/h}$,
Steigflug bei $p_L = 200 \text{ mm WS}$,
Mittlere Öltemperatur im Kühler $t_{möl} = 100^\circ \text{C}$,
Motordrehzahl $n = 2400 \text{ U/min}$.

Ist das Öl niedrig temperiert, z. B. 60°C , dann kann man aus den Werten von Bild 20 entnehmen, daß die vom Ölkühler abzuführende Wärmemenge um den Betrag von 15000 kcal/h höher ist als die Wärmemenge, die beim Betrieb mit 95°C Öleintrittstemperatur entsteht, obwohl der Ölumlaufl im Motor wegen des dünneren Öles um 30% zugenommen hat. Das Öl muß also, während es vom Kolben an die Laufbahn gespritzt wird, heißer als die Laufbahn sein, und das ist um so mehr der Fall, je höher die Öltemperatur im Gehäuse ist. Eine Erhöhung der Öltemperatur im Motor bringt zwar eine erhöhte Wärmeabfuhr durch die Motorteile mit sich, aber sie erhöht auch gleichzeitig das Temperaturniveau dieser Bauteile. Das geht bis zu einer gewissen Grenze, denn erstens werden die Laufeigenschaften des Leichtmetallkolbens mit höheren Kolbentemperaturen und mit geringerer Zähigkeit des Öles herabgesetzt, der Kolben neigt zum Fressen, und zweitens wird durch eine zu hohe Kolbentemperatur das Kraftstoffklopfen begünstigt und die Füllung des Motors verschlechtert. Abgesehen von der höheren Belastung des Kolbens in der Zylinderlaufbahn ist bei beschußsicheren Öltanks die Isolationsmasse nur bis zu einer bestimmten Temperatur haltbar. Diesen schädlichen Einfluß könnte man aber durch die Anordnung des Kühlers in den Nachlauf beseitigen. Der Unterschied zwischen der Öltemperatur aus dem Kühler und der Öltemperatur aus dem Motor beträgt im Mittel 50°C . Bei einer Kühleraustrittstemperatur von 85°C fließt das Öl nur mit 120°C in den Öltank, weil verschiedene andere Ölmengen, wie die vom Apparatteil oder die von der Ventilsteuerung, mit niedrigeren Temperaturen zufließen.

Es wird die Notwendigkeit beleuchtet, die Wärmeabfuhr vom Kolben unmittelbar an die Zylinderlaufbahn zu bewerkstelligen. Das geht bei luftgekühlten Motoren besonders gut, da durch geeignete Werkstoffe und günstige Formgebung der Kühlrippen an der Laufbüchse die Zylinder-schafttemperaturen durch diese unmittelbare Luftkühlung unter der Temperatur des siedenden Wassers gehalten werden kann. Bei wassergekühlten Motoren ist dies schwieriger,

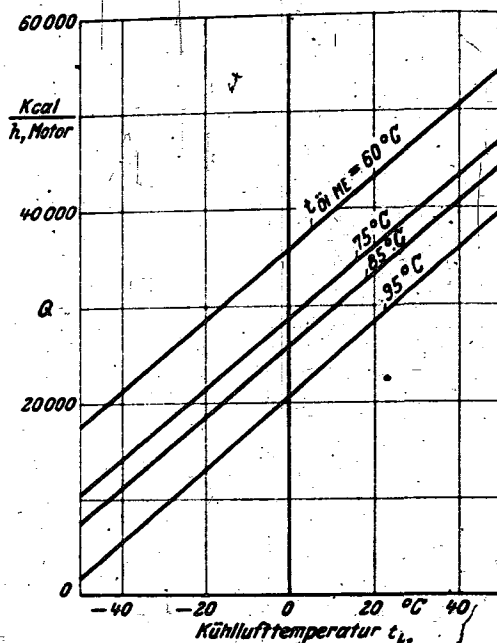


Bild 20. Die vom Motor anfallende Ölwärme Q in Abhängigkeit von der Lufttemperatur bei verschiedenen Öltemperaturen am Motoreintritt für eine Motordrehzahl $n = 2400 \text{ U/min}$.

weil hierbei ein getrenntes Kühlsystem erforderlich wäre. Aus Bild 20 geht hervor, daß bei einer Kühllufttemperatur von 15°C die abzuführende Ölwärme bei 85°C Öltemperatur den Betrag von 31000 kcal/h erreicht. Die vom Kühler abführbare Wärmemenge ist aber bei INA-Verhältnissen (s. Bild 19) für eine Kühlerhälfte schon größer, nämlich 32000 kcal/h . Diese Ölwärmeabfuhr wächst auf über 37000 kcal/h an durch die Notwendigkeit, jetzt die gesamte Ölmenge von 2 mal 1750 kg/h nur durch eine Kühlerhälfte strömen zu lassen. Der Öldruck steigt zwar hierbei auf den doppelten Wert, doch ist dieser Druck nicht zu hoch, da der fünfkehrige Kühler ohne Einsätze mit dem rd. vierfachen Öldruck als betriebssicher gilt. Da außerdem noch ein Unterschied besteht zwischen den Werten der Standversuche und denen der Flugversuche, ist der Betrag der abzuführenden Wärmemenge beim Steigflug (INA-Verhältnisse) nur etwa 25000 kcal/h groß (24000 kcal/h wurden aus Flugversuchen ermittelt). Das heißt für Arktis- bis INA-Sommervershältnisse ist nur eine Kühlerhälfte erforderlich und erst beim Fliegen in den Tropen die zweite Kühlerhälfte gegebenenfalls erwünscht. Hier könnte die Kühleranordnung unmittelbar nach Motorausstritt noch eine Verbesserung bringen. Für niedrigere Temperaturen als die der INA-Werte ist damit eine Kühlerhälfte schon überbemessen. Es ist nun aber sehr schwer, eine Kühlerverkleidung zu schaffen, die genügend genau regulierbar ist und schließlich auch dicht halten kann. Diesen Tatsachen ist Rechnung zu tragen und gegebenenfalls auf eine Luftregulierung zu verzichten. Die Öltemperatur sinkt dann stark ab, und der erforderliche Öldruck steigt sehr an. Als höchster Ölkühlerdruck wurden 15 kg/cm^2 , bedingt durch die Anschlußschläuche und die Ölpumpe, zugelassen. Die Armaturen und die Pumpen haben bei diesem Druck noch ausreichende Sicherheit. Der Kühler selbst ist diesem Druck, ohne Formänderung zu zeigen, gewachsen. Die Ölröhre halten ein Vielfaches dieses Druckes aus. Schwierigkeiten bereiteten die Kühlerböden und die Dichtung zwischen Deckel und Grundplatte.

VII. Freidruckeigenschaften der Rippenrohrkühler.

Aus Betriebssicherheitsgründen muß der Kühler für die Temperatur, bei der ein entsprechendes Maß von Kühlwirkung noch vorhanden sein soll, öldrucklässig sein. Der Kühler ist ohne Auftaukammern gebaut worden und ist bei höchstens 15 kg/cm^2 Öldruck freidruckbar. Im Laboratorium wie im Flugbetrieb wurden die Freidruckversuche

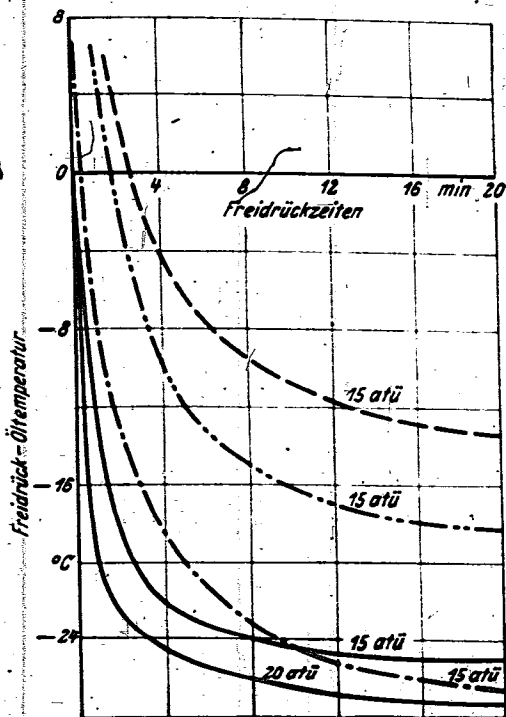


Bild 21. Die Freidrückzeiten in Abhängigkeit von den Ölkühlertemperaturen bei verschiedenen Öldrücken für Rippenrohrkühlernanlage:

- I ——— parallelgeschalteter einkhehriger Kühler mit Einsatz Nr. 10.
- II - - - - - parallelgeschalteter dreikhehriger Kühler mit Einsatz Nr. 10.
- III ····· parallelgeschalteter fünfkhehriger Kühler ohne Einsatz.
- IV hintereinandergeschalteter fünfkhehriger Kühler ohne Einsatz.

durchgeführt. Die Prüfstandsversuche wurden der Wirklichkeit sehr angeglichen. In eine Wanne, die mit Petroleum gefüllt war, wurden die zwei Kühlerhälften gelegt. Die Kühler waren parallel- bzw. hintereinandergeschaltet und an eine Öldruckleitung angeschlossen. Die Temperaturen im Kühler wurden durch Thermoelemente gemessen. Dem Petroleumbad wurde in regelmäßigen Zeitabständen Kohlendioxid beigegeben. Die Temperatur des Bades konnte sehr genau eingehalten werden. Die verdampfende Kohlendioxid erzeugte eine sprudelnde Bewegung des Petroleum. Die Kühlung war intensiv und vermutlich viel wirksamer als in einer luftseitig geschlossenen Kühlerhaube. Wenn die Temperatur des Öles längere Zeit den gewollten Wert gehalten hatte, dann wurde das Ventil der Öldruckleitung geöffnet, und heißes Öl drückte mit einem vorgesehenen Druck das gestockte Öl aus dem Kühler. Das nachdrückende heiße Öl wurde natürlich sehr schnell abgekühlt. Das Nachfließen des Öles wurde immer stärker, und zu einer bestimmten Zeit war der Kühler für den Durchfluß bei weiterer intensiver Außenkühlung frei. Die gemessenen Werte sind in Bild 21 aufgetragen. Ein -24°C kalter Rippenrohrkühler mit Einsätzen und einer Kehre ist nach diesen Messungen bei einem Öldruck von 15 kg/cm^2 innerhalb 8 min freidrückbar. Die Kurve III zeigt die entsprechenden Werte für einen parallelgeschalteten fünfkhehrigen Rippenrohrkühler ohne Einsätze. Dieser Kühler ist in sehr zahlreichen Flugversuchen untersucht worden. Er kann als hinreichend betriebssicher angesehen werden, so daß alle darüberliegenden Werte ebenfalls betriebssicher sind. Da der Motor schon bei -24°C Außentemperatur auf die Kühlwirkung des Ölkühlers verzichten kann, liegt eine Gefährdung des Motors bei niedrigeren Außentemperaturen durch einen eingefrorenen Kühler nicht vor. Die Praxis hat das bestätigt.

Um eine Übersicht zu geben, wurden auch die Freidrückwerte von anderen Rippenrohrkühlern in Bild 21 eingetragen. Die Kurve IV gibt den Freidrückverlauf eines fünfkhehrigen hintereinandergeschalteten Ölkühlers ohne Einsätze an.

Diese Schaltung hat sich nicht bewährt. Dieser Kühler ist mit 15 kg/cm^2 selbst bei -14°C nicht mehr freidrückbar.

Die Kurve II zeigt die Werte für einen parallelgeschalteten dreikhehrigen Kühler mit Einsätzen. Wenn für Sonderfälle dieser Kühler erforderlich ist, dann kann man durch ein entsprechend gesteuertes Überströmventil zwischen Öleintritt und zweiter Kehre für das Freidücken die Wirkung eines einkhehrigen Kühlers bewerkstelligen. Das Öl würde zunächst unter Überwindung des Überströmventils durch das dritte und vierte Rohrbündel fließen. Die erheblich erwärmte Kühlluft, die im Gegenstrom strömt, erwärmt das gestockte Öl des ersten und zweiten Rohrbündels, erniedrigt den Öldurchflußwiderstand derart, daß er kleiner wird als der Widerstand des Überströmventils, und zwingt das Öl, den Kühler voll zu durchfließen.

VIII. Vergleich verschiedener Kühlsysteme.

Bevor eine eigene Ölkühlerentwicklung betrieben wurde, versuchte man natürlich zunächst, die bis dahin bewährten Luftrohrkühler zu verwenden. Es zeigte sich, daß für den zur Verfügung stehenden Raum alle bekannten Kühler nicht ausreichten. Wegen der Gestalt des Raumes war der gelötete Kupferkühler nicht genügend druckfest zu machen, und die Formsteifigkeit war zu gering. Außerdem wurde das Verlangen nach sparstoffarmen Kühlern immer dringender. Wegen der Formsteifigkeit und der Druckfestigkeit wurde dem Leichtmetall-Ölrohrkühler der Vorzug gegeben und in dieser Richtung eine eigene Ölkühlerentwicklung betrieben. Parallel zu dieser Entwicklung lief die der Ladeluftkühlung, die auch zu diesem Zeitpunkt auf Leichtmetallbasis umgestellt wurde. Die Wärmeübergangszahlen von unverrippen Rohren lagen durch die Ladeluftkühlerentwicklung vor. Obwohl wegen der Herstellung dem glatten Rohr zunächst der Vorzug gegeben wurde, zeigte es sich bald, daß für den beschränkten Raum ein Kühlrohr mit höherer Kühlwirkung entwickelt werden mußte. Außerdem war bei dem damaligen Stand der Technik die Unterbringung von mehr als 60 Rohren durch Einschrauben in die Kühlerplatte nicht möglich, weil weder das Leichtmetall-Löten noch das Einwalzen für die Serienfabrikation reif genug war. In Bild 22 sind die luftseitigen Wärmeübergangszahlen für glatte und verrippte Röhren angegeben. Selbst für den Fall, daß man in den Raum eines Rippenrohres zwei Rohre von gleichem Innendurchmesser unterbringen konnte, mußte der Glattrohrkühler bedeutend schlechter sein. Später wurde auf Drängen der Werkstatt ein Glattrohrkühler mit

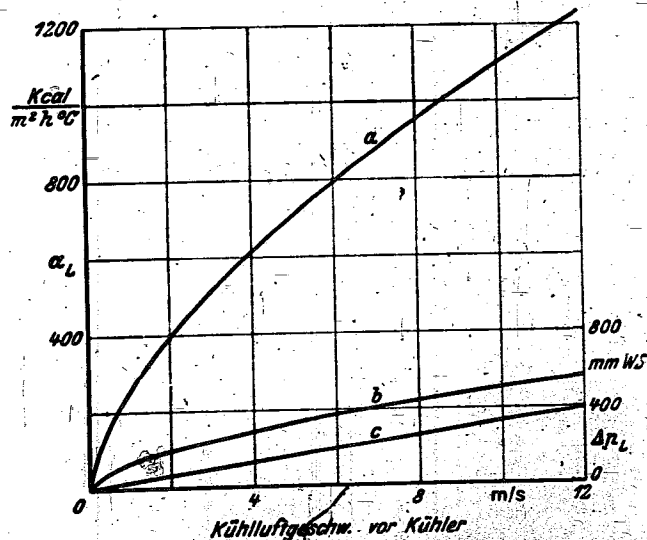


Bild 22. Die Wärmeübergangszahl α_L und der entsprechende luftseitige Druckabfall im Kühlerblock für ein verripptes und ein glattes Rohr in Abhängigkeit von der Kühlluftgeschwindigkeit.

$p_{11} = 720\text{ mm WS}$ $t_{21} = 10^{\circ}\text{C}$

a) $\alpha_{L, \text{ver}} 8\text{ mm Dmr. Rippenrohr}$, b) $\alpha_{L, \text{glat}} 6\text{ mm Glattrohr}$, c) Δp_L .

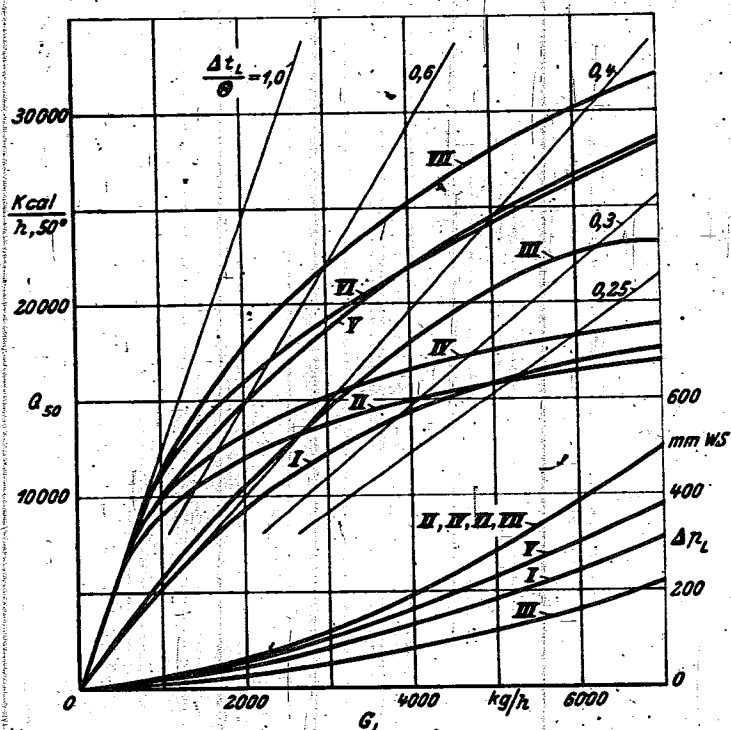


Bild 23. Gegenüberstellung der Wärmeabgabe und des Kühlluftdruckgefälles einer Kühlerhälfte verschiedener Kühlsysteme bei Tropenverhältnissen in Abhängigkeit vom Kühlluftdurchsatz.

Kühlluftzustand vor dem Kühler $p_b = 720 \text{ mm HgS}$, $t_{L1} = 35$ bis 40°C .
Ölzustand nach dem Kühler $G_{01} = 1750 \text{ kg/h}$, $t_{02} = 85^\circ \text{C}$.

- I. Leichtmetall-Glattröhrkühler mit 104 Rohren zu 10 mm Dmr.,
- II. Leichtmetall-Glattröhrkühler mit 234 Rohren zu 6 mm Dmr.,
- III. Weich gelöteter Kupferluftrohrkühler,
- IV. Leichtmetall-Rippenrohrkühler, 60 Rohre, 5 Kehren,
- V. Leichtmetall-Rippenrohrkühler mit Einsatz Nr. 6, 48 Rohre, 3 Kehren,
- VI. Leichtmetall-Rippenrohrkühler mit Einsatz Nr. 10, 60 Rohre, 1 Kehre,
- VII. Leichtmetall-Rippenrohrkühler mit Einsatz Nr. 10, 60 Rohre, 3 Kehren.

104 Rohren statt mit 60 Rippenrohren gebaut. Diese Rohre wurden eingewalzt. Parallel hierzu wurde ein zweiter Kühler mit Ladeluftkühlröhrchen von 6 mm Dmr. hergestellt. Dieser Kühler hatte auf demselben Raum 234 Rohre. Die 234 Rohre wurden in eine 12 mm dicke Platte eingelötet. Die Lötung, die für den Ladeluftkühler entwickelt worden war, konnte nach Überwindung mancher Schwierigkeiten auch für diese dicken Platten angewandt werden⁸⁾.

