

Berechnung und Gestaltung von Ventildedern für Flugmotoren

Von Dr.-Ing. A. HUSSMANN, München

Es werden die Grundlagen für Gestaltung und Berechnung von Ventildedern verschiedener Form gegeben. Dabei werden besonders eingehend die schraubenförmigen Federn behandelt, für deren Berechnung auch Leitertafeln mitgeteilt werden. Für die Berechnung von Federsätzen wird ein einfaches Rechenverfahren angegeben.

Bezeichnungen

I. Aufgabe der Ventildedern

II. Besondere Anforderungen des Flugmotorenbaues

III. Festlegung der Bewegungsverhältnisse des Ventils

1. Beschleunigung

2. Schwingungserregung

IV. Allgemeine Gesichtspunkte bei der Wahl der Federform

V. Gestaltung und Berechnung verschiedener Federformen

1. Schraubenfedern mit Drehbeanspruchung

a) Gestaltung

b) Werkstoff und Festigkeitswerte Dynamische Federprüfung

c) Berechnung

a) Zylindrische Federn mit Kreisquerschnitt

β) Zylindrische Federn mit Rechteckquerschnitt

γ) Kegelstumpffedern

δ) Tonnenfedern

2. Drehstabfedern

a) Gestaltung

b) Berechnung

3. Schraubenfedern mit Biegebeanspruchung

4. Blattfedern

Zusammenfassung

Schrifttum

Anhang: Leitertafeln für die Berechnung zylindrischer Schraubenfedern (entworfen von Dr. H. Ristau)

9804

524

Berechnung und Gestaltung von Ventildedern für Flugmotoren

Bezeichnungen

- m = Masse.
 b = Beschleunigung.
 $\omega_N = \frac{\pi}{30} \cdot n_N$ = Kreisfrequenz des Arbeitsspiels.
 n_N = Zahl der Arbeitsspiele in der Minute.
 (Bei Viertaktmotoren ist $n_N = \frac{1}{2} n_{\text{Kurbelwelle}}$)
 τ = Schubspannung.
 P = Federkraft.
 D = mittlerer Windungsdurchmesser.
 d = Drahtstärke bei Kreisquerschnitt.
 z = Zahl der aktiven Federwindungen.
 f = Zusammendrückung (Durchbiegung) der Feder.
 h = Ventilhub.
 $c = \text{Federkonstante} = \frac{P}{f}$.
 n_e = Eigenschwingungszahl.
 $b = \text{Länge der kleineren}$ } Seite bei Rechteckquerschnitten.
 $h = \text{Länge der größeren}$ }
 L = Federlänge.
 S = Drahtlänge.
 $\mu = \frac{h}{b}$ Seitenverhältnis bei Rechteckquerschnitten.
 σ = Abstand zwischen zwei Windungen.
 δ = radialer Abstand zwischen den Windungen bei Federsätzen.
 $e = \frac{D}{d}$ Formwert bei Kreisquerschnitten.
 $K = \text{feste Zahl (etwa 2 bis 2,6). Vgl. Gl. 18.}$
 $C = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{P_e}{\tau} \cdot \frac{1}{D^3}$ Beiwert zur Berechnung von Federsätzen [vgl. Gl. (21)].
 $C_f = \left. \begin{array}{l} \text{Beiwerte zur Berechnung der Rechteckfedern} \\ \text{(vgl. Abb. 20).} \end{array} \right\}$
 $a = 1 - \frac{K}{e}$.
 ψ = Beiwert zur Berücksichtigung der Drahtkrümmung bei Berechnung der Beanspruchung.
 η = Beiwert zur Berechnung der Rechteckfedern.
 $e = \frac{\gamma}{g}$ Dichte.

I. Aufgabe der Ventildedern

Die übliche Steuerung der Ein- und Auslassventile von Verbrennungsmotoren ist die kraftschlüssige Nockensteuerung. Die Ventildedern haben dabei die Aufgabe, die Kraftschlüssigkeit zu gewährleisten. Die durch die Nockenkurve gesteuerte Bewegung des Ventils besteht im wesentlichen aus vier Abschnitten (Abb. 1).