In Bild 23 sind die Q_{50} -Werte aller dieser Kühler im Vergleich zu dem Rippenrohrkühler mit Einsätzen in Abhängigkeit der Kühlluft aufgetragen. Auf gleichem Raum und bei niedrigsten Öldrücken ist der Rippenrohrkühler mit Einsätzen bei weitem der beste und außerdem der entwicklungs-fähigste. Bemerkenswert ist der Kühler V. Es ist ein Rippenrohrkühler mit dem Einsatz Nr. 6 (s. Bild 14). Vor drei Jahren wurde erwogen, diesen Kühler serienmäßig herzustellen, er wurde aber wegen der kalkultierten teuren Herstellung fallen gelassen. Betriebssicher waren alle bis

⁸⁾ Mein Mitarbeiter, Ing. Gg. Hofmann, hat diese schwierige Aufgabe gelöst.

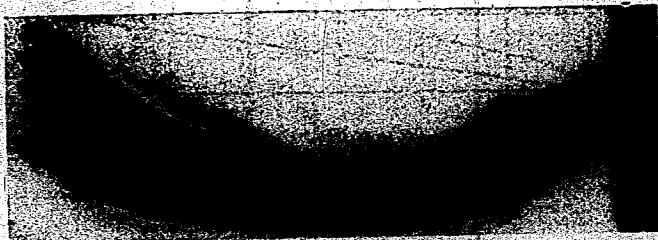


Bild 24. Luftrohrkühler III; Werkstoff: Kupfer, weich gelötet. Ungenügende Formstetigkeit und Druckfestigkeit.

auf den gelöteten Luftrohrkühler III, Bild 24. Die größte Kühlwirkung hat der dreikehrige Rippenrohrkühler mit Einsätzen, er hat den höchsten Öldruck. Alle Werte gelten für Tropenverhältnisse in Bodennähe.

Um Mißverständnisse zu vermeiden, sei gesagt, daß der Luftrohrkühler, um betriebssicher zu sein, heute mit Auftauksammern und kräftigen raumbrauchenden Versteifungsrahmen versehen wird. Die wärmeübertragende Fläche wird durch solche Maßnahmen verkleinert, und so kommt es, daß z. B. für den 801-Motor ein betriebssicherer Luftrohrkühler die dreifache Kühlluftmenge erfordert als der Kühler VII, um die gleiche Ölwärme abzuführen.

Die Streuungen in der Wärmeabfuhr sind bei den Ölkühlern sehr groß. Sie werden hervorgerufen durch die starke Abhängigkeit der Ölzähigkeit von der Temperatur; und sie sind durch Erhöhung der Formstetigkeit und durch Vermeidung örtlichen Stokens des Öles klein zu halten. Man kann nicht jeden Kühler nach der Herstellung auf »Herz und Nieren« prüfen. Ein Kühlsystem muß unbedingt nach den niedrigst auftretenden Werten beurteilt werden.

Ein Ölröhrkühler kann z. B. fast ohne Streuungen arbeiten, wenn man das Öl im Gleichstrom statt im Gegenstrom zur Luftströmung fließen läßt. Am Kühlereintritt kompensiert die hohe Öltemperatur den Einfluß der niedrigen Kühllufttemperatur, und am Austritt wird der Einfluß der niedrigen Öltemperatur durch die angewärmte Kühlluft abgeschwächt. Diese Maßnahme kostet 4% der Kühlleistung, vermeidet aber Streuungen bis zu 10%.

IX. Betrachtungen über den Gütegrad der Kühleranlage.

Die Bestrebungen einer einheitlichen Bewertung einer Kühleranlage finden ihren Niederschlag in der sog. Gütegradformel. Sie lautet für europäische Verhältnisse:

$$\text{Gütegrad } G = \frac{B}{M + (A + 20 - t_L) \cdot C}$$

Darin ist

- B die höchstzulässige Schmierstofftemperatur, Motoreintritts- oder -austrittstemperatur,
 - M die entsprechende gemessene Schmierstofftemperatur,
 - A die INA-Temperatur,
 - t_L die gemessene Lufttemperatur,
 - C ein Faktor, der für luftgekühlte Motoren mit 1 einzusetzen ist und für wassergekühlte Motoren mit 0.8.
- Für Tropenverhältnisse ist statt der 20 eine 30 einzusetzen.

Die vorliegende Arbeit gibt eine Übersicht über die mannigfaltigen Einflüsse, denen eine Kühleranlage unterliegt. Zu den verschiedenen Auswirkungen des Klimas kommt noch weiter hinzu, daß die vom Motor anfallende Ölwärme um 20% streut, daß dieselbe Motoranlage in verschiedenen Zellsystemen starke Unterschiede in der Wärmeabfuhr zeigt, und drittens fallen die Ölkühler nicht gleichmäßig aus. Selbst ein und derselbe Kühler, in Reinkultur am Prüfstand untersucht, ergibt z. B. bei Ölröhrkühlern Streuungen bis zu 10%, die mit sinkender Temperatur noch stärker anwachsen. Bei Luftrohrkühlern gibt es noch größere Überraschungen, weil hier das Öl nicht so zwangsläufig geführt wird. Bei Ölkühlern ist man nicht immer sicher, welche Ölmengen vom Tank direkt zum Motor fließen und welche zunächst erst durch den Kühler strömen. Das verursacht bei den einzelnen Motoranlagen eine weitere Streuung der Meßwerte der Motoreintrittstemperatur.

Problematisch ist der Begriff höchstzulässige Schmierstofftemperatur. In die Formel kann man wahlweise die höchste Motoreintrittstemperatur oder -austrittstemperatur einsetzen. Der gleiche Grad der Bewertung für beide Temperaturen ist gegenüber den Erfahrungen der Praxis auf-fallend.

Man ist bemüht diese Formel auszubauen und dem physikalischen Mechanismus durch eine erweiterte Formel Rechnung zu tragen. Da man die verschiedenen Abhängigkeiten, die allein schon durch das Klima bedingt sind, besten-

falls nur für eine bestimmte Motoranlage mühevoll durch Gleichungen befriedigen kann, muß man die obige Gütegradformel mit größter Vorsicht anwenden.

X. Zusammenfassung.

Der vorliegende Bericht ist eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse über theoretische und versuchstechnische Arbeiten der Schmierstoffkühlung, die in der Zeit von 1937 bis 1942 in der Abteilung Thermodynamik und Sonderkonstruktionen der BMW-Flugmotorenbau G. m. b. H., München, durchgeführt wurden. Von Bedeutung ist die hohe Steigerung der Wärmeübertragung zunächst durch Verwendung von gekrümmten Rippenrohren, später durch Verwendung gleicher Rohre mit Einsätzen. Bei übereinstimmendem Raumbedarf konnte die Wärmeabfuhr an Ölkühlern um über 50% gesteigert werden, wobei die Betriebssicherheit noch erhöht werden konnte und die Serienfabrikation durchführbar ist.

XI. Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen.

$\alpha_L \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}^\circ} \right]$	= luftseitige Wärmeübergangszahl,
$\alpha_{\text{öl}} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}^\circ} \right]$	= ölseitige Wärmeübergangszahl,
$r_a \text{ [m]}$	= äußerer Grundradius des Rippenrohres,
$r_i \text{ [m]}$	= innerer Radius des Rippenrohres (halbe lichte Weite),
$r_m \text{ [m]}$	= mittlerer Rohrradius,
i	= Anzahl der Rohre,
$L \text{ [m]}$	= Rohrlänge,
$F \text{ [m}^2\text{]}$	= bezogene Kühlfläche,
$t_{L1} \text{ [}^\circ\text{C]}$	= Temperatur der Kühlluft vor Kühler,
$t_{L2} \text{ [}^\circ\text{C]}$	= Temperatur der Kühlluft nach Kühler,
$\Delta t_L \text{ [}^\circ\text{C]}$	= Kühllufterwärmung,
$t_{\text{öl}1} \text{ [}^\circ\text{C]}$	= Temperatur des Öls vor Kühler,
$t_{\text{öl}2} \text{ [}^\circ\text{C]}$	= Temperatur des Öls nach Kühler,

$t_{\text{öl}m} \text{ [}^\circ\text{C]}$	= mittlere Öltemperatur,
$\Delta t_{\text{öl}} \text{ [}^\circ\text{C]}$	= Ölabbkühlung,
$t_{\text{öl}ME} \text{ [}^\circ\text{C]}$	= Öltemperatur am Motoreintritt,
$t_{m\text{öl}} - t_{L1} = \Theta \text{ [}^\circ\text{]}$	= Temperaturdifferenz,
$\Theta_1 \text{ [}^\circ\text{]} = t_{\text{öl}1} - t_{L1}$	= Temperaturdifferenz,
$\Theta_2 \text{ [}^\circ\text{]} = t_{\text{öl}2} - t_{L2}$	= Temperaturdifferenz,
$\Theta_m \text{ [}^\circ\text{]} = \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2}$	= Temperaturdifferenz,
$\Theta_{\text{Tropen}} \text{ [}^\circ\text{]} = t_{m\text{öl}} - t_{L1, \text{Tropen}}$	= Temperaturdifferenz,
$Q \left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}^\circ} \right] = k \cdot F \cdot \Theta_m = Q_{50} \frac{\Theta}{50^\circ}$	= gesamte Wärmeabfuhr einer Kühlerhälfte,
$k \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}^\circ} \right] = \frac{Q}{F \cdot \Theta_m} = \frac{1}{\frac{r_m}{\alpha_{\text{öl}} \cdot r_i} + \frac{r_m}{\alpha_L \cdot r_a}}$	= Wärmedurchgangszahl,
$\Delta t_L / \Theta$	= relative Kühllufterwärmung,
$\rho \left[\frac{\text{kg s}^2}{\text{m}^2} \right]$	= Dichte,
$\lambda \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m h}^\circ} \right]$	= Wärmeleitfähigkeit,
$\eta \left[\frac{\text{kg s}}{\text{m}^2} \right]$	= absolute Zähigkeit,
$\nu = \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$	= kinematische Zähigkeit,
$\Delta p_{\text{öl}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right]$	= Strömungsdruckabfall ölseitig,
$\Delta p_L \text{ [mm WS]}$	= Strömungsdruckabfall luftseitig,
$w_{\text{öl}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	= Ölgeschwindigkeit,
$w_L \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	= Kühlluftgeschwindigkeit vor dem Kühler,
$c_w = \frac{\Delta p_L}{\rho/2 w_L^2}$	= Widerstandsbeiwert der Rohranordnung,
$G_L \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$	= Kühlluftdurchsatz durch eine Kühlerhälfte,
$G_{\text{öl}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$	= Öldurchflußmenge durch eine Kühlerhälfte.

Die Wirkung des Stickstoffs in warmfesten austenitischen Stählen*).

Von Helmut Krainer und Karl Swoboda in Kapfenberg.

Bericht der Gebr. Böhler & Co., A.-G., Edelstahlwerke Kapfenberg.

Kurzer Überblick über mit Stickstoff legierbarer Stähle.
Die Phasenverteilung von Chrom-Nickel- und Chrom-Mangan-Stählen bei Anwesenheit von Stickstoff. Wirkung des Stickstoffs in austenitischen Chrom-Nickel- und austenitischen Chrom-Mangan-Stählen auf die Festigkeitseigenschaften bei Raumtemperatur und auf die Warm- und Dauerstandfestigkeit. Zusammenfassung.

Gliederung.

- I. Austenitische Chrom-Nickel-Stähle mit Stickstoffzusatz.
- II. Austenitische Chrom-Mangan-Stähle mit Stickstoffzusatz.
- III. Zusammenfassung.

Von stickstofflegierten Stählen kann nach F. Rapatz¹⁾ erst dann gesprochen werden, wenn der Stickstoffgehalt über 0,05% liegt. In stickstofffreien Stählen liegen die Stickstoffgehalte unter etwa 0,025%. Diese Grenze kann gleichzeitig als die Löslichkeitsgrenze des Stickstoffs in unlegierten Stählen angesehen werden. Um höhere Stickstoffgehalte zu erreichen ist es notwendig, dem Stahl Legierungselemente zuzusetzen, die eine höhere Affinität zum Stickstoff als das Eisen haben und lösliche Nitride bilden. Diese Bedingungen werden von den Elementen Chrom, Mangan und Molybdän erfüllt, wobei für praktische Zwecke das Molybdän seines hohen Preises wegen ausscheiden dürfte. Da die Löslichkeit des Stickstoffs in Chromstählen etwa $\frac{1}{100}$ bis höchstens $\frac{1}{3}$ des Chromgehaltes beträgt und bei Manganstählen noch geringer ist — wie die Untersuchungen von M. R. Brick und I. A. Creevy²⁾ und von H. Krainer und O. Mirt³⁾ gezeigt haben — ist damit das Gebiet der mit Stickstoff legierbaren Stähle begrenzt. Es kommen also nur Stähle mit größeren Chrom- oder größeren Mangangehalten in Betracht, oder solche Stähle, die beide Elemente zusammen in größeren Mengen enthalten. Von diesen Stählen soll hier nur der Einfluß des Stickstoffs auf die austenitischen Stähle, also auf die austenitischen Chrom-Nickel- bzw. austenitischen Chrom-Mangan-Stähle dargestellt werden.

I. Austenitische Chrom-Nickelstähle mit Stickstoffzusatz.

Über die Wirkung des Stickstoffs in Chrom-Nickelstählen gibt das Zustandsschaubild von H. Krainer und M. Nowak-Leoville⁴⁾ Aufschluß, das die Phasenverteilung der Eisen-Chrom-Nickel-Stickstofflegierungen bei 1200° und bei 20° nach Abschrecken von 1200° in Wasser zeigt, Bild 1. Nach Bild 1 bestehen die Legierungen bei 1200° unterhalb der Linie AD aus γ -Mischkristallen. Im Feld ABCD sind α - und γ -Mischkristalle nebeneinander beständig. Oberhalb der Linie BC liegt der Bereich der α -Mischkristalle. Nach dem Ablöschen auf Raumtemperatur ist die Abgrenzung der Gefüge durch die strichlierten Linien angegeben. Rechts der Linie EHD ist nur Austenit vorhanden. Im Feld FBCDHE wurden α -Mischkristalle neben Austenit fest-

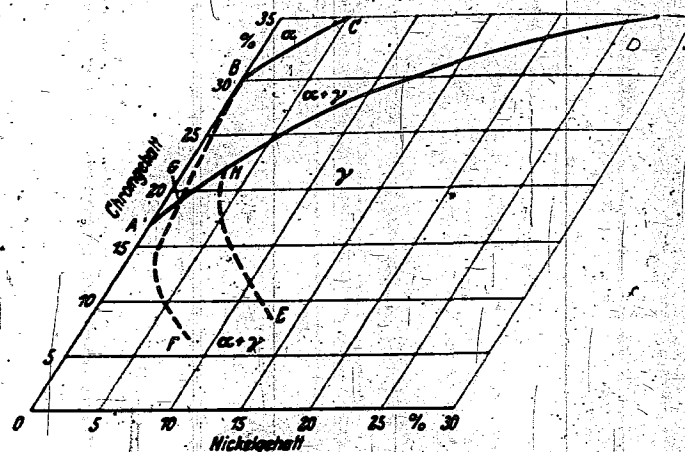


Bild 1. Phasenverteilung der Eisen-Chrom-Nickel-Stickstoff-Legierungen bei 1200° C. und bei 20° C. nach Abschrecken von 1200° C. in Wasser.
— 1200° C. — — — Raumtemp.

gestellt und links der Linie BF können nur mehr α -Mischkristalle beobachtet werden.

Aus Bild 1 geht hervor, daß die Beständigkeitsbereiche des Austenits durch Stickstoff zu geringeren Nickelgehalten erweitert werden. Während bei stickstofffreiem Stahl bei z. B. 18% Chrom zur Erreichung des austenitischen Zustandes nach dem Ablöschen rd. 8% Nickel erforderlich sind, genügen bei Anwesenheit von Stickstoff — wie das Schaubild zeigt — etwa 5% Nickel. Auf die Möglichkeiten der Nickeleinsparung durch Stickstoffzusatz wurde im Schrifttum wiederholt hingewiesen⁵⁾.

Die Wirkung des Stickstoffs in austenitischen Chrom-Nickelstählen ist aber nicht allein darauf beschränkt, den Beständigkeitsbereich des Austenits zu erweitern und damit eine Nickeleinsparung zu ermöglichen, sondern es werden darüber hinaus weitgehend die mechanischen Eigenschaften verändert. Stickstoffzusätze verursachen eine Erhöhung der Streckgrenze und der Festigkeit, wobei die Zähigkeit und Verformbarkeit bei gleich hohen Nickelgehalten wie bei stickstofffreien Stählen erheblich verbessert werden und bei verringerten Nickelgehalten gleich gut wie bei den stickstofffreien Stählen mit höheren Nickelgehalten liegen.

Zahlentafel 1 vergleicht vier Stähle, die im abgelöschten Zustand bei Raumtemperatur geprüft wurden. Die Zusammensetzungen der Stähle 1 und 2 zeigen, daß bei Anwesenheit von Stickstoff ein kleinerer Nickelgehalt genügt, um den austenitischen Zustand nach dem Ablöschen herbeizuführen. Dasselbe gilt für die Stähle 3 und 4. Der Vergleich der Ergebnisse der Zerreißversuche ergibt, daß durch den Stickstoffzusatz die Streckgrenze bedeutend erhöht, die Verformungsfähigkeit dagegen praktisch nicht beeinflusst wird. Die durch Stickstoff mögliche Nickeleinsparung ist also gleichzeitig mit einer Erhöhung der Streckgrenze verbunden, ohne daß dadurch eine Verschlechterung der Zähigkeitseigenschaften beobachtet werden kann.

¹⁾ E 21 13.

²⁾ Stahl und Eisen Bd. 61 (1941), S. 1073/78.

³⁾ Amer. Inst. Min. Metallurg. Engrs., Techn. Publ. Nr. 1165, Metals, Techn. 7 (1940), Nr. 3; vgl. Stahl und Eisen Bd. 60 (1940), S. 1114/15.

⁴⁾ Arch. Eisenhüttenw. Bd. 15 (1941/42), Heft 10, S. 467.

⁵⁾ Arch. Eisenhüttenw. Bd. 15 (1941/42), Heft 14, S. 507/18.

⁶⁾ Chem. Fabrik (1940), S. 103/10; Arch. Eisenhüttenw. Bd. 14 (1940/41), S. 71/76; Stahl und Eisen Bd. 60 (1940), S. 751; s. a. D.

Zahlentafel 1. Einfluß des Stickstoffs auf die Festigkeitseigenschaften bei Raumtemperatur von Chrom-Nickel-Stählen.

Stahl	C %	Cr %	Ni %	Mo %	Ta-Nb %	N ₂ %	σ_s	σ_B	δ_{10}
1	0,10	18,0	9,0	—	1,0	—	37	70	53
2	0,10	18,0	5,5	—	1,0	0,18	47	80	54
3	0,10	18,5	9,0	2,0	1,0	—	41	71	45
4	0,10	20,0	6,5	2,0	1,0	0,20	65	79	45

Ähnliche Ergebnisse wurden von Scherer, Riedrich und Keßner¹⁾ veröffentlicht, die auch feststellen konnten, daß ein Stahl mit 18% Chrom und 8% Nickel und Stickstoffzusatz eine Verformbarkeit und Tiefziehfähigkeit hat, die den Stählen mit 12% Chrom und 12% Nickel entspricht. Dies ist darauf zurückzuführen, daß der stickstoffhaltige Austenit wesentlich beständiger ist und daher erst nach bedeutend höheren Kaltverformungen Martensit bildet, als stickstofffreier Stahl mit gleichem Nickel- und Chromgehalt.

Von besonderer Wirkung ist der Stickstoffzusatz auf die Festigkeitseigenschaften austenitischer Chrom-Nickelstähle in der Wärme. Die Warmfestigkeit und insbesondere die Dauerstandfestigkeit werden durch den Stickstoffzusatz wesentlich erhöht. In Zahlentafel 2 wird die Dauerstandfestigkeit bei 600° dreier Chrom-Nickelstähle mit 1% Tantal-Niob verglichen, von denen der Stahl 6 0,2% Stickstoff und der Stahl 7 1,5% Molybdän enthält. Die angegebenen Werte für die Dauerstandfestigkeit wurden im abgelöschten Zustand nach dem DVM-Prüfverfahren A 117/118 bestimmt. Bei 600° wird die Dauerstandfestigkeit durch 1,5% Molybdän von 16,0 auf 19,0 kg/mm² erhöht. Die höchste Dauerstandfestigkeit ergibt sich aber bei dem stickstoffhaltigen Stahl 6 zu 22,5 kg/mm². Der Stickstoffzusatz wirkt sich nicht nur in einer Verbesserung der Dauerstandfestigkeit aus, sondern läßt darüber hinaus die Möglichkeit offen, außer Nickel auch noch das schwer beschaffbare Molybdän einzusparen.

Zahlentafel 2. Einfluß des Stickstoffs auf die Dauerstandfestigkeit von Chrom-Nickel-Stählen bei 600°.

Stahl	C %	Cr %	Ni %	Mo %	Ta-Nb %	N ₂ %	Dauerstandfestigkeit kg/mm ² bei 600° C
5	0,10	18,0	8,0	—	1,0	—	16,0
6	0,10	20,0	5,0	—	1,0	0,20	22,5
7	0,10	18,0	9,0	1,5	1,0	—	19,0

Für einen Stahl mit 16,5% Chrom, 15% Nickel, 2% Molybdän und 1% Niob zeigt Bild 2 die Wirkung des

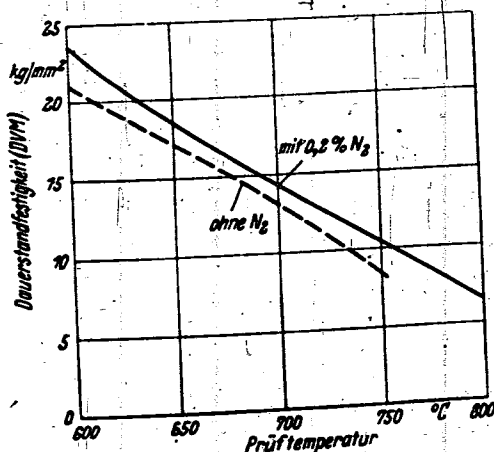
¹⁾ Stahl und Eisen Bd. 62 (1940), S. 348.


Bild 2. Erhöhung der Dauerstandfestigkeit eines Stahles mit 0,1 % C, 16,5 % Cr, 15 % Ni, 2 % Mo, 1 % Nb durch Zusatz von Stickstoff.

Stickstoffzusatzes auf die Dauerstandfestigkeit. Die Untersuchung wurde im von 1100° in Wasser abgelöschten Zustand durchgeführt, wobei die Dauerstandfestigkeit nach dem DVM-Versuch ermittelt wurde. Vor allem bei 750 und 800°C ergibt sich durch den Stickstoffzusatz eine erhebliche Verbesserung. Dieser Stahl muß bei Beanspruchungen bei hohen Temperaturen als besonders geeignet angesehen werden. Bei 800°C wird die Dauerstandfestigkeit von etwa 3,0 auf 6,5 kg/mm² durch den Stickstoffzusatz von 0,2% erhöht. Dieses Ergebnis ist bemerkenswert, weil bei dieser Prüftemperatur eine so hohe Dauerstandfestigkeit ohne Stickstoff nur mit bedeutend höher legierten Stählen erreicht werden kann, wie H. Cornelius und W. Bungardt²⁾ zeigten. Nach dieser Untersuchung wird eine Dauerstandfestigkeit nach dem DVM-Verfahren bei 800° von 6 oder darüber nur mit Legierungen erreicht, die neben etwa 15% Chrom und 15% Nickel noch 5% Molybdän, 5% Wolfram und 25% Kobalt enthalten. Es wird also hier durch 0,1 bis 0,2% Stickstoff die gleiche Wirkung erreicht, wie durch eine Erhöhung der Legierung um 25% Kobalt, 5% Wolfram und 2,5% Molybdän. Die Anwendung des Stickstoffs als Legierungsmittel zur Erreichung höchster Dauerstandfestigkeiten bei Temperaturen oberhalb 750° verdient daher ganz besondere Beachtung.

Austenitische Chrom-Manganstähle mit Stickstoffzusatz

Den Einfluß des Stickstoffs auf Chrom-Manganstähle zeigt das Zustandsschaubild von H. Krainer und O. Mirt³⁾, aus dem die Phasenverteilung nach Abschrecken von 1200° auf Raumtemperatur ersehen werden kann, Bild 3. In diesem Schaubild sind die vom M. Schmidt und H. Legat⁴⁾ ermittelten Phasengrenzen für stickstofffreie Chrom-Manganlegierungen eingetragen. Der Vergleich der Phasengrenzen von stickstofffreien und stickstoffhaltigen Legierungen ergibt, daß durch den Stickstoff der Beständigkeitsbereich des Austenits wesentlich erweitert und zu niedrigeren Mangangehalten verschoben wird. Ferner wird das aus γ - und α -Mischkristallen bestehende Feld stark verbreitert und die Grenze des Auftretens der spröden σ -Phase zu etwas höheren Chromgehalten verschoben.

Auch in Chrom-Manganstählen wird durch Stickstoffzusatz die Warmfestigkeit erhöht, wie Zahlentafel 3 für verschiedene Chrom-Manganlegierungen zeigt, die auf ihre Verwendungseigenschaften als Auspuffventilstähle hin überprüft worden sind. Diese Stähle wurden von 1050° abgeschreckt und auf ihre Festigkeitseigenschaften bei Raumtemperatur und bei 600, 700 und 800° geprüft.

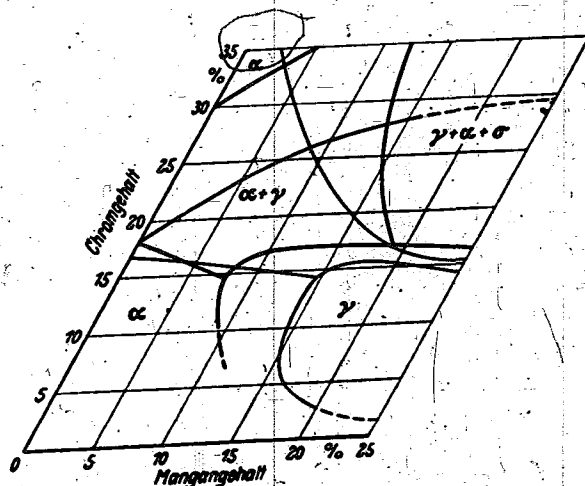
³⁾ Luftf.-Forsch. Bd. 18 (1941), S. 395/10.
⁴⁾ Arch. Eisenhüttenw. Bd. 15 (1941/42), S. 471.
⁵⁾ Arch. Eisenhüttenw. Bd. 12 (1938/39), S. 507/10.


Bild 3. Verteilung der Phasen bei 20° C in Eisen-Chrom-Mangan-Legierungen nach Abschrecken von 1200° C. ——— Stickstofffreie Legierungen (nach M. Schmidt u. H. Legat).

Zahlentafel 3. Chemische Zusammensetzungen und Festigkeitseigenschaften bei verschiedenen Temperaturen von Cr-Mn-Ventilstählen.

Stahl	C %	Si %	Mn %	Cr %	Ni %	W %	N ₂ %	20°			600°		700°		800°	
								σ_s	σ_B	δ_5	σ_B	δ_5	σ_B	δ_5	σ_B	δ_5
1	0,43	1,96	14,5	14,2	—	—	—	52	103	50	54	34	34	25	19	32
2	0,44	2,13	19,4	14,7	—	—	—	46	89	55	57	26	32	15	16	28
3	0,44	2,20	19,4	14,3	—	—	0,20	51	89	52	54	20	35	26	21	35
4	0,40	1,11	19,0	13,8	—	—	0,21	52	97	55	52	20	36	24	21	26
5	0,41	1,81	19,4	19,2	—	—	0,32	56	99	43	57	25	44	28	26	34
6	0,43	1,95	7,0	18,0	6,0	—	—	42	69	36	60	26	41	32	23	36
7	0,40	1,50	1,0	15,0	13,0	2,0	—	43	95	32	55	22	38	30	21	35

Der günstige Einfluß des Stickstoffs kann durch Vergleich der Stähle 2 und 3 festgestellt werden, aus dem zu ersehen ist, daß vor allem bei Prüftemperaturen von 700° und darüber der stickstoffhaltige Stahl überlegen ist. Der bekannte Chrom-Nickel-Wolframstahl (Stahl 7) liegt in der Warmfestigkeit niedriger, als der stickstoffhaltige Chrom-Manganstahl 5, der die höchste Warmfestigkeit der untersuchten Stähle bei 700 und 800° ergab.

Zur Untersuchung der Wirkung von Vorglühungen wurden auch Warmzerreißeversuche an Stäben, die 120 Stunden bei 700° vorgeglüht waren, bei 700° durchgeführt. Die Ergebnisse zeigt Zahlentafel 4. Man kann erkennen, daß die stickstoffhaltigen Stähle (3, 4 u. 5) weniger in ihrer Warmfestigkeit beeinflußt werden, als die stickstofffreien Stähle.

Zahlentafel 4. Einfluß einer 120stündigen Vorglühung bei 700° auf die Warmfestigkeitseigenschaften von Cr-Mn-Stählen bei 700°.

Stahl nach Zahlentafel 3	Abgelöschter Zustand		Vorgeglühter Zustand	
	Zugfestigkeit kg/mm ²	Bruchdehnung l = 5 d %	Zugfestigkeit kg/mm ²	Bruchdehnung l = 5 d %
1	34	25	26	30
2	32	15	28	36
3	35	26	34	25
4	36	24	34	26
5	44	28	39	25

In Zahlentafel 5 ist die Dauerstandfestigkeit der Stähle 3, 5 und 7 nach DIN-Vornorm DVM-Prüfverfahren A 117/118 angeführt. Man sieht, daß der Chrom-Mangan-Stickstoffstahl 5 in seiner Dauerstandfestigkeit dem bekannten Chrom-Nickel-Wolframstahl 7 überlegen ist.

Zahlentafel 5. Dauerstandfestigkeit einiger Ventilstähle nach Zahlentafel 3.

Stahl	DVM-Dauerstandfestigkeit in kg/mm ² bei	
	600°	750°
3	18	3,0
5	18	4,5
7	18	3,5

Ein Nachteil von Chrom-Manganventilstählen ist die große Sprödigkeit von Nitrierschichten, so daß eine Verstickung der Ventile deswegen kaum in Frage kommt. Ein weiterer Nachteil ist ihre geringe Beständigkeit gegen Bleioxyd oder gegen andere Bleiverbindungen.

Den Einfluß des Stickstoffs auf die Festigkeitseigenschaften von unmagnetischen Manganbaustählen im abgelöschten Zustand zeigt Zahlentafel 6. Bei reinen Manganstählen tritt durch den Stickstoffzusatz eine Erhöhung der Streckgrenze von 8 kg/mm² bei gleichzeitiger Erhöhung der Bruchdehnung ein. Ist außerdem Chrom zugegen, so steigt verhältnismäßig zum Chromgehalt die Streckgrenze weiter an, wobei die Dehnung der stickstoffhaltigen Legierungen wegen der größeren Beständigkeit des Austenits immer höher als die der stickstofffreien ist. Die erhöhte Austenitbeständigkeit bei Anwesenheit von Stickstoff

konnte durch magnetische Messungen an Reißproben nach durchgeführtem Zerreißeversuch nachgewiesen werden. Bei chromhaltigen Manganstählen wird durch einen Zusatz von etwa 0,15% Stickstoff die Streckgrenze im abgelöschten Zustand um bis zu 15 kg/mm², d. h. um bis zu 50% erhöht.

Die Löslichkeit des Stickstoffs in Manganstählen¹⁰⁾ ist geringer als bei den Chromstählen, so daß ein wenn auch geringerer Chromzusatz zu den Mangan-Stickstoffstählen erforderlich ist.

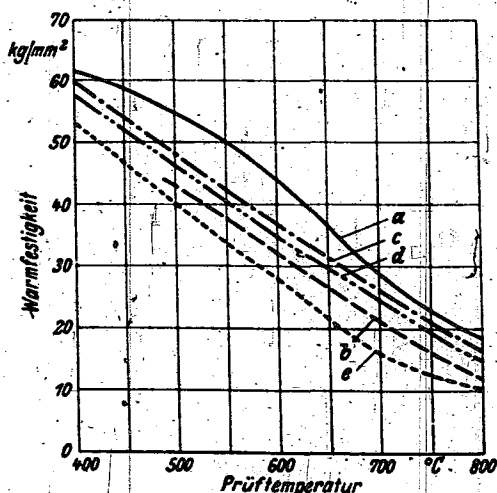
Zahlentafel 6. Chemische Zusammensetzung und Festigkeitseigenschaften unmagnetischer Mangan-Baustähle.

Stahl	C %	Mn %	Cr %	N ₂ %	σ_s	σ_B	δ_5
1	0,28	19,4	—	—	28,7	84	38
2	0,22	17,6	—	0,12	36,7	95	45
3	0,34	17,7	3,5	—*)	24,8	84	31
4	0,26	19,4	2,99	0,10	38,9	91	45
5	0,30	17,3	5,3	—*)	25,5	83	35
6	0,26	17,5	5,7	0,16	41,4	85	52
7	0,32	17,3	8,1	—*)	30,5	85	44
8	0,27	18,2	8,5	0,18	45,3	84	59
9	0,26	17,9	10,5	0,17	45,8	87	47
10	0,25	18,0	15,0	—	42,0	79	50
11	0,31	19,2	13,8	0,22	51,0	89	47

*) Vergleichsstähle nach Riedrich, G.: Stahl und Eisen 60 (1940), S. 815/18 (Werkstoffaussch. 509).

Über die Erhöhung der Warmfestigkeit durch Stickstoff in 18proz. Manganstählen bei verschiedenen Chromgehalten gibt Bild 4 Aufschluß. Die Stähle wurden im abgelöschten Zustand untersucht. Bei 14% Chrom ergibt sich durch 0,25% Stickstoff eine bedeutende Verbesserung. Aber auch die

¹⁰⁾ Veröffentlichung demnächst.

**Bild 4. Einfluß des Stickstoffs auf die Warmfestigkeit von Chrom-manganstählen.**

Kurve	Mn	Cr	N ₂
a	18	14	0,25
b	18	14	—
c	18	6	0,11
d	18	3,5	0,08
e	18	1,5	—

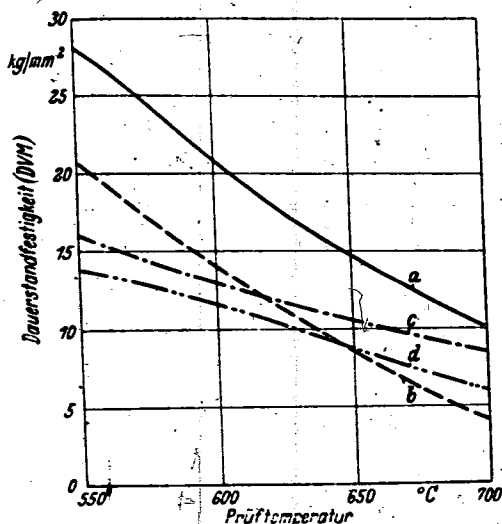


Bild 5. Einfluß des Stickstoffs auf die Dauerstandfestigkeit von Chrom-manganstählen.

Kurve	Mn	Cr	N ₂
a	18	14	0,25
b	18	14	—
c	18	6	0,11
d	18	3,5	0,08

Beiden stickstoffhaltigen Stähle mit 6 und mit 3,5% Chrom liegen in der Warmfestigkeit höher als der stickstofffreie Stahl mit 14% Chrom. Der Stahl mit 1,5% Chrom wurde ohne Stickstoffzusatz erschmolzen und liegt daher wegen des kleineren Chromgehaltes in der Warmfestigkeit niedriger als der stickstofffreie Stahl mit 14% Chrom.

Bild 5 vergleicht die Dauerstandfestigkeit dieser Stähle im abgelöschten Zustand. Auch hier zeigt der Vergleich der Stähle mit 14% Chrom eine bedeutende Erhöhung der

Dauerstandfestigkeit durch den Stickstoffzusatz von 0,25%. Zum Unterschied von den Kurven für die Warmfestigkeit, die etwa parallel verlaufen, zeigt sich bei der Dauerstandfestigkeit mit zunehmendem Chromgehalt ein immer steilerer Kurvenverlauf. Durch den Stickstoffzusatz werden die Kurven etwa parallel zu höheren Werten verschoben, wodurch es zum Schnitt der Kurven für die stickstoffhaltigen Stähle mit 6 und mit 3,5% Chrom und der Kurve für den stickstofffreien Stahl mit 14% Chrom kommt. Bei 700° wird bei 14% Chrom die Dauerstandfestigkeit durch 0,25% Stickstoff von 4 auf 10 kg/mm² erhöht. Aber auch bei niedrigeren Chromgehalten ergeben sich bei Anwesenheit von Stickstoff bei dieser hohen Prüftemperatur Werte für die Dauerstandfestigkeit, die über dem des stickstofffreien 14proz. Chromstahles liegen. So beträgt die Dauerstandfestigkeit bei 700° für den Stahl mit 3,5% Chrom 6, für den Stahl mit 6% Chrom sogar 8,5 kg/mm². Es kommt daher auch bei den Chrom-Manganstählen, sowie bei den Chrom-Nickelstählen dem Stickstoff als Legierungsmittel für die Erhöhung der Dauerstandfestigkeit, vor allem bei hohen Temperaturen, besondere Bedeutung zu.

Zusammenfassung.

Durch Stickstoffzusätze sowohl zu austenitischen Chrom-Nickel- als auch zu austenitischen Chrom-Manganstählen wird die Beständigkeit des Austenits verbessert und die Streckgrenze erhöht, ohne daß dadurch ein ungünstiger Einfluß auf die Verformbarkeit beobachtet werden kann. Für die Erhöhung der Warmfestigkeit und der Dauerstandfestigkeit, vorzüglich bei Temperaturen von 700° C und darüber, muß der Stickstoff als ein wertvolles Legierungselement angesehen werden.

Auf die Möglichkeiten der Nickel- und Molybdäneinsparung bei austenitischen Stählen wurde hingewiesen.

Erwärmung und Belastbarkeit von Leitungen an Bord von Flugzeugen*).

Von Franz Moeller, Berlin.

Bericht aus dem Institut für Elektrotechnik, der Luftkriegsakademie Gatow.

Die Bemessung elektrischer Bordleitungen bezüglich Erwärmung wird bisher mit »Belastungstafeln« durchgeführt, die auf die Verschiedenartigkeit der Leitungsverlegung und auf die Leitungshäufung keine Rücksicht nehmen. Um einerseits unnötige Gewichte zu sparen und andererseits vor zu hohen Erwärmungen sicher zu sein, wurden die Erwärmungs- und Kühlungsverhältnisse der häufigsten Verlegungsarten untersucht. Die für einen wärmemäßigen Entwurf der Leitungen erforderlichen Unterlagen werden mitgeteilt.

Gliederung.

1. Wärmeßuß in Leitungen und Leitungsbündeln.
2. Die Wärmewiderstände.
3. Der innere Wärmewiderstand.
4. Äußere Wärmewiderstände.
5. Gesamter Wärmewiderstand.
6. Belastung von mehreren Leitungen.
7. Belastbarkeit.
8. Zusammenfassung.