- I. Beschleunigen des Ventils und der sonst noch zu bewegendenden Massen der Steuerung (Schwinghebel, Stoßstange, Stößel, Feder). Die Beschleunigungskräfte und die der Bewegung entgegen gerichteten Reibungskräfte werden als Druckkräfte an der Nockenflanke an die bewegten Massen abgegeben. $P_I = |m \cdot b| + |R|$.
- II. Die am Ende des Abschnittes I erreichte Geschwindigkeit der bewegten Massen ist bis auf den Wert Null herabzumindern, um die Bewegungsumkehr vorzubereiten. Die Massen sind also zu verzögern nach einem durch die Nockenform gegebenen Gesetz. Die

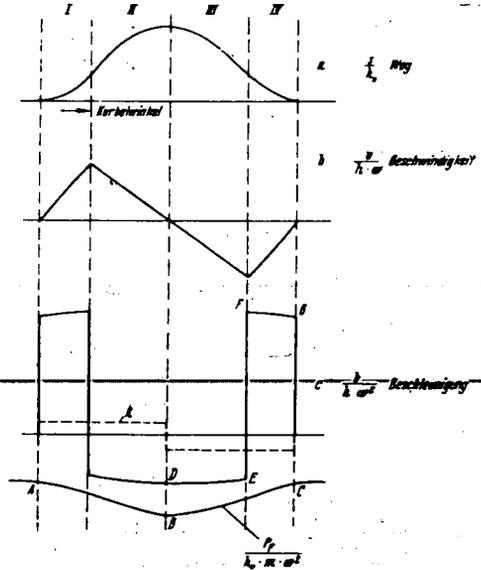


Abb. 1 Bewegungsverhältnisse des Ventils

Verzögerungskräfte, vermindert um die Reibungskräfte, sind durch die Ventildedern aufzubringen. $P_{II} = |m \cdot b| - |R|$.

III. Für die Schließbewegung sind die Massen von neuem zu beschleunigen. Die Beschleunigungskraft und die Reibungskraft müssen die Ventildedern abgeben. $P_{III} = |m \cdot b| + |R|$.

IV. Die Ventildedern ist zu verzögern, damit das Ventil mit möglichst kleiner Geschwindigkeit auf den Sitz auftrifft. Die Verzögerungskräfte sind, soweit sie nicht durch die Reibungskraft geliefert werden, wieder als Druckkräfte an der Nockenflanke aufzunehmen. $P_{IV} = |m \cdot b| - |R|$.

Die Ventildedern sind somit so ausulegen, daß ihre Schließkräfte um einen gewissen Sicherheitszuschlag größer sind als die größten im Bewegungsabschnitt III verlangten Kräfte. Die von den Ventildedern aufzubringenden Kräfte sind also verhältnisig der Größe der bewegten Massen und dem Quadrat der Drehzahl.

II. Besondere Anforderungen des Flugmotorenbaues

Die Ventildedern in Flugmotoren sind grundsätzlich natürlich nicht anders beansprucht als in anderen Verbrennungsmotoren auch. Nur gelten die allgemeinen Forderungen des Flugmotorenbaues auch hier: Größte Sicherheit bei kleinstem Gewicht und u. U. auch kleinstem Platzbedarf. Darüber hinaus ist der Stand der Entwicklung bei den Flugmotoren so, daß die Auslegung der Federn gerade bis an die Grenze der zulässigen Materialbeanspruchung gehen muß. Das ist in folgendem begründet:

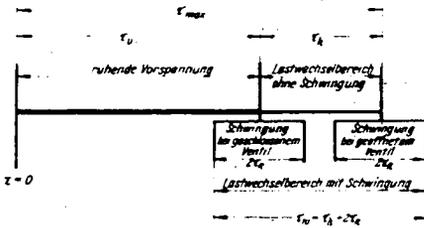


Abb. 2 Zusammensetzung der Beanspruchung in einer Ventildeder

Die kennzeichnende Größe für die Beanspruchung der Ventildeder ist die Wechselbeanspruchung τ_A durch den Ventilhub (Abb. 2). Erst in zweiter Linie wichtig ist die Größtbeanspruchung τ_{max} aus Vorspannung und Ventilhub. Die Beanspruchung der weitaus wichtigsten schraubenförmigen Ventildedern ist z. B. gegeben durch