Die Auswahl der Leitungsquerschnitte erfolgt in elektrischen Installationen nach den Gesichtspunkten der mechanischen Festigkeit, des zulässigen Spannungsabfalls oder Leistungsverlustes und der Erwärmung. Besonders bei verhältnismäßig kurzen und hochbelasteten Leitungen steht die Beachtung der Erwärmungsgrenze im Vordergrund des Interesses. Ermöglicht doch eine wärmemäßige volle Ausnutzung Ersparnisse an Werkstoffen und damit an totem Flugzeuggewicht.

Am einfachsten erfolgt die Querschnittsbemessung bezüglich Erwärmung durch Aufstellung und Anwendung von Belastungstafeln, die in der Regel außer der »höchstzulässigen Stromstärke« auch die Nennstromstärke der zu verwendenden Sicherung enthalten. Es ist nun lange bekannt, daß die Leitungserwärmung in sehr hohem Maße besonders von der Verlegungsart und von einer Häufung belasteter Leitungen abhängig ist. So enthalten auch die VDE-Bestimmungen teilweise unterschiedliche Belastungstafeln für verschiedene Verlegungsarten (VDE 0100, § 20, für feste Verlegung in Rohr, in Luft und für bewegliche Leitungen) oder besondere Vorschriften für Häufungen (z. B. in VDE 0255 und 0265 für Kabel). Bei den in Flugzeugbordinstallationen vorkommenden Verlegungsarten wird beispielsweise von einer 2,5 mm²-Leitung dieselbe Über-temperatur (Erwärmung) erreicht

bei 43 A, wenn ein Einzelleiter mittels Schellen auf Blechwänden verlegt ist, und bei nur etwa 8 A, wenn in einem in Leitungshaltern und Schächten verlegten Bündel sämtliche Leiter voll belastet sind.

Die gegenwärtig benutzten Belastungstafeln lassen bei diesem Querschnitt einheitlich 20 A zu. Da bei Flugzeugbordinstallationen nur verhältnismäßig wenige Leitungen voll belastet sind, ist die mögliche Erwärmungsgrenze meist nicht ausgenutzt, während andererseits gelegentliche Überschreitungen der Höchsttemperatur denkbar sind.

Im Interesse einer besten Ausnutzung von Werkstoff und eingebautem Gewicht muß daher Verlegungsart und Leitungshäufung berücksichtigt werden.

1. Wärmeßuß in Leitungen und Leitungsbündeln.

Fließt ein Wärmestrom $\mathfrak{B}$ (in kcal/s oder W) von einer Fläche mit der Temperatur ϑ_1 zu einer Fläche mit ϑ_2 , so gilt in Analogie¹⁾ zum Ohmschen Gesetz der Elektrotechnik

$$\mathfrak{B} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{P} = \frac{\Theta}{P} \quad (1)$$

wo $\Theta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ die »Übertemperatur« oder »Erwärmung« der Fläche 1 gegen 2 ist, und wo P den Wärmewiderstand (z. B. in Grad/Watt = gd/W) darstellt. Für den Wärmedurchgang durch eine s starke Platte von der Fläche F und der Wärmeleitfähigkeit λ gilt

$$P = \frac{s}{\lambda \cdot F} \quad (2)$$

für den radialen Wärmedurchgang durch einen Zylinder von d_2 äußeren und d_1 inneren Durchmesser und l Länge gilt

$$P = \frac{\ln d_2/d_1}{\lambda \cdot 2\pi l} \quad (3)$$

Auch Wärmeübergänge etwa von einer Oberfläche F an Luft stellen einen Wärmewiderstand

$$P_a = \frac{1}{\alpha \cdot F} \quad (4)$$

dar, wo α die Wärmeübergangszahl durch Leitung, Konvektion und Strahlung ist.

Bei einer einzelnen, isolierten Leitung im freien Luftraum findet die im Leiter entstehende Wärme einen Widerstand, der der Summe aus Gl. (3) und (4) entspricht. Dabei ist Θ die Übertemperatur des geheizten Leiters gegen umgebende Raumluft.

Sind mehrere Leitungen zu einem Bündel zusammengefaßt, so findet der Wärmeßuß einen Widerstand, der im allgemeinen aus einer größeren Zahl von Leitungs-, Übergangs- und Strahlungswiderständen zusammengesetzt ist. Bei einem im Schacht verlegten Bündel nach Bild 1 fließt

¹⁾ Vgl. z. B. F. Moeller, Zur Behandlung stationärer Wärmeströmungen mittels elektrischer Abbilder. Erscheint demnächst in der Zeitschrift Elektrotechn. u. Maschinenbau.

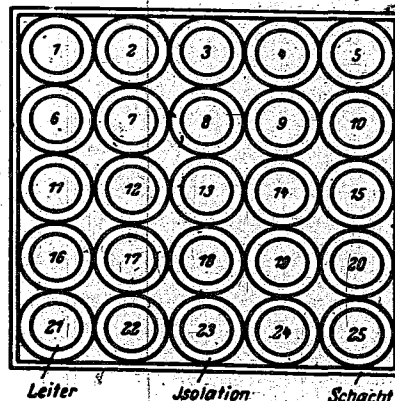


Bild 1. Bündel aus 5 × 5-Leitungen, verlegt in einem Schacht aus Metallblech.

Die Wärme von jedem Leiter im wesentlichen nach 8 Richtungen ab: über 4 Berührungsstellen mit Nachbarleitern bzw. der Schachtwand durch Leitung und über 4 Zwickel durch Strahlung. Dabei ist der Strahlungswiderstand bei den üblichen Verhältnissen etwa 1 bis 2 Größenordnungen höher als der Leitungswiderstand, so daß er diesem gegenüber meist näherungsweise vernachlässigt werden kann.

Für die rechnerische und experimentelle Untersuchung derartiger, komplizierterer Anordnungen hat sich die Analogiebehandlung der Wärmeevorgänge durch elektrische Abbilder als recht zweckmäßig erwiesen³⁾. So kann jedes Bündel in elektrischen Modellschaltungen abgebildet werden, wobei die Schaltungen im stationären Fall nur aus elektrischen Widerständen bestehen, während bei nicht stationärem Wärmeausgleich zusätzliche Kondensatoren zur Darstellung der Wärmespeicherung anzuordnen sind³⁾. Im elektrischen Modell ist das Verfolgen der Strömung und der elektrischen Spannungen, die den Temperaturen entsprechen, auch meßtechnisch wesentlich einfacher als im Wärmefall. Bei der Durchrechnung wird das analoge elektrische Netzwerk zugrunde gelegt. Auch Fälle, in denen mehrere Leiter belastet (geheizt) sind, lassen sich in der elektrischen Modellschaltung durch Mehrfachspeisung in einfachster Weise untersuchen.

2. Die Wärmewiderstände.

Leitungsbündel und Schacht stellen eine wärmetechnische Einheit dar, die getrennt für sich betrachtet werden kann, sofern der Schacht an seinem Umfang wenigstens praktisch gleiche Temperatur aufweist. Bei den üblichen Wandstärken und Wärmeleitfähigkeiten trifft das für alle Lagen der heizenden Leiter mit hinreichender Genauigkeit zu. Die Schachtoberfläche ist dann eine isotherme Fläche, so daß sich der gesamte Wärmewiderstand P aufteilen läßt in

den inneren Wärmewiderstand P_i von dem oder den geheizten Leitern bis zur Schachtoberfläche und den äußeren Wärmewiderstand P_a von der Schachtoberfläche zur umgebenden, ungestörten Raumluft.

Der gesamte Wärmewiderstand in Gl. (1) ist dann

$$P = P_a + P_i \quad (5)$$

Die im folgenden wiedergegebenen Meßergebnisse wurden an Kupfer-Litzen-Leitungen mit thermoplastischer Isolierhülle gewonnen. Die Leitungen waren meist in den in Flugzeuginstallationen üblichen Leitungshaltern gebündelt. Bei den Messungen wurde die Leitertemperatur aus der durch Strom- und Spannungsmessung bestimmten Widerstandserhöhung ermittelt. Wandtemperaturen wurden durch aufgesetzte und durch in der Innenseite der Wände eingelegte Thermoelemente bestimmt. Alle in diesem Aufsatz angegebenen Wärmewiderstände beziehen sich auf die Leiter-, Bündel- und Schachtlänge von 1 m. Als Einheit der Wärmewiderstandes benutzen wir 1 gd/W (Grad je Watt).

Nachstehend sind die Anordnungen zusammengestellt, die bei den hauptsächlichsten Versuchsreihen benutzt wurden.

- Schacht aus Al-Blech von 21×21 mm Querschnitt, besetzt mit $5 \cdot 5 = 25$ Leitungen $2,5 \text{ mm}^2$, ohne Leitungshalter (vgl. Bild 4, Kurve a, Bild 5).
- Schacht aus Al-Blech von 80×80 mm Querschnitt, besetzt mit $16 \cdot 16 = 256$ Leitungen 4 mm^2 , ohne Leitungshalter (vgl. Bild 4, Kurve b, Bild 5, Bild 7, Kurve i).
- Desgl. mit 3 im Bündel gleichabständig eingebauten Kühlblechen und mit 224 Leitungen 4 mm^2 (vgl. Bild 4, Kurve b, Bild 7, Kurve k).
- Schächte aus Al-Blech von etwa 30×30 mm Querschnitt, besetzt mit $7 \cdot 8 = 56$ Leitungen $0,75 \text{ mm}^2$ oder $5 \cdot 6 = 30$ von $2,5 \text{ mm}^2$ oder $3 \cdot 4$ von

10 mm^2 in Leitungshaltern (vgl. Bild 2, Kurve b, Bild 4, Kurven c und d, Bild 6, Kurve c, Bild 7, Kurven a bis c).

E. Schacht aus Al-Blech von 160×35 mm Querschnitt, besetzt mit $5 \cdot 30 = 150$ Leitungen $2,5 \text{ mm}^2$ in 5 Reihen Leitungshaltern (vgl. Bild 4, Kurve c, Bild 7, Kurve d).

F. Wannen aus Al-Blech von 30 mm Breite, besetzt wie Schächte unter D (vgl. Bild 6, Kurve b, Bild 7, Kurven e bis g).

G. Wanne aus Al-Blech von 150 mm Breite, besetzt wie Schacht E (vgl. Bild 7, Kurve h).

H. Blechtafel 1000×500 mm mit angeschelltem Einzelleiter von 0,75, 1,5, 6 oder 25 mm^2 (vgl. Bild 6, Kurve a).

3. Der innere Wärmewiderstand.

Erwünscht ist bei allen Anordnungen grundsätzlich, daß die Wärmewiderstände möglichst klein sind. Dann kann bei gegebener zulässiger Übertemperatur $\Theta = \theta_1 - \theta_2$ eine höhere Strombelastung zugelassen werden bzw. die Isolierhüllen werden bei gegebenem Strom bzw. Leistungsverlust weniger warm. Es sollen daher P_i und P_a auf ihre Einflußgrößen hin untersucht werden.

Zum inneren Wärmewiderstand P_i wird der wesentliche Beitrag von dem Isolierstoff geliefert, da die Wärmeleitfähigkeit des Leiterwerkstoffs sehr viel größer ist, der metallische Leiter also praktisch einen Wärmekurzschluß darstellt.

Da Wärmeleitfähigkeit λ und Isolationswandstärken s bzw. $\frac{1}{2}(d_2 - d_1)$ im wesentlichen aus anderen Gesichtspunkten als dem der Erwärmung festliegen, interessiert besonders der Einfluß der Durchtrittsfläche F bzw. bei Zylinderleitern des Durchmesserverhältnisses d_2/d_1 in Gl. (3). Bild 2 gibt

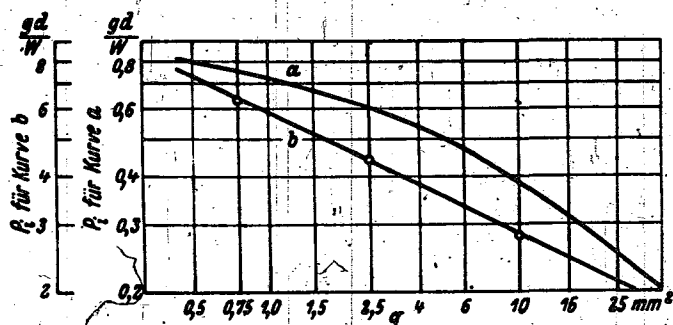


Bild 2. Innerer Wärmewiderstand P_i einer isolierten Einzelleitung (a) und eines Bündels in Leitungshaltern und Schacht (b).

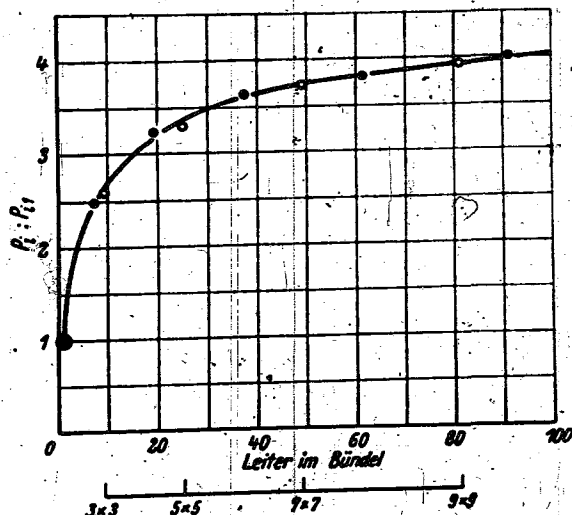


Bild 3. Innerer Wärmewiderstand P_i des mittellsten Leiters innerhalb eines quadratischen (O) oder kreisrunden (e) Bündels.

³⁾ A. a. O., wo die Analogien zwischen elektrischen und Wärmeströmungen auf der Grundlage älterer Arbeiten zusammenfassend dargestellt sind. Dort sind auch Leitungsbündel in Schächten eingehender behandelt.

⁴⁾ Vgl. z. B. W. Fischer, Die elektrische Modellabbildung von Wärmeströmungsvorgängen und ihre meßtechnische Ausnutzung. Elektrowärme Bd. 9 (1939), S. 133.

in Kurve *a* die gerechneten inneren Wärmewiderstände einer einzelnen Leitung wieder (Widerstand der Isolierhülle bis zu ihrer Oberfläche). Die Werte sind nur klein und spielen im Vergleich zum äußeren Wärmewiderstand eine untergeordnete Rolle.

Der innere Wärmewiderstand steigt jedoch stark an, wenn der stromdurchflossene Leiter innerhalb eines Bündels liegt. Bild 3 zeigt P_i für quadratische Bündel nach Art des Bildes 1 und für runde, seilartige Bündel. Die Werte sind an der elektrischen Modellschaltung unter Vernachlässigung einer Strahlung durch die Zwickel bestimmt worden. Die Ordinate gibt das Verhältnis zum Widerstand P_{i1} eines einzigen, in einem Schacht eingelegten Leiters an. Dabei ist P_{i1} gegenüber den Widerständen von Bild 2 um so größer, je weniger fest die Leitung an den Schachtwänden andrückt ist. Für eine $2,5 \text{ mm}^2$ -Leitung wurden $P_{i1} \approx 0,9 \dots 1,2 \text{ gd/W}$ gemessen⁴⁾ gegenüber $0,6 \text{ gd/W}$ nach Bild 2.

Wie Bild 3 zeigt, ergibt die quadratische und die runde Anordnung praktisch denselben Anstieg des inneren Wärmewiderstandes in Bündeln, wenn entsprechend der hier gemachten Annahme P_{i1} beim quadratischen Bündel für 4 Berührungsstellen, beim kreisrunden Bündel aber für 6 Wärmeübergangsstellen nach außen gilt. Tatsächlich ist der innere Wärmewiderstand also im runden Bündel grundsätzlich kleiner, da hier jede Leitung 5 bis 6 andere Leitungen statt 4 beim quadratischen Bündel berührt. Im praktischen Fall eines ungeordnet liegenden Bündels wird der Wärmewiderstand im allgemeinen Werte haben, die zwischen beiden Grenzfällen liegen. Zu beachten ist, daß P_i sich bei weiter steigender Leiterzahl nicht einem Grenzwert nähert sondern etwa nach der Reihe $\frac{1}{n}$ immer weiter steigt.

Die in Bild 3 wiedergegebene errechnete Kurve konnte an den Schächten A und B (vgl. S. 37) experimentell geprüft werden. Die gemessenen Werte sind in dem späteren Bild 5 wiedergegeben. Es ergibt sich derselbe Kurvencharakter wie in Bild 3.

Bild 2 enthält in Kurve *b* (Maßstab links außen) noch den inneren Wärmewiderstand von Bündeln in den bei Flugzeuginstallationen üblichen Leitungshaltern, eingelegt in Schächte von etwa $30 \times 30 \text{ mm}$ Querschnitt. Die Leitungshalter haben etwa $20 \times 20 \text{ mm}$ lichten Querschnitt und enthielten bei den 3 in Bild 2 eingetragenen Versuchen 56 Leitungen $0,75 \text{ mm}^2$ bzw. 36 Leitungen $2,5 \text{ mm}^2$ bzw. 12 Leitungen 10 mm^2 . In der doppellogarithmischen Darstellung nimmt der Wärmewiderstand des Bündels bei steigendem Querschnitt praktisch linear ab (vgl. unten Abschnitt 5).

Der Leitungshalter vergrößert den inneren Wärmewiderstand des Bündels einschließlich Schacht bei mittleren Querschnitten um etwa 50% gegenüber einem unmittelbar im Schacht liegenden Bündel mit eng zusammengelegten Leitungen (Schacht $21 \times 21 \text{ mm}$ mit 30 Leitungen hatte $P_i = 2,9 \text{ gd/W}$ gegen $P_i = 4,4 \text{ gd/W}$ bei dem gleichen Bündel, eingelegt in Leitungshalter und einen Schacht von etwa $30 \times 30 \text{ mm}$).

4. Äußere Wärmewiderstände.

Während die inneren Wärmewiderstände — abgesehen von einer etwaigen Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit des Isolierstoffs — bei allen Temperaturen gleich sind, zeigt die im äußeren Wärmewiderstand nach Gl. (4) enthaltene Wärmeübergangszahl α eine Veränderung mit der Oberflächentemperatur. Mit steigender Temperatur nimmt α , das den Wärmeübergang durch Konvektion, Leitung und Strahlung enthält, langsam zu, so daß der äußere Wärmewiderstand P_a nach höheren Temperaturen hin kleiner wird.

Bild 4 gibt die äußeren Wärmewiderstände der bei den Versuchen verwendeten Schächte wieder. Besonders bei kleinen Temperaturdifferenzen sind die mittleren Streuungen

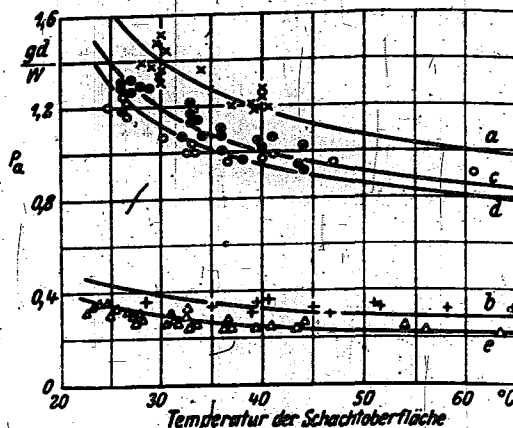


Bild 4. Äußerer Wärmewiderstand P_a von waagrecht freiliegenden Schächten aus Aluminiumblech bei 1 m Länge und 18 bis 22° C Raumtemperatur.

- a (X) quadratischer Schacht $21 \times 21 \text{ mm}$,
 b (+) quadratischer Schacht $80 \times 80 \text{ mm}$,
 c (•) rechteckiger Schacht $32 \times 31 \text{ mm}$,
 d (○) rechteckiger Schacht $33 \times 29 \text{ mm}$,
 e (Δ) rechteckiger Schacht $160 \times 35 \text{ mm}$.

der Messung recht merklich. Sie bleiben jedoch bei den 3 kleinen Schächten innerhalb von $0,1 \text{ gd/W}$, bei den beiden großen Schächten innerhalb $0,03 \text{ gd/W}$. Die in Bild 4 eingetragenen Punkte sind Meßwerte. Die Kurven stellen mittlere Linien dar, die mit Gl. (4) errechnet sind, wo

$$\alpha = \alpha_k + \alpha_s \quad (6)$$

mit α_k bzw. α_s als Wärmeübergangszahlen der Konvektion (und Leitung) bzw. der Strahlung. Hierin war $\alpha_s \approx 0,5 \text{ W/m}^2 \text{ gd}$ und

$$\alpha_k = \beta \sqrt{\Theta} \quad (7)$$

wo Θ die Übertemperatur Schachtoberfläche gegen Luft ist (Raumluft 20° C). Bei den 5 Kurven *a* bis *e* des Bildes 4 ist β nacheinander 4,6, 4,5, 3,5, 3,85, 4,75 $\text{W/m}^2 \text{ gd}^{5/4}$. Diese Werte liegen etwa 20...60% höher als die im Schrifttum (z. B. Merkel, Hütte, Dubbel) gebräuchlichen, die aus Versuchen von Nusselt, Hencky u. a. an ebenen Wänden größerer Abmessungen abgeleitet sind. Außerdem ist zu bemerken, daß die Meßwerte an den Schächten *b*, *d* und *e* eine wenn auch kleine, so doch merkliche Abweichung von der Temperaturabhängigkeit nach Gl. (7) zeigen.

Bild 4 und die vorstehenden Angaben gelten für Schächte, die waagrecht frei in der Luft liegen. Bei senkrechter Aufhängung der 1 m langen Schächte zeigte sich kein wesentlicher Unterschied gegen die waagerechte Lage. Zu berücksichtigen ist aber noch die Zusatzkühlung durch Auflegen der Schächte auf Blechwände bzw. Befestigung an Flugzeugholmen oder anderen Bauteilen. Hierzu wurden die Versuchsschächte in einigen Fällen auf Blechtafeln aufgesetzt. Je nach der Befestigungsart, der Lage der Blechtafeln und der Schachttemperatur ergaben sich für die kleinen Schächte *a*, *c* und *d* Ermäßigungen der äußeren Wärmewiderstände P_a von etwa $0,4 \dots 0,8 \text{ gd/W}$, so daß P_a oft auf die Hälfte der in Bild 4 enthaltenen Werte herunterging. Bei den großen Schächten *b* und *e* kann eine so weitgehende Erniedrigung von P_a bei Blechstärken von etwa 1 mm nicht erwartet werden. Dahingehende Versuche konnten nicht durchgeführt werden.

5. Gesamter Wärmewiderstand.

Überblickt man die bisherigen Ergebnisse, so zeigt sich, daß bei zunehmender Leiterzahl bzw. Schachtgröße

der innere Wärmewiderstand steigt (Bild 3),

der äußere Wärmewiderstand abnimmt (Bild 4).

Schon diese Feststellung läßt vermuten, daß der für die Wärmebeanspruchung bzw. Ausnutzbarkeit maßgebende Gesamtwiderstand $P = P_i + P_a$ keine sonderlich großen Veränderungen erfahren wird. Hierzu können die Messungen

⁴⁾ A. a. O., Abschn. 6, wo $P_i = 8 P_{i1}$ ist.

an Schächten mit Bündeln ohne Leitungshalter verglichen werden, und zwar 16 Leitungen 4 mm^2 im Schacht $21 \times 21 \text{ mm}$ und 256 Leitungen 4 mm^2 im Schacht $80 \times 80 \text{ mm}$. Die Werte von P , P_a und P_i sind hierfür in Bild 5 eingetragen. Dazu ist für einen einzelnen Leiter von 4 mm^2 der innere Widerstand eines diese Leitung umgebenden Schachtes von $7 \times 7 \text{ mm}$ außen berechnet. Die Leitung allein hat nach Bild 2 einen inneren Widerstand von $P_i = 0,54 \text{ gd/W}$. Nach den Angaben in Abschnitt 3 kann $P_{i1} = 0,9 \text{ gd/W}$ angenommen werden. Der äußere Widerstand ist für diesen Schacht unter gleichen Verhältnissen etwa $P_a = 4,0 \text{ gd/W}$. Mit diesen Werten ergibt sich dann in Bild 5 die 3. Punktserie, so daß dann etwa mit dem angegebenen Kurvenverlauf für P , P_a und P_i gerechnet werden kann.

Trotzdem diese Abhängigkeiten nur als rohe Verläufe anzusehen sind, zeigt sich deutlich die geringe Veränderlichkeit des Gesamtwiderstandes P mit den Abmessungen. Da P_i — wie oben bemerkt — ständig weitersteigt (Bild 3), nimmt auch P bei sehr großen Abmessungen wieder zu. P hat ein wenn auch flaches Minimum. Bild 5 erhärtet die bekannte Tatsache, daß einzelne oder einige wenige Leiter durch Herabsetzung des äußeren Widerstandes (z. B. Anblasen), starke Leitungsbündel aber nur durch Verringerung des inneren Widerstandes (z. B. Einbau von inneren Kühlblechen: Unterteilung des Bündels) wirksam gekühlt werden können. So war in dem mit 4 mm^2 besetzten Schacht von $80 \times 80 \text{ mm}$ Abmessung durch Einbau von 3 durchgehenden Aluminiumblechen eine Herabsetzung des inneren Widerstandes von $P_i = 3,2 \text{ gd/W}$ auf $2,35 \text{ gd/W}$ möglich.

Betrachtet man Bündel in Schächten oder Einzelleiter im freien Luftraum, so ist die Unterteilung in äußeren und inneren Warmewiderstand rechnerisch und experimentell möglich, da die Oberfläche des Schachtes bzw. einer einzelnen isolierten Leitung isotherm ist. In Flugzeuginstallationen kommen aber auch noch einige andere Anordnungen vor, bei denen eine isotherme Fläche nicht eindeutig auszumachen ist. Es handelt sich hierbei besonders um die Fälle der Verlegung

einer Einzelleitung mit Schellen auf Metallwänden oder eines Leitungsbündels in Leitungshaltern auf offenen Wannen aus Metallblech.

Hier kann vernünftigerweise nur von dem gesamten Warmewiderstand gesprochen werden. Trotzdem gelten naturgemäß die vorherigen Betrachtungen sinngemäß. Eindeutige Angaben von Zahlenwerten für P_i und P_a sind jedoch nicht mehr möglich.

Bild 6 enthält die Gesamtwarmewiderstände P für die beiden zuletzt genannten und für einige der vorher schon besprochenen Anordnungen, bei den Bündeln wieder wie bisher stets für 1 geheizten Leiter in ungünstigster Lage inmitten des Bündels. Die unter Bild 6 angegebenen 5 Anordnungen sind etwa nach der Güte der Kühlung geordnet. Am ungünstigsten ist der blanke Leiter, da er den kleinsten Durchmesser hat. Trotz ihrer geringen Wärmeleitfähigkeit leitet die Isolierhülle die Wärme immer noch besser von dem Metall weg und führt sie dann wegen des größeren Außendurchmessers auch relativ gut an die Luft ab. Diese Erscheinung ist keineswegs neu, hier aber wohl erstmals mit mehreren anderen, wesentlich verschiedenen Anordnungen verglichen.

Leiter- und Bündellängen sind auch hier wieder 1 m. Der isolierte Einzelleiter (Kurve a in Bild 6) war auf einer Blechtafel $1000 \times 500 \times 0,8 \text{ mm}$ mit 5 Schellen befestigt. Bei den 4 Kurven a bis d Bild 6 zeigt der Gesamtwarmewiderstand P in der doppellogarithmischen Darstellung des Bildes bei den untersuchten Anordnungen linearen Verlauf. P genügt mithin näherungsweise der Querschnittsabhängigkeit

$$P \approx B \cdot q^a \quad (8)$$

wo B den Warmewiderstand bei $q = 1 \text{ mm}^2$ und a die Neigung der Geraden angibt (Zahlenwerte in der Unterschrift zu Bild 6).

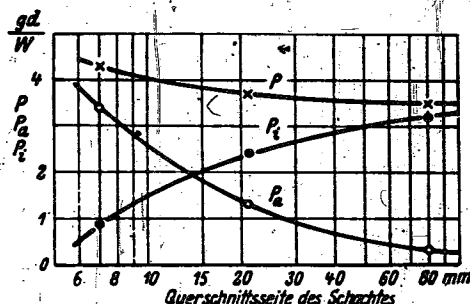


Bild 5. Widerstände P , P_i und P_a für quadratische Schächte mit Bündeln von 4 mm^2 -Leitungen ohne Leitungshalter.

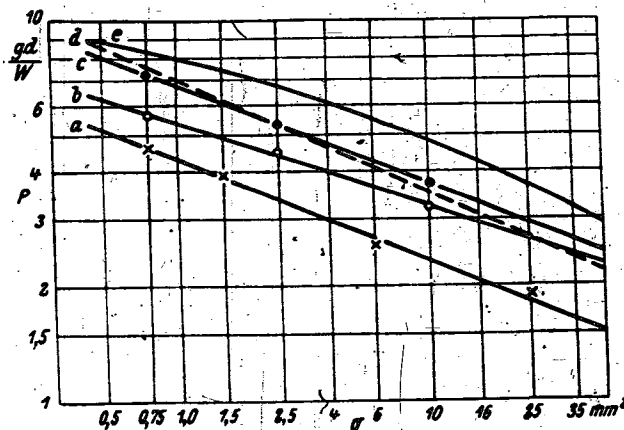


Bild 6. Warmewiderstände $P = P_a + P_i$ für 1 geheizten Leiter bei $\vartheta_1 \approx 80^\circ \text{C}$ Leitertemperatur und $\vartheta_2 \approx 20^\circ \text{C}$ Raumtemperatur für
 a = isolierten Einzelleiter auf Al-Blech ($B = 4,3$; $a = 0,27$),
 b = Bündel in Leitungshaltern auf Blechwanne ($B = 5,4$; $a = 0,22$),
 c = desgl. in Blechschacht ($B = 6,7$; $a = 0,26$),
 d = isolierter Einzelleiter im freien Luftraum (gestrichelte Gerade mit $B = 7,0$; $a = 0,30$),
 e = blanker Einzelleiter in Luft (nach Teichmüller und Humann*).

* J. Teichmüller u. P. Humann, Belastung von Leitungen für Hausinstallationen. ETZ 1907, S. 475.

6. Belastung von mehreren Leitungen.

Wenn auch in Flugzeuggordnetzen die Zahl der praktisch unbelasteten Leitungen (Meß- und Steuerleitungen) und der Kurzzeitleitungen überwiegt, genügt der bisher ausschließlich betrachtete Fall nur eines belasteten Leiters im Bündel für die Beurteilung der Bordnetze nicht. Es sollen daher nun die sich bei mehreren belasteten (geheizten) Leitern ergebenden Verhältnisse dargelegt werden (Leiterhäufung).

Der äußere Warmewiderstand der Schächte ist naturgemäß von der Zahl der innén heizenden Leiter unabhängig. Die in Bild 4 dargestellten Ergebnisse stammen aus Versuchen, bei denen ein bis alle Leiter des Bündels geheizt waren. Die Werte fügen sich im Rahmen des Streubereichs ohne erkennbare Unterschiede in die Kurvenverläufe ein.

Der innere Warmewiderstand ist an sich unmittelbar nur zu verstehen, wenn ein einziger geheizter Leiter, eine einzige Stelle der Wärmezeugung vorhanden ist, wobei der Warmewiderstand von dieser Stelle bis zur Schachtwand zu zu rechnen ist. Um die Betrachtung im bisherigen Rahmen weiterführen zu können und um keine unnötigen Komplikationen hineinzubringen, definieren wir den inneren Warmewiderstand P_i bei mehreren geheizten Leitern als den »Quotienten aus der höchsten im Bündel vorkommenden Leiterüber Temperatur Θ , über Schacht und der Leistung aller geheizten (belasteten) Leiter« — vgl. Gl. (1). — Entsprechend ist der Gesamtwiderstand $P = P_a + P_i$, dann derselbe Quotient mit der Über Temperatur Θ zwischen Leiter und Raumluft.

Von dieser Definition ausgehend ist sofort ersichtlich, daß P_i und P bei mehreren belasteten Leitern herunter-

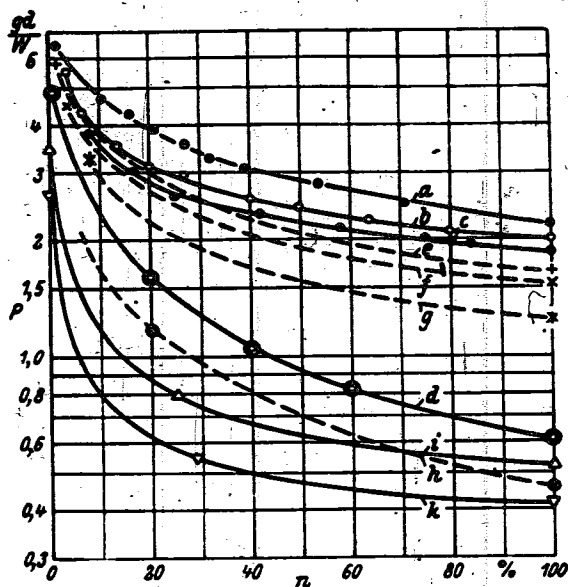


Bild 7. Gesamtwärnwiderstand $P = P_a + P_i$ abhängig von der prozentualen Belastung p des Bündels (ganzes Bündel mit Leitungen gleichen Querschnitts in Leitungshaltern besetzt). Schachtoberfläche 35°C .

- a (●) Schächte $32 \times 31 \text{ mm}$ und $33 \times 29 \text{ mm}$, besetzt mit 56 Leitungen $0,75 \text{ mm}^2$,
- b (○) desgl. mit 30 Leitungen $2,5 \text{ mm}^2$,
- c (⊙) desgl. mit 12 Leitungen 10 mm^2 ,
- d (⊗) Schacht $160 \times 35 \text{ mm}$, besetzt mit $5 \times 30 = 150$ Leitungen $2,5 \text{ mm}^2$,
- e (+) Wanne 30 mm breit, besetzt mit 56 Leitungen $0,75 \text{ mm}^2$,
- f (×) desgl. mit 30 Leitungen $2,5 \text{ mm}^2$,
- g (*) desgl. mit 12 Leitungen 10 mm^2 ,
- h (⊗) Wanne 150 mm breit, besetzt mit $5 \times 30 = 150$ Leitungen $2,5 \text{ mm}^2$,
- i (Δ) Schacht 80×80 ohne Leitungshalter, besetzt mit 256 Leitungen 4 mm^2 ,
- k (▽) desgl. mit 3 Kühlblechen innerhalb des Bündels, besetzt mit 224 Leitungen 4 mm^2 .

geht, da ja der erste Durchgangsquerschnitt des Wärmestromes Σ vergrößert wird. In Bild 7 sind die P nicht in Abhängigkeit von der Leiterzahl, sondern mit Rücksicht auf bessere Vergleichbarkeit abhängig von dem prozentualen Anteil p der belasteten Leiter aufgetragen. Bei beispielsweise 30 Leitungen $2,5 \text{ mm}^2$ entspricht 1 Leiter $3,3\% = 2,5 \text{ mm}^2$ und alle 30 Leiter $100\% = 75 \text{ mm}^2$ belasteten Querschnitts.

Während an den kleinen Schächten (Kurven a bis d des Bildes 7) hinreichend viele Messungen zur eindeutigen Angabe des Kurvenverlaufs zur Verfügung standen, können die Kurven e bis k in Bild 7 nur ungefähr gelten. Jedoch ist deutlich zu entnehmen, daß die Anordnungen auf Wannen (gestrichelte Linien) besonders bei größeren p wesentlich besser gekühlt sind. Die großen Schächte (Kurven d, h, i, k) zeigen naturgemäß kleinere Wärmewiderstände, da hier die Leiterzahlen, die 100% entsprechen, viel größer als bei den anderen Anordnungen sind.

In dem untersuchten und durch Bild 7 dargestellten Bereich kommen Wärmewiderstände zwischen $0,4$ und $6,5 \text{ gd/W}$ vor. Bei gleicher Übertemperatur sind die Verlustleistungen also rd. $1:16$, die Ströme rd. $1:4$.

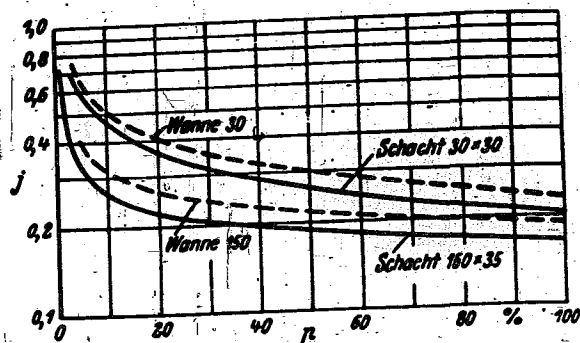


Bild 8. Stromstärkenfaktoren j für verschiedene belastete Leiterzahlen p bei $2,5 \text{ mm}^2$ und Schächten 30×30 bzw. 160×35 und Wannen 30 bzw. 150 mm .

7. Belastbarkeit.

Aus Gl. (1) ergibt sich sofort für die einer bestimmten Übertemperatur Θ (Leiter gegen Luft) entsprechende Belastungsstromstärke

$$I = \sqrt{\frac{\Theta \cdot \kappa \cdot q}{\nu (P_a + P_i)}} \quad (9)$$

wo κ die elektrische Leitfähigkeit in $\text{S} \frac{\text{m}}{\text{mm}^2}$, q der Leiterquerschnitt in mm^2 , $P_a + P_i$ der Wärmewiderstand in gd/W und ν die Zahl der mit I belasteten Leiter ist, wobei für Bündel angenommen wird, daß das ganze Bündel aus gleichen Leitungen desselben Querschnitts besteht.

Der charakteristische Verlauf des zulässigen Belastungsstromes ist in Bild 8 durch die Kurven der Stromstärkefaktoren

$$j = \sqrt{\frac{q}{\nu (P_a + P_i)}} \quad (10)$$

für $q = 2,5 \text{ mm}^2$ und die 4 Anordnungen b, d, f und h aus Bild 7 wiedergegeben. Die Stromstärken ergeben sich daraus mit Gl. (9) zu

$$I = j \sqrt{\Theta \cdot \kappa} \quad (11)$$

wobei zu beachten ist, daß κ von der Leitertemperatur abhängt.

8. Zusammenfassung.

Einige der besonders in Flugzeugbordinstallationen vorkommenden Verlegungsarten von isolierten Leitungen in Schächten, auf Wannen und Blechwänden werden in ihrem wärmetechnischen Verhalten untersucht. Aus durchgeführten Versuchen werden die vorkommenden Größen der inneren, der äußeren und der gesamten Wärmewiderstände mitgeteilt. Es ist sowohl der Fall eines als auch mehrerer geheizter Leiter im Bündel berücksichtigt. — Die Ergebnisse zeigen die außerordentlich starke Abhängigkeit der zulässigen Dauerstromstärke von Verlegungsart und Leitungshäufung. Da die vorkommenden zulässigen Ströme sich über einen Bereich von $1:4$ bis $1:5$ erstrecken, ist im Interesse günstigster Werkstoffausnutzung und Gewichtseinsparung ein Wärmeentwurf an Stelle der Benutzung einer einzigen Belastungstafel anzustreben.

Etwas über Getriebeuntersuchungen für Waffen*).

Von Gerhard Dobbrack (Berlin).

Bericht des Instituts für Mathematik und Mechanik der Luftkriegsakademie Gatow¹⁾.