$$\tau = \text{const} \cdot n_e \cdot f \quad (1)$$

Die Beanspruchung ist demnach einfach verhältnis dem Produkt aus Eigenschwingungszahl n_e und Zusammenrückung f (vgl. Gl. (18)). Die Wechselbeanspruchung durch den Nockenhub h ist also

$$\tau_A = \text{const} \cdot n_e \cdot h \quad (2)$$

In dieser Beziehung liegt bereits die Begründung, warum man mit der Wechselbeanspruchung τ_A sehr weit heraufgehen muß. In einem früheren Beitrag (21) wurde dargelegt, daß nach Abb. 2 zu der Wechselbeanspruchung τ_A noch die Resonanzbeanspruchung $2\tau_R$ aus den Eigenschwingungen der Feder hinzukommt, und daß diese im allgemeinen größer wird mit abnehmender Eigenschwingungszahl. Um die Gesamtwechselast $\tau_A + 2\tau_R$ klein zu halten, ist es notwendig, mit der Eigenschwingungszahl und damit nach Gl. (2) bei gegebenem Ventilhub h notwendigerweise auch mit der Wechselast aus dem Nockenhub heraufzugehen. Für Flugmotoren größerer Leistung sind heute Zylinderinhalte von etwa 31 üblich mit Ventilhuben von 15 bis 18 mm. Nach Gl. (2) ist bei diesem großen Wert von h und gegebener Grenze für die Wechselbeanspruchung τ_A (vgl. Abschnitt V 1b) die Eigenschwingungszahl n_e nach oben begrenzt auf die Größenordnung von 12 000 bis 15 000 min^{-1} . Demgegenüber sind z. B. bei Automotoren mit Ventilhuben von etwa 5 bis 7 mm zwei- bis dreimal so hohe Eigenschwingungszahlen möglich, und damit ist die Gefährdung durch Schwingungen wesentlich kleiner. Für luftgekühlte Motoren kommt noch hinzu, daß die Federn unter erhöhten Temperaturen arbeiten. Als Folge davon macht sich ein Nachlassen der Federn bemerkbar, das in erster Linie von der Höchstbeanspruchung τ_{max} aus Vorspannung und Nockenhub abhängt. Damit ist bei diesen Motoren auch für die Höchstbeanspruchung eine Grenze gezogen, die unter der Grenze liegt, die man allein aus Festigkeitgründen angeben würde. Aus diesen Gründen sind gerade bei Flugmotoren häufig Schwierigkeiten mit Ventildedern aufgetreten, so daß es in jedem Fall einer sehr sorgfältigen Auslegung bedarf.

III. Festlegung der Bewegungsverhältnisse des Ventils

1. Beschleunigung

Die Federkraft muß stets so groß sein, daß sie ein Abheben des Stößels von der Nockenflanke verhindert. Die größte Kraft haben die Federn, wie schon eingangs erwähnt wurde, im Bewegungsabschnitt III abzugeben,

1) Siehe Schrifttum.

in dem die Federkraft P gleich der Summe aus Beschleunigungskraft und Reibungskraft sein muß. Grundlage der Federberechnung muß also die Untersuchung der Bewegungs- und Beschleunigungsverhältnisse der Ventilerhebung sein. In einem anderen Beitrag [1] sind für einige Kreisbognocken die Gleichungen für Bewegung, Geschwindigkeit und Beschleunigung angegeben. Die entsprechenden Kurven für den dort behandelten sog. symmetrischen harmonischen Nocken enthält die Abb. 1. Die drei Kurven sind in dimensions-

losem Maßstab aufgetragen, die Bewegung als h_N mit h_N als Größtthub, die Geschwindigkeit als $h_N \cdot \omega_N$ und die Beschleunigung als $h_N \cdot \omega_N^2$. Darin ist ω_N die Kreis-

frequenz des Arbeitspiels. Bei Viertakt ist ω_N gleich der halben, bei Zweitakt gleich der ganzen Kreisfrequenz der Kurbelwelle, bei Nockenscheibensteuerung und Viertakt mit z Nocken auf einer Scheibe gleich der z -fachen Kreisfrequenz der Nockenscheibe. Diese dimensionslose Darstellung hat den Vorteil, verschiedene Nockenformen unter sich vergleichen zu können, wobei die Zahlen der Geschwindigkeit und Beschleunigung einen unmittelbaren Gütemaßstab bieten. Um die Federkraftkurve P_f in gleicher Weise dimensionslos aufzutragen, dividiert man P durch das Quadrat der höchsten noch zu beherrschenden Kreisfrequenz ω_{Nmax}^2 , durch die zu beschleunigende Masse m und durch den Größtthub h_N , trägt also