Eine bei einer Waffenkonstruktion aufgetretene Frage über die Festigkeitsbeanspruchung eines Getriebes wird auf eine Differentialgleichung zurückgeführt; für diese wird ein praktisches Lösungsverfahren verbunden mit einer Diskussion der charakteristischen Lösungstypen gegeben.

Gliederung.

- I. Einleitung.
- II. Das Gleichungssystem des Problems.
- III. Lösung der Differentialgleichung.
- IV. Diskussion der Führungskurve.
- V. Die kinematischen Vorgänge längs der Führungskurve.
- VI. Zahlenbeispiel.

I. Einleitung.

Bei Getriebeuntersuchungen für Waffen wurde man auf folgendes Problem geführt: Drei Massen m_1, m_2, m in den Punkten M_1, M_2, M seien in der gezeichneten Weise, Bild 1, durch masselose Stangen MM_1, MM_2 , ($|MM_2| > |MM_1|$) verbunden. Die Massenpunkte, um die sich die Stangen drehen können, werden so geführt, daß M_1 und M_2 nur längs der festen Geraden M_1N_1 und M_2N_2 nur längs der festen Führungskurve (F) gleiten kann; die Bahngeschwindigkeit von M_2 soll der Größe und Richtung nach konstant sein. Von Reibungskräften werde abgesehen. Kann man nun die Führungskurve so bestimmen, daß die Stange MM_1 nur auf Zug, und zwar durch eine Kraft konstanten Betrages beansprucht wird? Es wird im folgenden gezeigt, daß diese Frage zu bejahen ist, und es wird zugleich ein Verfahren zur Berechnung der Führungskurve und der kinematischen und kinetischen Vorgänge bei der Bewegung des Systems gegeben.

Zur Konkretisierung der Untersuchung sei noch angenommen, daß zur Zeit $t = 0$ M_1 sich in Ruhe befindet, und daß zu dieser Zeit die Lage des Systems eine ähnliche sei wie in Bild 1 (also α im I. Quadranten).

II. Das Gleichungssystem des Problems.

Die Bewegung des Systems wird durch die Gleichgewichtsbedingungen zwischen den Kräften und den Massenbeschleunigungen zusätzlich der kinematischen Bedingungen festgelegt. Um diese Bedingungen bequem aufstellen zu können,

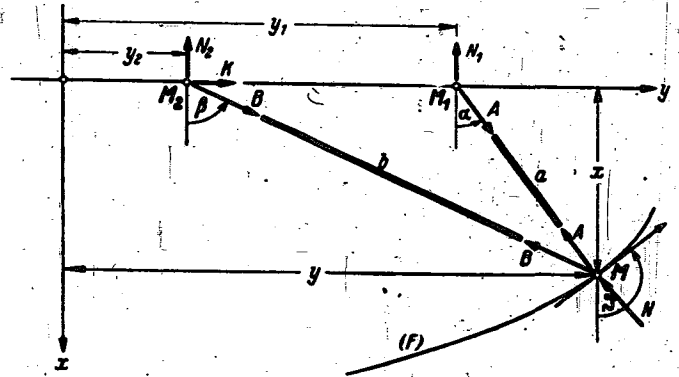


Bild 1. Skizze der kinematischen Anordnung.

werde das Koordinatensystem in der aus Bild 1 ersichtlichen Weise so gelegt, daß die positive y -Achse mit der Bewegungsrichtung von M_1 zusammenfällt. Der O -Punkt des Koordinatensystems wird durch die Bedingung $y_1(0) = 0$ festgelegt. Die Bahngeschwindigkeiten von M_1, M_2 und M seien u, v und w ; an diesen Punkten greifen die Kräfte A, N_1, B, N_2, K und A, B, N an. Wählt man noch die Maßeinheiten so, daß $m_1 = 1, v = 1$ und $a = |MM_1| = 1$ wird²⁾, so erhält man als Bewegungsgleichungen³⁾

$$\left. \begin{aligned} A \sin \alpha &= \dot{u}, \\ K + B \sin \beta &= 0 \\ A \cos(\alpha - \vartheta) + B \cos(\beta - \vartheta) &= -m \dot{w} \\ N_1 &= A \cos \alpha \\ N_2 &= B \cos \beta \\ N &= A \sin(\alpha - \vartheta) + B \sin(\beta - \vartheta), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

und als geometrische und kinematische Bedingungen

$$\left. \begin{aligned} x &= \cos \alpha = b \cos \beta, \quad y = y_1 + \sin \alpha = y_2 + b \sin \beta \\ u &= \dot{y}_1, \quad 1 = \dot{y}_2, \quad w = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ \cos \vartheta &= \frac{\dot{x}}{w}, \quad \sin \vartheta = \frac{\dot{y}}{w}, \quad A \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Mit Hilfe von (2) eliminiert man aus (1) u, w und ϑ :

$$\left. \begin{aligned} \alpha \operatorname{ctg} \beta (b \sin \beta - \sin \alpha) - \alpha^2 \frac{b \sin \beta - \sin \alpha}{b \sin \beta} [\sin \alpha + \operatorname{ctg}^2 \beta (b \sin \beta + \sin \alpha)] + A \sin \alpha &= 0 \\ \frac{K}{m} &= \ddot{\alpha} \sin \alpha [\dot{\alpha} \sin \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) + \operatorname{ctg} \beta] + \dot{\alpha}^2 \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^4 \beta} (b^2 - 1) + \\ &+ \dot{\alpha}^2 b \frac{(1 - \frac{1}{b^2}) - \sin^4 \beta}{\sin^3 \beta} + \ddot{\alpha} \frac{A}{m} \sin \alpha \operatorname{ctg} \beta (b \sin \beta - \sin \alpha) \\ B &= -\frac{K}{\sin \beta} \\ N_1 &= A \cos \alpha \\ N_2 &= -K \operatorname{ctg} \beta \\ N &= \frac{\ddot{\alpha} \sin \alpha [A \cos(\alpha - \beta) - K/\sin \beta] + \cos \alpha \sin \beta (A - K/b \sin \beta)}{\sqrt{\dot{\alpha}^2 \sin^2 \alpha + 2 \dot{\alpha} \frac{1}{b} \cos \alpha \sin \alpha \sin \beta + 1 - \frac{1}{b^2} \cos^2 \alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

²⁾ Mißt man α, v, m_1 im technischen Maßsystem, so erhält im neuen Maßsystem 1 m die Maßzahl $1/a, 1$ s die Maßzahl v/a und 1 kg die Maßzahl $a/v^2 m_1$.

³⁾ Ableitungen nach der Zeit t werden durch einen Punkt bezeichnet, Ableitungen nach α durch einen Akzent. Der Index 0 kennzeichnet die Werte der betreffenden Größen am Anfang ($t = 0$).

¹⁾ P 91.
²⁾ Die Aufgabenstellung entstammt der Zusammenarbeit zwischen dem Institut für Mathematik und Mechanik der Luftkriegsakademie Gatow (Prof. Dr.-Ing. W. Herrmann) und Herrn Dr.-Ing. Gründer, dem Leiter der Mathematisch-Mechanischen Abteilung bei den Güstloff-Werken (Suhl).

Denkt man sich hierin β mittels

$$\sin \beta = \frac{1}{b} \sqrt{b^2 - \cos^2 \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \beta = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{b^2 - \cos^2 \alpha}} \quad (4)$$

durch α ausgedrückt, so stellt (3)₁ eine Differentialgleichung zweiter Ordnung für z als Funktion von t dar; hat diese eine Lösung, die den Voraussetzungen des Problems genügt, so berechnen sich K , B , N_1 , N_2 , N aus den restlichen Gl. (3), wobei noch A beliebig gewählt werden kann.

Die Differentialgleichung (3)₁ kann, da der Koeffizient von $\ddot{z}$ für keinen Wert von α verschwindet, nach $\ddot{z}$ aufgelöst werden. Da die Voraussetzung $u = 0$ für $t = 0$ eine Anfangsbedingung für α gibt,

$$\alpha_0 = \frac{1}{\sin \alpha_0 (\operatorname{ctg} \alpha_0 - \operatorname{ctg} \beta_0)} \quad (5)$$

genügt es, noch α am Anfang beliebig vorzugeben; dann hat die Differentialgleichung für jeden konstanten Wert von A genau eine Lösung, womit nach dem obigen auch alle Kräfte eindeutig bestimmt sind. Aber auch die Koordinaten des laufenden Punktes M der Führungskurve liegen dann fest:

$$x = \cos \alpha, \quad y = y_0 + t + b (\sin \beta - \sin \beta_0), \quad (6)$$

wobei wegen der Wahl des Koordinatenursprungs $y_0 = \sin \alpha_0$ ist.

Für den vorstehenden Ansatz des vorgelegten Problems soll im folgenden die praktische Berechnung gegeben werden.

III. Lösung der Differentialgleichung.

Die Differentialgleichung (3)₁ oder

$$\ddot{z} - p(\alpha) \dot{z} + A q(\alpha) z = 0 \quad (7)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} p(\alpha) &= \operatorname{tg} \alpha + \frac{\sin(\alpha + \beta)}{b \sin^2 \beta} \\ q(\alpha) &= 1 : (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

geht durch die Substitution $z = \dot{\alpha}$ in die lineare Differentialgleichung

$$z' - 2p(\alpha)z + 2Aq(\alpha)z = 0 \quad (9)$$

über, in der α die unabhängige Veränderliche ist; ihre Lösung ergibt sich zu

$$z = e^{-\int_{\alpha_0}^{\alpha} 2p d\alpha} \left(z_0 - 2A \int_{\alpha_0}^{\alpha} q e^{-\int_{\alpha_0}^{\alpha} 2p d\alpha} d\alpha \right) \quad (10)$$

mit der Anfangsbedingung

$$z_0 = q_0^2 / \sin^2 \alpha_0 \quad (11)$$

Diese Lösung läßt sich auch in der Form

$$\frac{1}{z} = \frac{P^2}{1 - 2A(Q - Q_0)} \quad (12)$$

schreiben, wobei folgende Hilfsfunktionen eingeführt sind:

$$\left. \begin{aligned} P(\alpha) &\equiv e^{-\int_{\alpha_0}^{\alpha} 2p d\alpha} = \frac{\sin \alpha}{q(\alpha)} = \operatorname{ctg} \beta \cdot (b \sin \beta - \sin \alpha) \\ Q(\alpha) &\equiv \int_{\alpha_0}^{\alpha} q P^2 d\alpha = \frac{b^2 - 1}{4} \left[\ln \frac{(b \sin \beta - \sin \alpha)^2}{b^2 - 1} + \frac{(b \sin \beta - \sin \alpha)^2}{b^2 - 1} - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Mit Hilfe dieser Formeln kann z berechnet werden. Es genügt, die Funktionen $\operatorname{ctg} \beta$, $\sin \beta$, P , Q und dazu noch $P(\alpha) = P(-\alpha)$, $Q(\alpha) = Q(-\alpha)$ im I. Quadranten zu kennen, um z und $\dot{z}(\alpha) = z(-\alpha)$ im I. Quadranten und damit z nach Zahlentafel 1 in allen Quadranten zu kennen. Alle diese Funktionen sind in α periodisch mit der Periode 2π .

Zahlentafel 1.

Quadrant	$\operatorname{ctg} \beta(\alpha)$	$\sin \beta(\alpha)$	$P(\alpha)$	$Q(\alpha)$	$z(\alpha)$
I	$\operatorname{ctg} \beta(\alpha)$	$\sin \beta(\alpha)$	$P(\alpha)$	$Q(\alpha)$	$z(\alpha)$
II	$-\operatorname{ctg} \beta(\pi - \alpha)$	$\sin \beta(\pi - \alpha)$	$-P(\pi - \alpha)$	$Q(\pi - \alpha)$	$z(\pi - \alpha)$
III	$-\operatorname{ctg} \beta(\alpha - \pi)$	$\sin \beta(\alpha - \pi)$	$-P(\alpha - \pi)$	$Q(\alpha - \pi)$	$z(\alpha - \pi)$
IV	$\operatorname{ctg} \beta(2\pi - \alpha)$	$\sin \beta(2\pi - \alpha)$	$P(2\pi - \alpha)$	$Q(2\pi - \alpha)$	$z(2\pi - \alpha)$

Zur Erleichterung des Übergangs von $z(\alpha)$ zu $z(t)$ empfiehlt es sich, statt z besser $1/z$ für das Intervall $0 \dots 2\pi$ genauer zu betrachten. $1/z$ wird unendlich groß an denjenigen Stellen α^* , die Nullstellen des Nenners, aber nicht solche des Zählers sind:

$$Q(\alpha^*) = \frac{1}{2A} + Q(\alpha_0), \quad P(\alpha^*) \neq 0; \quad (14)$$

die Funktion wird Null an den Stellen α^{**} , die Nullstellen von P , aber keine von $1 - 2A(Q - Q_0)$ sind; dazu können noch Lücken α^{***} hinzutreten, die zugleich Nullstellen von Zähler und Nenner sind, und in denen der Wert von $1/z$ durch einen Grenzübergang bestimmt werden muß. P hat als Nullstellen $\alpha = \frac{\pi}{2}$ und $\alpha = \frac{3}{2}\pi$. Um die Nullstellen des Nenners von $1/z$ zu finden, muß man beachten, daß Q zwei Maxima bei $\alpha = \frac{\pi}{2}$ und $\alpha = \frac{3}{2}\pi$ hat (von denen das zweite das größere ist), zwei Minima bei $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi$ (in denen Q verschwindet), und daß Q nie negativ wird. Die Untersuchung des Verlaufes der Funktion $1/z$ gabelt sich, entsprechend den Werten des Parameters $A \geq 0$, von dem z noch abhängt, in fünf Fälle, für die man, wenn man noch

$$A_1 = 1:2 \left[Q\left(\frac{3}{2}\pi\right) - Q(\alpha_0) \right], \quad A_2 = 1:2 \left[Q\left(\frac{\pi}{2}\right) - Q(\alpha_0) \right] \quad (15)$$

setzt, im Intervall $0 \dots 2\pi$ folgende Charakterisierung erhält (Bild 2 unter Zugrundelegung der Zahlenwerte des im VI. angegebenen Beispiels⁴⁾):

a) $0 \leq A < A_1$: keine Unendlichkeitsstellen; Nullstellen bei $\alpha^{**}_1 = \frac{\pi}{2}$ und $\alpha^{**}_2 = \frac{3}{2}\pi$; keine Lücken.

b) $A = A_1$: keine Unendlichkeitsstellen; eine Nullstelle bei $\alpha^{**}_1 = \frac{\pi}{2}$; eine Lücke bei $\alpha^{***}_1 = \frac{3}{2}\pi$ mit dem Funktionswert $1/z = \left(1 + \frac{1}{b}\right)A_1$.

c) $A_1 < A < A_2$: zwei Unendlichkeitsstellen: α^{**}_1 im III. Quadranten, $\alpha^{**}_2 = 3\pi - \alpha^{**}_1$ im IV. Quadranten; Nullstellen bei $\alpha^{**}_1 = \frac{\pi}{2}$ und $\alpha^{**}_2 = \frac{3}{2}\pi$; keine Lücken.

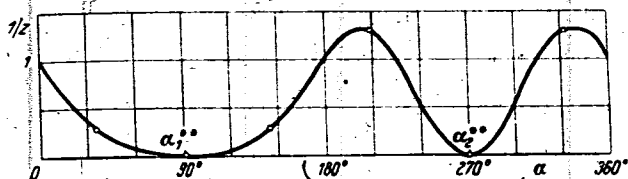
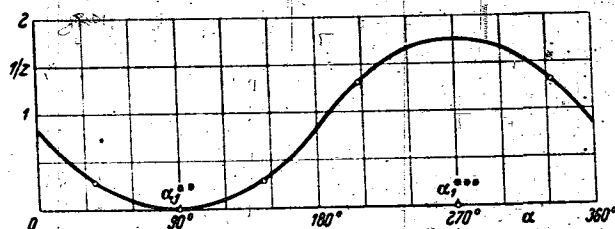
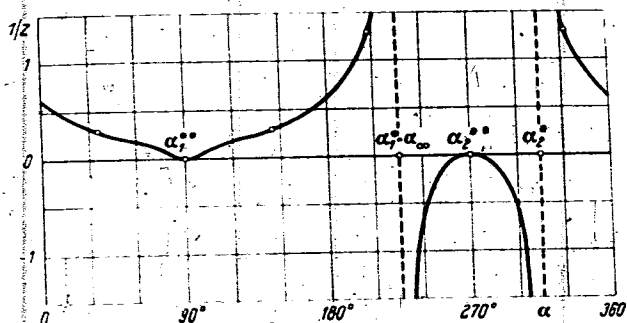
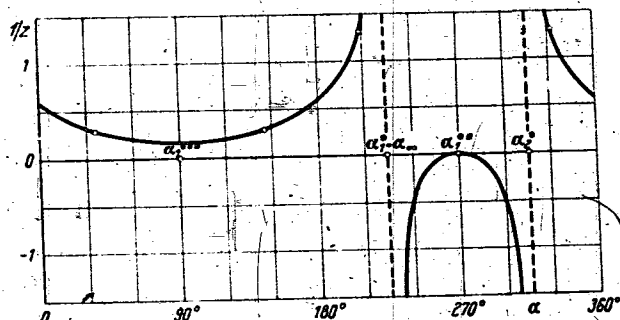
d) $A = A_2$: zwei Unendlichkeitsstellen: α^{**}_1 im III. Quadranten, $\alpha^{**}_2 = 3\pi - \alpha^{**}_1$ im IV. Quadranten; eine Nullstelle bei $\alpha^{**}_1 = \frac{3}{2}\pi$; eine Lücke bei $\alpha^{***}_1 = \frac{\pi}{2}$ mit dem Funktionswert $1/z = \left(1 - \frac{1}{b}\right)A_2$.

e) $A_2 < A < \infty$: vier Unendlichkeitsstellen: α^{**}_1 im I. Quadranten, $\alpha^{**}_2 = \pi - \alpha^{**}_1$ im II. Quadranten, α^{**}_3 im III. Quadranten, $\alpha^{**}_4 = 3\pi - \alpha^{**}_3$ im IV. Quadranten; Nullstellen bei $\alpha^{**}_1 = \frac{\pi}{2}$ und $\alpha^{**}_2 = \frac{3}{2}\pi$; keine Lücken.

Aus der Funktion $z(\alpha)$ ergibt sich die gesuchte Funktion $z(t)$ als Umkehrung von

$$t = \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\alpha}{1/z} \quad (16)$$

⁴⁾ Die auf den Kurven markierten unbezeichneten vier Punkte sind gemeinsame Punkte aller Kurven.


Bild 2a. $1/z$ für $0 < A < A_1$.

Bild 2b. $1/z$ für $A_1 < A < A_2$.

Bild 2c. $1/z$ für $A_1 < A < A_2$.

Bild 2d. $1/z$ für $A = A_2$.

Nach (5) ist α zur Zeit $t = 0$ positiv, es ist daher das positive Zeichen der Wurzel zu nehmen. Das Integral hat kinematische Bedeutung nur, solange die Wurzel reell ist: also nach Bild 2 für diejenigen Werte von α , die zwischen α_0 und der ersten Unendlichkeitsstelle α_1^* liegen. Da also diese Unendlichkeitsstelle den kinematisch sinnvollen Wertebereich von α nach oben begrenzt, wird man sie als das natürliche Ende $\alpha_\infty = \alpha_1^*$, der hier auftretenden Funktionen von α bezeichnen können. α_∞ liegt entweder im I. oder im III. Quadranten, oder es ist überhaupt nicht vorhanden, in welchem letzterem Falle der Wertebereich von α nach oben nicht beschränkt ist und $\alpha_\infty = \infty$ als das natürliche Ende genommen wird. Für das folgende gilt stillschweigend die Voraussetzung, daß alle Funktionen von α nur bis zu dem natürlichen Ende betrachtet werden sollen (also gegebenenfalls, wenn $\alpha_\infty = \infty$, für alle α).