$$\frac{P_f}{h_N \cdot m \cdot \omega_{Nmax}^2}$$

auf. Diese Federkraftkurve muß für jede

Nockenstellung um einen gewissen Betrag größer sein als die Beschleunigungskurve. Es ist üblich, die Federkraft um etwa 25 bis 30 vH größer zu wählen als die größte Beschleunigungskraft. In diesem Sicherheitszuschlag soll die für die Reibungskraft im Bewegungsabschnitt III zusätzlich nötige Federkraft und eine Sicherheit gegen Federkraftverminderung durch Schwingen der Feder und etwaiges Nachlassen enthalten sein.

Bei Kreisbognocken ohne verzerrende Zwischenglieder ist die Darstellung der Geschwindigkeit und Beschleunigung, wie schon erwähnt, auf bequeme Weise rein rechnerisch möglich. In anderen Fällen, bei schon vorhandenen Nocken, nimmt man die Ventilbewegung mit der Meßuhr in Abhängigkeit vom Kurbelwinkel auf und differenziert die so erhaltene Bewegungskurve zweimal mit großer Sorgfalt graphisch oder graphisch-rechnerisch. Bei einer völligen Neuauslegung der Nockenform geht man zweckmäßig von der Beschleunigungskurve, mittelbar also von der Federkraftkurve, aus. Wenn aus konstruktiven Gründen die höchst erreichbare Federkraft vorliegt, besteht die weitere Aufgabe darin, unter Ausnutzung dieses Größtkraft für den gegebenen Größtthub die optimale Bewegungskurve mit dem größten Zeitquerschnitt zu finden.

Es liegt also zunächst der Punkt B der Federkraftkurve fest. Nimmt man den oben angegebenen üblichen Zuschlag von 30 vH an, so ist damit auch die größte Beschleunigung von $0,7 \cdot \overline{OB} = \overline{OD}$ gegeben. Ebenso wird die größte Stoßbeschleunigung bei F oder G festgelegt sein. Man läßt hierfür Werte bis etwa 2000 m/s^2 bei der höchsten Drehzahl zu. Je größer man die Stoßbeschleunigung zuläßt, um so größer wird der Zeitquerschnitt der Ventilerhebung bei gegebener größter Verzögerung, also gegebener Federkraft, oder um so kleiner wird die notwendige Federkraft bei gegebenem Zeitquerschnitt. Hat man so die größten positiven und negativen Beschleunigungen festgelegt, so ist z. B. bei der Wahl von Kreisbognocken die Nockenform eindeutig festgelegt [1]. Erwähnt sei nur, daß man heute in der Ge-

triebelehrte Bewegungskurven verlangt, deren Beschleunigungskurven noch stetig sind, die also keinen Beschleunigungssprung („Ruck“) aufweisen. Physikalisch macht sich ein Beschleunigungssprung nur als plötzlicher Druckwechsel in den Steuerungsgestängen bemerkbar, könnte also u. U. durch Anregen von elastischen Schwingungen im Gestänge und damit wechselnden Drücken auf die Nockenflanke nachteilige Folgen haben. Ob dies bei Ventilsteuern zutrifft, ist noch nicht beobachtet worden. Jedenfalls ist eine Kurve mit stetiger Beschleunigung bei gleichen Größtwerten nur mit einer gewissen Einbuße an Völligkeit des Diagramms, also am Zeitquerschnitt, zu verwirklichen.

2. Schwingungsanregung

Für schraubenförmige Ventildedern hat die eben angedeutete Frage noch insofern eine Bedeutung, als allgemein ein Nocken mit Beschleunigungssprung die Federn eher zu Eigenschwingungen anregen wird als ein Nocken mit stetiger Beschleunigung. In einem anderen Beitrag zum Ringbüch [2] ist ausführlich dargestellt, daß die Ventildederschwingungen im wesentlichen durch die Nockenform gegeben sind und daß sie daher umgekehrt auch durch besondere Gestaltung der Nockenform beeinflusst werden können. Ohne hier näher darauf einzugehen, sei nur erwähnt, daß man die nach den Gesichtspunkten des vorigen Abschnittes gestaltete Nockenform aus schwingungstechnischen Gründen noch so zu verändern hat, daß bestimmte als gefährlich festgestellte Harmonische der als Fourierreihe dargestellten Bewegungskurve klein werden. Es ist natürlich, daß auch solche Änderungen an einer Nockenform, die beschleunigungsmäßig bereits das Optimum darstellt, nicht ohne Verlust an Völligkeit durchführbar sind. Wenn aber hierin ein Zugeständnis möglich ist, dann kann man meist durch kleine Änderungen des Bewegungsablaufs gefährliche Harmonische klein halten. Diese Rechnung ist nur möglich, wenn man ein so einfaches Rechenverfahren der harmonischen Analyse benutzt, daß man den Überblick über den Zusammenhang zwischen Größe der Harmonischen und Nockenform behält [3]. Bei Ventilsteuern, die die Kräfte durch verhältnismäßig elastische Übertragungsglieder, wie Stoßbänke und Schwinghebel, leiten, weicht die wirkliche Ventilerhebungskurve insbesondere in höheren Drehzahlen etwas von der rein statischen Kurve, die den geometrischen Verhältnissen entspricht, ab [8]. Diese Abweichungen sind um so größer, je größere Kräfte im Steuerungsantrieb auftreten, also je höher die Drehzahl ist, je größer die Beschleunigungssprünge sind, je elastischer der Antriebsmechanismus und je größer die bewegte Masse ist. Für solche Fälle kann natürlich die harmonische Analyse der „statischen“ Erhebungskurve nur noch annähernd richtig sein und kann insbesondere für höhere Harmonische erhebliche Unterschiede aufweisen. Aber auch für solche Erhebungskurven gilt die allgemeine Regel, daß die Harmonischen c_n mit zunehmender Ordnungszahl n im großen gesehen kleiner werden. Die kritischen Nockenwellendrehzahlen n_{Nkr} sind bestimmt durch die Eigenschwingungszahl n_c der Federn und die Ordnungszahl ν

$$n_{Nkr} = \frac{n_c}{\nu}$$

Daraus ist klar, daß, je höher die Eigenschwingungszahl n_c gelegt werden kann, um so größer die Ordnungszahlen ν werden, die kritische Drehzahlen im gleichen Drehzahlgebiet bedingen. Daraus bleibt dann allgemein für Nockensteuerungen, bei denen man das schwingungstechnische Verhalten nicht beherrschen kann, die Forderung bestehen, wie schon im Abschnitt II erwähnt wurde, die Eigenschwingungszahl n_c so zu erhöhen, daß die Gesamtwechselast $r_A + 2 r_N$ kleiner wird.

IV. Allgemeine Gesichtspunkte bei der Wahl der Federform

Mögliche Federformen sind: Als drehbeanspruchte Federn die schraubenförmigen Federn und die Drehstabfedern, als biegebeanspruchte Federn ebenfalls Schraubenfedern in Form von sog. „Haarnadelfedern“ und Blattfedern. Bei weitem am meisten angewandt und daher am wichtigsten sind die schraubenförmigen Ventildedern. Haarnadelfedern werden in einigen Fällen bei ausländischen Flugmotoren verwendet, Blattfedern dagegen heute wohl kaum noch, obwohl sie vor etwa 25 Jahren häufiger anzutreffen waren. Eine Drehstabfederung als Ventildeder ist bisher nicht bekanntgeworden, obwohl sie in manchen Sonderfällen durchaus zu vertreten wäre.