Die praktische Berechnung von t geschieht zweckmäßig durch Einführung zweier Hilfsfunktionen

$$T(\alpha) = \int_0^\alpha \frac{d\alpha}{\sqrt{z}}, \quad \bar{T}(\alpha) = -T(-\alpha), \quad \dots (17)$$

deren Kenntnis sofort t gibt:

$$t = T(\alpha) - T(\alpha_0) \quad \dots (18)$$

Hat man diese Hilfsfunktionen durch numerische oder graphische Integration von $1/\sqrt{z}$ im I. Quadranten ermittelt, so gibt die Zahlentafel 2 unmittelbar die Werte von T in allen Quadranten.

Zahlentafel 2.

Quadrant	$T(\alpha)$
I	$T(\alpha)$
II	$T(\pi) - T(\pi - \alpha)$
III	$T(\pi) + \bar{T}(\alpha - \pi)$
IV	$T(2\pi) - \bar{T}(2\pi - \alpha)$
V	$T(2\pi) + T(\alpha - 2\pi)$
...	...

Formelmäßig schreibt sich die Fortsetzung

$$T(\alpha + 2\pi) = T(\alpha) + T(2\pi) \quad \dots (19)$$

Die in Zahlentafel 2 vorkommenden Werte von T für die Vielfachen von π berechnen sich nach Zahlentafel 3 aus den Werten für $T(\frac{\pi}{2})$ und $\bar{T}(\frac{\pi}{2})$; letztere sind bekannt, wenn man T und $\bar{T}$ im I. Quadranten kennt.

Zahlentafel 3.

α	$T(\alpha)$
π	$2 T(\frac{\pi}{2})$
2π	$2 T(\frac{\pi}{2}) + 2 \bar{T}(\frac{\pi}{2})$
3π	$4 T(\frac{\pi}{2}) + 2 \bar{T}(\frac{\pi}{2})$
4π	$4 T(\frac{\pi}{2}) + 4 \bar{T}(\frac{\pi}{2})$
...	...

IV. Diskussion der Führungskurve.

Nach (6) sind die Koordinaten x, y des Punktes M der Führungskurve als Funktionen von α bekannt, sobald t als Funktion von α gegeben ist. Im Anschluß an das Berechnungsschema von z werde noch das von x und y skizziert. Führt man die Bezeichnungen

$$Y = b \sin \beta - C$$

$$C = b \sin \beta_0 - \sin \alpha_0 + T(\alpha_0) = \text{const}$$

ein, so schreiben sich die Koordinaten von M

$$x = \cos \alpha = b \cos \beta$$

$$y = T(\alpha) + Y(\alpha) = b \sin \beta - C + T(\alpha) \quad \dots (21)$$

Man entnimmt diesen Formeln sofort eine geometrische Konstruktion der Führungskurve: verschiebt man den zu dem Parameterwert α gehörenden Punkt des Kreises mit dem Radius b und dem Mittelpunkt $x = 0, y = -C$ parallel zur y -Achse um die Strecke $T(\alpha)$, so erhält man den zu α gehörenden Punkt M der Führungskurve. Numerisch sind

x und y als bekannt zu betrachten, sobald T , $\bar{T}$ und Y für den I. Quadranten berechnet sind; es entspricht der Zahlentafel 2 eine ähnliche für y (Zahlentafel 4).

Zahlentafel 4.

Quadrant	$y(\alpha)$
I	$T(\alpha) + Y(\alpha)$
II	$T(\pi) - T(\pi - \alpha) + Y(\pi - \alpha)$
III	$T(\pi) + \bar{T}(\alpha - \pi) + Y(\alpha - \pi)$
IV	$\bar{T}(2\pi) - \bar{T}(2\pi - \alpha) + Y(2\pi - \alpha)$
V	$\bar{T}(2\pi) + T(\alpha - 2\pi) + Y(\alpha - 2\pi)$
...	...

Es ist zwar x , aber nicht y in α periodisch,

$x(\alpha + 2\pi) = x(\alpha)$, $y(\alpha + 2\pi) = y(\alpha) + T(2\pi)$, (22), wohl aber ist x eine periodische Funktion von y mit der Periode $T(2\pi)$; es genügt daher, von der Führungskurve das Stück von $\alpha = \alpha_0$ bis $\alpha = \alpha_0 + 2\pi$ zu berechnen⁵⁾.

Der Tangentenanstieg der Führungskurve

$$\operatorname{tg} \theta \equiv \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{z} \cdot \sin \alpha} + \operatorname{ctg} \beta \quad (23)$$

hat in α die Periode 2π . Zur y -Achse parallele Tangenten liegen vor an den Stellen $\alpha = n\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) und in der Grenze $\alpha \rightarrow \alpha_\infty + \infty$. Nähert sich also α dem natürlichen Ende, so strebt die Kurve gegen eine zur y -Achse parallele Asymptote $x_\infty = \cos \alpha_\infty$.

An den Stellen $\alpha = \frac{\pi}{2} + n\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) (Nullstellen) schneidet die Kurve die y -Achse, und zwar im allgemeinen mit einer zur x -Achse parallelen Tangente. Nur wenn eine solche Stelle α zugleich eine Lücke α^{***} von z ist, ist der Schnittwinkel θ mit der x -Achse von Null verschieden; $\operatorname{tg} \theta = -\lim 1/\sqrt{z}$ für $\alpha \rightarrow \alpha^{***}$.

Da y von dem Parameter A abhängt, liegt nicht nur eine Führungskurve, sondern deren eine ganze Schar vor. Alle diese Kurven gehen für $t = 0$ durch denselben Anfangspunkt $x_0 = \cos \alpha_0$, $y_0 = \sin \alpha_0$ und berühren dort den Einheitskreis durch den Nullpunkt. Nach der Einteilung der Funk-

⁵⁾ Die Perioden dieser und der folgenden Funktionen treten nach III. nur für $\alpha_\infty = \infty$ im Reellen in Erscheinung.

tionen $1/z$ in III. hat man daher folgende Klassen von Führungskurven zu unterscheiden (Bild 3b):

a) $0 \leq A < A_1$: Nullstellen bei $\alpha = \frac{\pi}{2} + n\pi$ mit dem Schnittwinkel $\theta = 0$; keine Asymptote.

b) $A = A_1$ (erste ausgezeichnete Kurve): Nullstellen bei $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ mit dem Schnittwinkel $\theta = 0$ und bei $\alpha = \frac{3}{2}\pi + 2n\pi$ mit dem Schnittwinkel

$$\theta = \pi - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{b}\right) A_1}; \text{ keine Asymptote.}$$

c) $A_1 < A < A_2$: eine Nullstelle bei $\alpha = \frac{\pi}{2}$ mit dem Schnittwinkel $\theta = 0$; Asymptote (x_∞ im III. Quadranten).

d) $A = A_2$ (zweite ausgezeichnete Kurve): eine Nullstelle bei $\alpha = \frac{\pi}{2}$ mit dem Schnittwinkel

$$\theta = \pi - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{b}\right) A_2};$$

Asymptote (x_∞ im III. Quadranten).

e) $A_2 < A < \infty$: keine Nullstelle; Asymptote (x_∞ im I. Quadranten).

Die Schar der Führungskurven wird von zwei Grenzkurven begrenzt, die aus den Kurven der Schar durch die Grenzübergänge $A \rightarrow 0$ und $A \rightarrow \infty$ hervorgehen. Die zweite Grenzkurve ist die zur y -Achse parallele Gerade $x = \cos \alpha_0$ durch den Anfangspunkt; ihr nähern sich die Führungskurven für große A . Die erste Grenzkurve ist im Gegensatz zur zweiten selber eine Führungskurve, und zwar diejenige für den Parameterwert $A = 0$; für diese lassen sich die Integrationen in T und $\bar{T}$ elementar ausführen:

$$\left. \begin{aligned} T(\alpha) &= \sin \alpha - Y(\alpha) \\ \bar{T}(\alpha) &= \sin \alpha + Y(\alpha) \end{aligned} \right\} (\alpha \text{ im I. Quadranten})$$

$$\left. \begin{aligned} T\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 1 - b + \sqrt{b^2 - 1} \\ \bar{T}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 1 + b + \sqrt{b^2 - 1} \\ Y(\alpha) &= b \sin \beta - \sqrt{b^2 - 1} \\ C &= \sqrt{b^2 - 1} \end{aligned} \right\} (24)$$

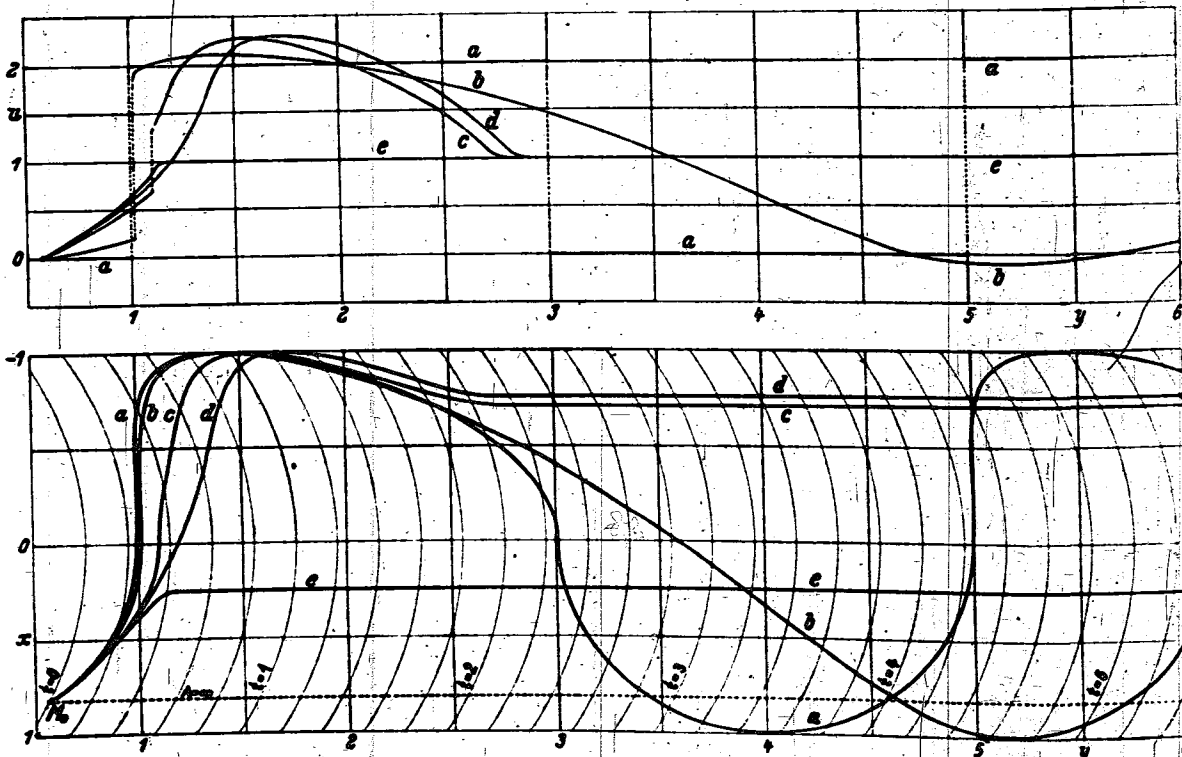


Bild 3a (oben). Geschwindigkeit von M_1 als Funktion der y -Koordinate von M .
Bild 3b (unten). Beispiele von Führungskurven für die charakteristischen Typen.

Zahlentafel 5.

Quadrant	$y(\alpha)$
I	$\sin \alpha$
II	$2(1-b) - \sin(\pi - \alpha) + 2b \sin \beta(\pi - \alpha)$
III	$2(1-b) + \sin(\alpha - \pi) + 2b \sin \beta(\alpha - \pi)$
IV	$4 - \sin(2\pi - \alpha)$
V	$4 + \sin(\alpha - 2\pi)$

Die Periode der ersten Grenzkurve ist 4. Für α im I. und II. Quadranten besteht diese Kurve aus einem Halbkreis von $x^2 + y^2 = 1$, für α im IV. und V. Quadranten besteht sie aus einem Halbkreis von $x^2 + (y-4)^2 = 1$ usw.; sie ist ein Beispiel für die Führungskurven der Klasse a): unendliche viele Nullstellen mit dem Schnittwinkel $\vartheta = 0$ und keine Asymptote.

V. Die kinematischen Vorgänge längs der Führungskurve.

Die Bahngeschwindigkeit des Punktes M_1 ist

$$u = 1 - P \sqrt{z} = 1 - \sqrt{1 - 2A(Q - Q_0)} \quad (25)$$

wobei man zu beachten hat, daß stets $\sqrt{z} \geq 0$ ist; das Vorzeichen der zweiten Wurzel ist also gleich dem Vorzeichen von P . In den Nullstellen von P (in denen die Führungskurve die y -Achse schneidet) erleidet daher u im allgemeinen als Unstetigkeit einen Sprung von Werten kleiner als 1 auf Werte größer als 1 (oder umgekehrt). Nur an den Nullstellen von P , die zugleich Lücken von z sind, verläuft u stetig, da an diesen Stellen $\sqrt{z}$ nicht verschwindet: das tritt nur ein bei der ersten ausgezeichneten Kurve an den Stellen $\alpha = \frac{3}{2}\pi + 2n\pi$ und bei der zweiten ausgezeichneten

Kurve an der Stelle $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Für Kurven mit Asymptoten (bei denen also das natürliche Ende im Endlichen liegt) strebt u gegen 1, wenn die Kurve sich unbegrenzt der Asymptote nähert.

Man folgert aus (25) auch, daß an allen Stetigkeitsstellen von u der Punkt M_1 die Beschleunigung $A \sin \alpha$ hat. An diesen Stellen wird also die Forderung der Aufgabe, daß die auf M_1 durch die Stange MM_1 übertragene Kraft dem Betrage nach konstant (gleich A) sei, tatsächlich erfüllt.

Die Berechnung von u erfolgt nach Zahlentafel 6 wieder mittels der Kenntnis von Q und $\bar{Q}$ im I. Quadranten.

Zahlentafel 6.

Quadrant	u
I	$1 - \sqrt{1 - 2A(Q(\alpha) - Q(\alpha_0))}$
II	$1 + \sqrt{1 - 2A(Q(\pi - \alpha) - Q(\alpha_0))}$
III	$1 + \sqrt{1 - 2A(\bar{Q}(\alpha - \pi) - Q(\alpha_0))}$
IV	$1 - \sqrt{1 - 2A(Q(2\pi - \alpha) - Q(\alpha_0))}$

Von besonderem Interesse ist die Bewegung von M_1 bei der ersten Grenzkurve: solange M sich auf einem der Halbkreise befindet, ruht M_1 ; überschreitet dann M die y -Achse, so springt M_1 momentan auf die Geschwindigkeit $u = 2$ und behält diese so lange bei, bis M wieder die y -Achse schneidet und auf den nächsten Halbkreis übergeht: dann springt M_1 momentan zur Ruhe zurück. Da sich M_1 bis auf die Sprungstellen stets mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, ist die auf M_1 ausgeübte Kraft stets Null; an den Sprungstellen tritt ein Stoß auf.

Die Winkelgeschwindigkeiten der Stangen MM_1 und MM_2 und die Bahngeschwindigkeit des Punktes M ,

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= \sqrt{z}, & \dot{\beta} &= \frac{\sin \alpha}{b \sin \beta} \sqrt{z}, \\ w^2 &= \sqrt{z} \sin \alpha [\sqrt{z} \sin \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) + 2 \operatorname{ctg} \beta] + 1, \end{aligned} \right\} (26)$$

sind an den Unstetigkeitsstellen von $\sqrt{z}$ unstetig, sie werden hier unendlich groß. Im Falle $\alpha_\infty = \infty$ sind u , $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, w sowohl reelle periodische Funktionen von α (mit der Periode 2π) als auch reelle periodische Funktionen von y (mit der Periode $T(2\pi)$). Es werden u , $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, w an denselben Stellen $\alpha = \frac{\pi}{2} + n\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), sofern diese keine Lücken von z sind, unstetig. Nur bei den Führungskurven mit Asymptote ohne Schnittpunkte mit der y -Achse und bei der zweiten ausgezeichneten Führungskurve verlaufen die kinematischen Vorgänge überall stetig; für die erste ausgezeichnete Führungskurve sind alle zweiten Schnittpunkte mit der y -Achse (nämlich die Stellen $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$) Unstetigkeitsstellen; für alle übrigen Führungskurven sind alle Schnittpunkte mit der y -Achse Unstetigkeitsstellen. Bei allen diesen Unstetigkeitsstellen springt u , und $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, w wachsen über alle Grenzen.

Die Bewegungsgesetze von M_1 und M_2 werden durch die Formeln

$$y_1 = y_2 + b \sin \beta - \sin \alpha, \quad y_2 = t = T(\alpha) - T(\alpha_0) \quad (27)$$

gegeben.

VI. Zahlenbeispiel.

Die Berechnung einiger Führungskurven wurde für die Zahlenwerte $b = 1,8415$, $\alpha_0 = 35^\circ$ durchgeführt; hierfür nehmen die Hilfsfunktionen folgende Gestalt an:

$$R = 0,6467 (1,8415 \sin \beta + \sin \alpha),$$

$$P = 1,5463 \operatorname{ctg} \beta / R,$$

$$\bar{P} = 1,5463 \operatorname{ctg} \beta \cdot R,$$

$$Q = 0,5978 (2,3026 \cdot {}^{10}\log R^2 + \frac{1}{R^2} - 1),$$

$$\bar{Q} = 0,5978 (R^2 - (1 + 2,3026 \cdot {}^{10}\log R^2)),$$

$$T = 1,7453 \cdot 10^{-2} \int_0^{\alpha_0} \frac{P(\alpha^0) d\alpha^0}{\sqrt{1 - 2A(Q - Q_0)}},$$

$$\bar{T} = 1,7453 \cdot 10^{-2} \int_0^{\alpha_0} \frac{\bar{P}(\alpha^0) d\alpha^0}{\sqrt{1 - 2A(\bar{Q} - Q_0)}}.$$

Mittels numerischer Integration sind T und $\bar{T}$ für den I. Quadranten bestimmt worden, und hieraus nach den Zahlentafeln 2 bis 4 die Koordinaten x und y des Punktes M . Für den Parameter A wurden fünf Werte angenommen (Zahlentafel 7), um für jeden der Kurventypen a), ... e) ein Beispiel zu geben. Bild 3b zeigt die zugehörigen Führungskurven; die Kreise schneiden auf den einzelnen Führungskurven Strecken ab, die von M in derselben Zeit $t = 0,2$ durchlaufen werden.

Zahlentafel 7.

	A	α_∞	x_∞	
a)	0	∞	—	1. Grenzkurve
b)	0,8804	∞	—	1. ausgezeichnete Kurve mit Asymptote und Nullstelle
c)	2,5	$225^\circ 16' 57''$	-0,7036	2. ausgezeichnete Kurve mit Asymptote ohne Nullstelle
d)	2,7580	$223^\circ 45' 48''$	-0,7222	2. Grenzkurve
e)	3	$75^\circ 27' 16''$	+0,2512	
	∞	35°	+0,8192	

Bild 3a gibt die Geschwindigkeit von M_1 als Funktion der y -Koordinate von M ; man sieht hier sofort, daß im allgemeinen u springt, sobald M die y -Achse überschreitet.

^{a)} α^0 bedeutet, daß die numerischen Rechnungen mit den Werten von α im Gradmaß ausgeführt werden sollen.

Photographische Aufnahmen der Wirbelzöpfe eines Flugzeuges*).

Von Holger Lueder.

Bericht der luftelektrischen Versuchsstation Gräfelfing, Gräfelfing b. München.

Während einiger Flüge, die eigentlich Untersuchungen über die Bildung von Kondensfahnen dienten, wurde die Beobachtung gemacht, daß Kondensstreifen vorzüglich geeignet sein können, die Strömungsstruktur der Luft hinter dem Flugzeug sichtbar zu machen. Das ist besonders dann der Fall, wenn das Abgas in strahlungsgeköhlten Rohrleitungen zu enghesgrenzten Austrittsstellen geleitet wird. So konnten die beiden Wirbelzöpfe, die sich von den Enden der Tragflächen ablösen, auf eine lange Strecke hinter dem Flugzeug verfolgt werden. Aus einigen markanten Aufnahmen dieser Wirbelzopfahnen lassen sich qualitativ Schlüsse in bezug auf die Frage der Luftvermischung und Zerstreuung der Triebwerks-Abwärme hinter dem Flugzeug ziehen.

I. Die Versuchsanordnung.

Zu den Versuchszwecken war eine He 111 mit einer symmetrisch ausgeführten Abgasanlage ausgerüstet worden, die es gestattete, auf jeder Seite das Abgas in beliebig einstellbarem Verhältnis auf das äußere Ende der Tragfläche und auf den Schraubenstrahl zu verteilen¹⁾.

Auf beiden Seiten trat das Abgas in 1,70 m Entfernung vom äußersten Ende der Tragfläche aus einem in 40 cm Abstand unter der Tragfläche geführten Düsenrohr, welches zwecks Minderung des Strömungswiderstandes ein Strömungsprofil besaß. Der Querschnitt der Austrittsdüse betrug 200 cm².

Da die Rohrleitungen sowohl durch Wärmestrahlung als auch durch den Fahrtwind gekühlt sind, wird die Abgastemperatur in ihnen um 340 bis 400°C gesenkt, so daß das Abgas beispielsweise in 6 km Flughöhe bei einer Außentemperatur von -18°C die Rohröffnung am Flügelende mit einer Temperatur von nur +40°C verläßt. Diesem Umstand ist es zu danken, daß die Kondensation des Wasserdampfes in den meisten Fällen bereits an der Austrittsstelle des Abgases einsetzt. Andererseits kann bei zu großem Wasserdampfgehalt der Luft eine unerwünschte Ausbreitung der Kondensfahne durch Drosselung der zum Tragflächenende geleiteten Abgasmenge verhindert werden.

II. Beobachtung der Wirbelzöpfe.

Kondensstreifen treten immer dann auf, wenn die relative Feuchtigkeit der Luft durch den Wasserdampfgehalt des Abgases auf über 100% gehoben wird. Das Flugzeug muß daher eine Luftschicht von genügend tiefer Temperatur und ausreichendem Wasserdampfgehalt aufsuchen. Häufig trifft man solche Luftschichten in der Nähe eines in Bildung befindlichen Alto-Stratus oder Cirrus-Stratus an.

Fliegt man dicht über einem Alto-Stratus mit darüberliegender Inversion, so erhält man bei aufgelockerter Struktur der Wolkendecke mitunter eine durch Pausen unterbrochene Kondensfahnenbildung, die auf eine in diesem Falle nicht sichtbar gewordene Wogenstruktur der Luftströmung an der Schichtgrenze hindeutet. Unter solchen Bedingungen wurde von der Maschinengewehrkanzel des Flugzeuges aus beobachtet, wie sich scharf ausgeprägte Kondensringe bzw. Kondensröhren im Abstand von 20 bis 50 m bil-

deten und bei völliger Unterbrechung der Kondensfahnenbildung über eine Strecke von 100 bis 200 m davoneilten²⁾. Die Kondensringe hatten etwa das Aussehen der Tabakswirbelringe, die ein geübter Raucher zustande bringt.

Man wird die Tatsache, daß sich so eine ausgeprägte Ring- bzw. Röhrenstruktur noch in 20 bis 200 m Abstand vom Flugzeug beobachten ließ, als sicheres Anzeichen für einen Wirbel nehmen müssen, der durch seinen Sog das noch warme und deshalb weniger dichte Abgas zusammenhält und zunächst nur in seinen äußeren Randschichten die zur Kondensation erforderliche Abkühlung erfährt. Im vorliegenden Fall kommen als wirbelbildend allein die beiden von den Enden der Tragflächen ausgehenden Wirbelzöpfe in Betracht³⁾.

Da das aus den Düsen austretende Abgas infolge seiner höheren Temperatur eine geringere Dichte als die umgebende Luft besitzt, muß es in die Wirbelzöpfe hineingesogen werden. Wie in Bild 1⁴⁾ zu erkennen ist, führt das Abgas, von den weiter zum Rumpf zu gelegenen Austrittsstellen ausgehend, tatsächlich auf der Backbord- wie auf der Steuerbordseite eine spiralenförmige Bewegung um den Wirbel aus, um nach ein bis anderthalb Windungen von diesem ganz eingefangen, den Kern des Wirbelzopfes selbst sichtbar zu machen.

Als Folge einer Übersättigung durch das Abgas machte sich dann in größerem Abstand vom Flugzeug häufig flockiger Nebel um die beiden Wirbelkerne bemerkbar (s. Bild 2 und 3). Wenn sich auch die Kondensfahnen in den Wirbelkernen zunächst noch deutlich von diesem Nebel abheben, so können sie beim Fortschreiten der Kondensation schließlich doch derart von ihm überblendet werden, daß von ihnen nichts mehr zu erkennen ist. Letzteres ist bei der in Bild 4 wiedergegebenen Kondensfahne eingetreten.

Es handelt sich hierbei nicht etwa um eine Auflösung der Wirbel, denn wo diese Übersättigung vermieden ist, heben sich beide Wirbelzöpfe auf einer Strecke von mehr als 10 km als scharf voneinander getrennte, parallele weiße Streifen vom blauen Himmel ab. Bild 5 und 6 geben davon einwandfreies Zeugnis. Aus Intensität und Breite dieser Streifen muß gefolgert werden, daß die Wirbel nach Durchfliegen einer Strecke von 10 km in noch nahezu unverminderter Stärke und unveränderter Gestalt fortbestehen.

III. Luftvermischung und Wärmezerstreuung hinter dem Flugzeug.

Im Gegensatz zu den Kondensfahnen in den beiden Wirbelzöpfen verbreitert sich eine normale Kondensfahne, die durch das hinter dem Triebwerk ausgestoßene Abgas hervorgerufen wird, nach Maßgabe der turbulenten Durchmischung des Abgases mit der ungesättigten Luft der Umgebung so lange, als das Abgas bei der Abkühlung in der Vermischungszone noch über 100% relative Feuchtigkeit besitzt. Das warme Abgas stellt dabei gewissermaßen ein Reservoir für den Ausgleich des Sättigungsdefizits dar.

¹⁾ Die gleiche Erscheinung war bei plötzlichem Abdrosseln der Abgaszufuhr zum Tragflächenende zu beobachten.

²⁾ Auf diese Deutung wurde ich freundlicherweise von Herrn Ritz hingewiesen.

³⁾ Dieses Bild sowie die folgenden Bilder wurden von Herrn Direktor Boysen von der Firma J. Eberspächer aufgenommen, der die Flüge vom Erdboden aus beobachtete.

⁴⁾ T 1, C 6.

⁵⁾ Die Abgasanlage war von der Firma J. Eberspächer, Eßlingen/Neckar an einem Flugzeug erstellt worden, das von der Versuchsstelle für Höhenflüge in Oranienburg für die Versuche zur Verfügung gestellt und geflogen wurde.

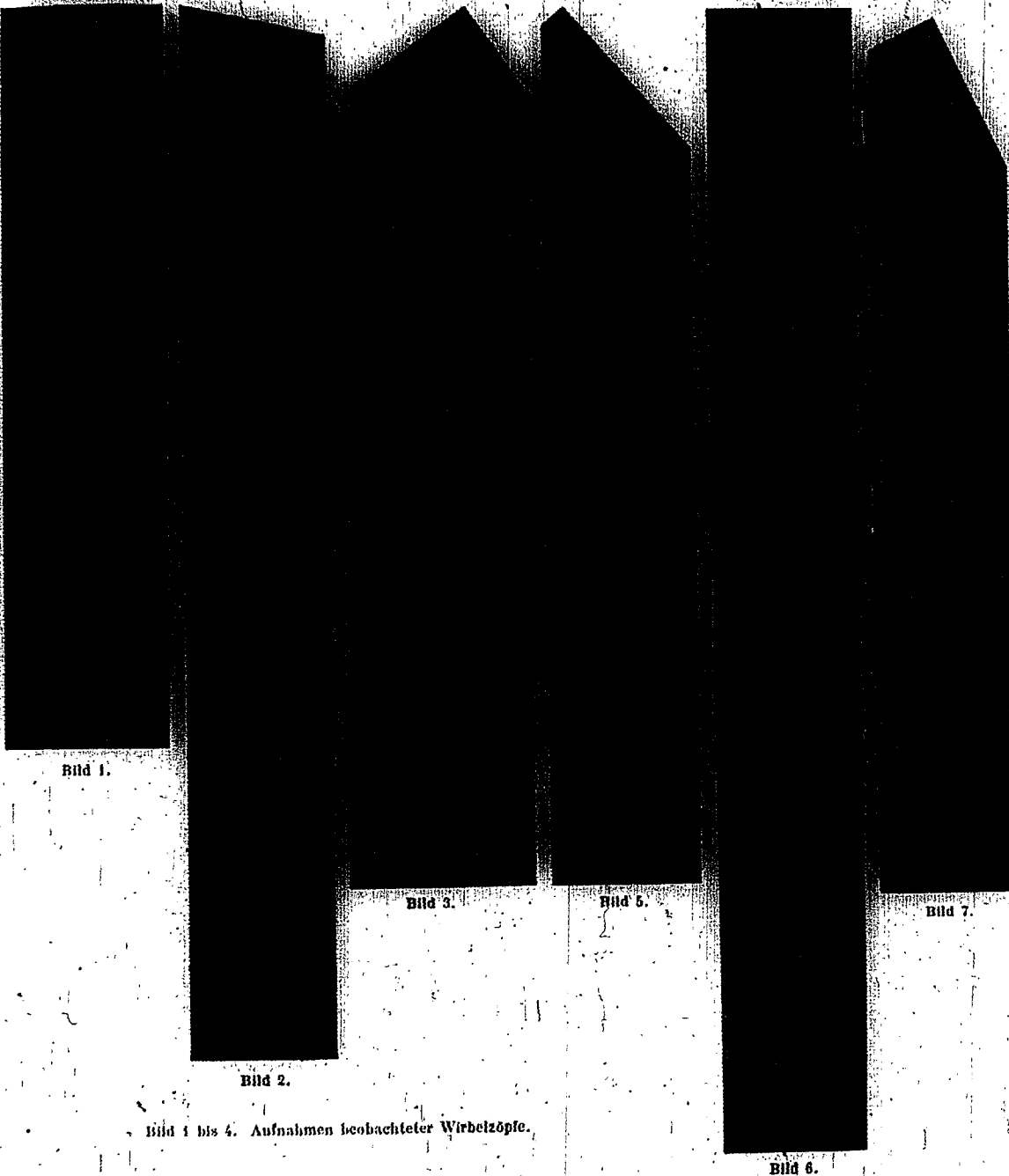


Bild 1.

Bild 3.

Bild 5.

Bild 7.

Bild 2.

Bild 1 bis 4. Aufnahmen beobachteter Wirbelzöpfe.

Bild 6.

Unmittelbar hinter dem Triebwerk hingegen befindet sich das Abgas in einer durch das Triebwerk erwärmten Luftsäule, die ihrer höheren Temperatur zufolge zu aufnahmefähig für Wasserdampf ist, als daß sie das sich in ihr abkühlende Abgas zur Kondensation veranlassen könnte. Erst in einem Abstand vom Triebwerk, wo sich die Abwärme stärker zerstreut bzw. die warme Luft mit der umgebenden kalten Luft mehr vermischt hat, sind die Bedingungen für Kondensfahnenbildung gegeben.

Dieses Verhalten der normalen Kondensfahne ist aus Bild 1 zu ersehen. Neben den Kondensfahnen in den beiden Wirbelzöpfen war hier eine schwache normale Kondensfahne in 60 m Entfernung von den Triebwerken entstanden. (Da das Flugzeug etwas schräg gegen einen von Backbord

kommenden Wind angelenkt, wurde das hinter den Triebwerken ausgestoßene Abgas etwas nach der Seite des rechten, im Bilde unteren Wirbelzopfes hin gedrückt).

Besitzt die umgebende Luft nur etwas geringere relative Feuchtigkeit oder ein wenig höhere Temperatur, so kann schon der Fall eintreten, wo die Durchmischung des Abgases mit der durch das Triebwerk erwärmten Luft den Feuchtigkeitsgehalt des Gemisches so weit gesenkt hat, daß auch nach weiterer Abkühlung bei fortschreitender Vermischung keine Kondensation mehr zustande kommen kann. Trotz Gleichverteilung des Abgases auf das Ende der Tragfläche und auf den Schraubenstrahl treten aus diesem Grunde häufig nur die Fahnen in den Wirbelzöpfen auf.

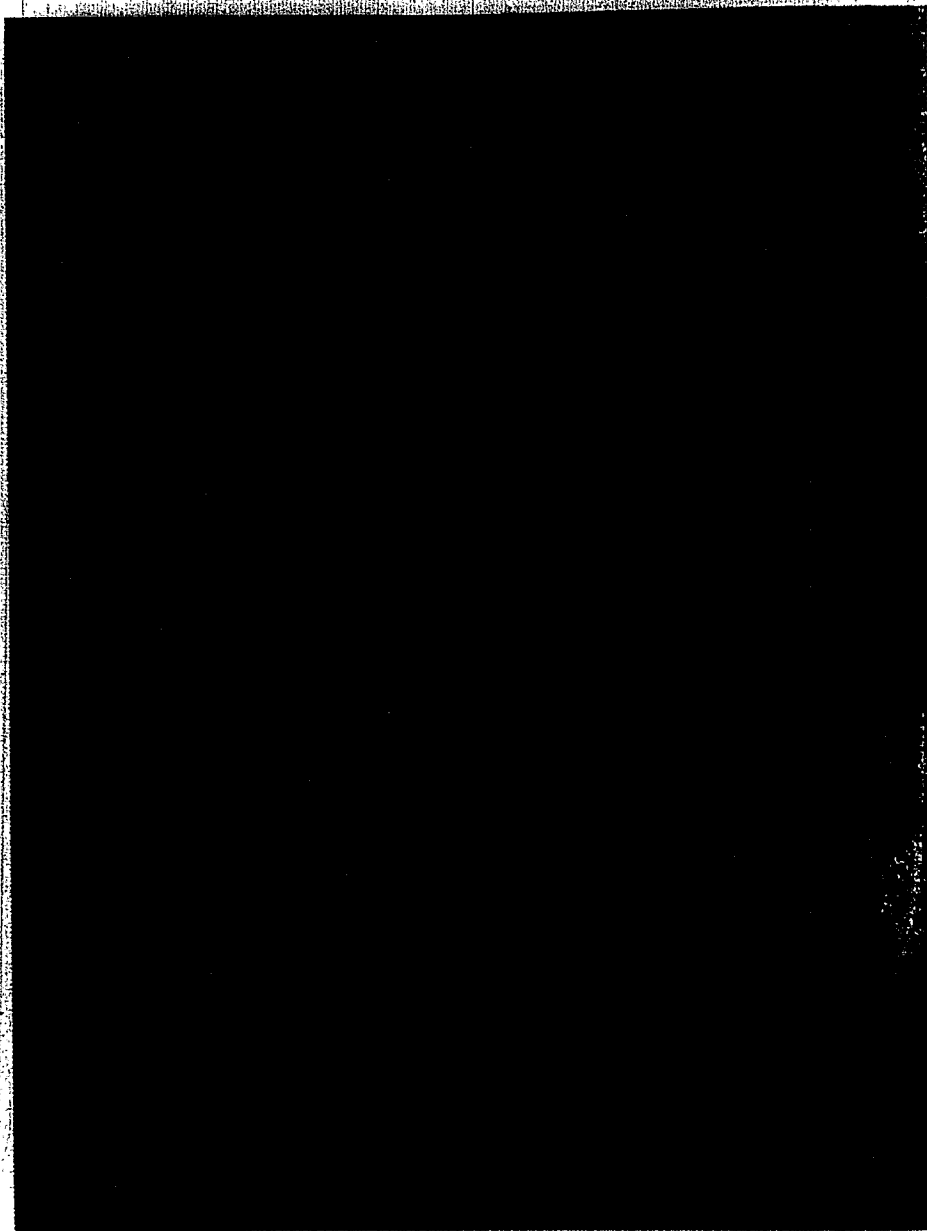


Bild 4.

Die Zerstreuung der Triebwerksabwärme kann man nun an der optischen Dichte des Nebels in den Wirbelzöpfen erkennen. In Bild 2 und 3 läßt nämlich die optische Dichte des Nebels in einem Abstand von $5b \approx 100$ m ($b = \text{Flügelspannweite}$) deutlich nach, um erst im Abstand $40b = 800$ m die alte Intensität allmählich wieder zu erreichen.

Durch seitlichen Wind, Schrägstellung des Flugzeugs gegen diesen Wind und beim Kurvenfliegen wird die Abwärme aus der Flugbahn herausgedrückt. Das hat in Bild 5

und 7 eine Schwächung bzw. vorübergehend ein völliges Auslöschen der einen Kondensröhre zur Folge, das von $4b \approx 80$ m bis $60b \approx 1200$ m reicht. Während also das Abgas auf einer Strecke von mehr als 10 km in dem einzelnen Wirbelzopf eingefangen bleibt, bleibt die im Wirbelzopf eingefangene Wärme nicht bestehen, sondern wird durch Strahlung bereits nach einer Strecke von 1 km und weniger wieder derart zerstreut, daß die Kondensation abermals einsetzt.

J. Bukowski
**Systematische Windkanalmessungen
an Luftschrauben**

Messergebnisse des Aerodynamischen Instituts
der Technischen Hochschule Warschau

Herausgegeben mit Unterstützung der
Luftfahrtforschungsanstalt Hermann Göring,
Braunschweig

Umfang 88 Seiten A 4 mit 84 Bildern und 61 Zahlentafeln

Zu beziehen gegen einen Unkostenbeitrag von 7,50 RM
je Exemplar einschl. Porto und Verpackung durch die ZWB

B. v. Schlippe und R. Dietrich
Zur Mechanik des Luftreifens

Herausgegeben von der
Zentrale für wissenschaftliches Berichtswesen
der Luftfahrtforschung des Generalluftzeugmeisters (ZWB)

Umfang 20 Seiten A 4 mit 51 Bildern

Zu beziehen gegen einen Unkostenbeitrag von 3,— RM
je Exemplar einschl. Porto und Verpackung durch die ZWB

J. Nikuradse
**Turbulente Reibungsschichten
an der Platte**

Herausgegeben von der
Zentrale für wissenschaftliches Berichtswesen
der Luftfahrtforschung des Generalluftzeugmeisters (ZWB)

Umfang 24 Seiten A 4 mit 39 Bildern

Zu beziehen gegen einen Unkostenbeitrag von 3,— RM
je Exemplar zuzüglich Porto und Verpackung durch die ZWB

**Fourier-Integrale
für den praktischen Gebrauch**

Vervielfältigt im Auftrage des Reichsluftfahrtministeriums
von der

Zentrale für wissenschaftliches Berichtswesen
der Luftfahrtforschung des Generalluftzeugmeisters (ZWB)

Zu beziehen gegen einen Unkostenbeitrag von 5,50 RM
je Exemplar einschl. Porto und Verpackung durch die ZWB