Daß die schraubenförmigen Federn sich so allgemein durchgesetzt haben, hat verschiedene Gründe: die axiale Federkraft gibt die Möglichkeit, die Feder mit dem geringsten Aufwand für Übertragungsteile direkt auf das Ventil wirken zu lassen. Drehungsfedern haben allgemein wegen besserer Materialausnutzung an sich schon ein günstigeres Verhältnis von Arbeitsvermögen zu aufgewandtem Gewicht als die Biegefedern [4; 5]. Zusammen mit dem kleinen für die Übertragung aufzuwendenden Gewicht des Ventildedertellers wird dieses Gesamtgewicht für die Schraubenfeder bei weitem am günstigsten. Dazu kommt, daß sich der Aufbau direkt am Ventil selbst zwanglos ergibt. Der Bedarf an Bauhöhe ist jedoch bei anderen Federformen geringer. Da aber meistens durch das Herausziehen der Ventildederschübse bis innerhalb der Ventildeder der mögliche Gewinn nicht mehr groß ist, überwiegen die anderen Vorteile diesen einen Nachteil. Außerdem sind gerade wegen ihrer fast ausschließlichen Verwendung die schraubenförmigen Ventildedern in den letzten Jahrzehnten in bezug auf Herstellungsverfahren und Material besonders gut entwickelt worden. Die Verwendung einer anderen Federform als Ventildeder wird in den meisten Fällen einen Teil dieser Entwicklung erst nachholen müssen. Man wird daher gut daran tun, zunächst eine Schraubenfeder vorzusehen, und erst, wenn zwingende Gründe dagegensprechen, eine andere Federform wählen. Die Haarnadelfeder, die oft an Motorradmotoren und auch an einigen ausländischen Flugmotoren verwendet wird, kann man vorsehen, wenn unbedingt an Bauhöhe gespart werden muß, dafür aber Raum zur Seite des Ventils vorhanden ist. Der Gewichtsbedarf wird etwas größer sein als für eine Schraubenfeder mit gleichem Arbeitsvermögen. Dafür hat man aber bei Haarnadelfedern den Vorteil, daß die zusätzlichen Schwingungsbeanspruchungen beherrschbar klein bleiben. Allerdings ist das Schwingungsverhalten dieser Federn noch nicht untersucht worden, so daß zuverlässige Angaben hier nicht möglich sind. Ein Nachteil ist, daß der Kraftangriff der Federn nicht axial ist und daß bei Ausfall einer Feder (von gewöhnlich zwei symmetrisch angeordneten) das Ventil eckt und u. U. als Folge davon ausfällt. Ob man in Sonderfällen zu den als Ventildedern ungewöhnlichen Formen der Drehstab- oder der Blattfeder greifen soll, muß eine gründliche Untersuchung der jeweils vorhandenen konstruktiven Forderungen und Möglichkeiten entscheiden. Für diese Federformen sind daher in den nächsten Abschnitten nur kurz die Berechnungsgrundlagen gegeben.



Abb. 3 Zylindrische Schraubenfeder mit Kreisquerschnitt

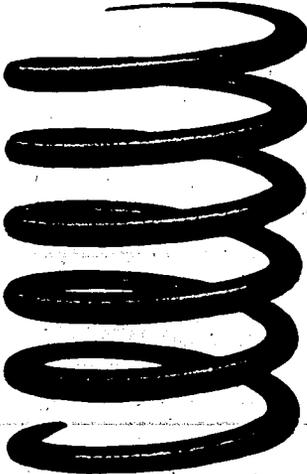


Abb. 4 Zylindrische Schraubenfeder mit schräg angeschliffenen Enden

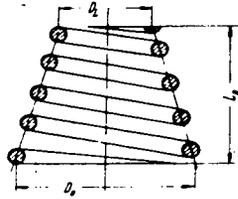


Abb. 5 Kegetstumpfschraubenfeder mit Kreisquerschnitt

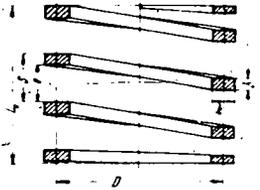


Abb. 6 Zylindrische Schraubenfeder mit Rechteckquerschnitt

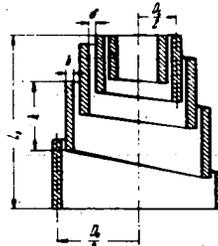


Abb. 7 Kegetstumpfschraubenfeder mit Rechteckquerschnitt

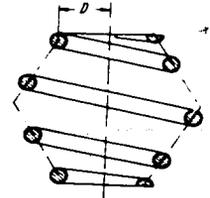


Abb. 8 Tonnenförmige Schraubenfeder mit Kreisquerschnitt in Doppelkegelform

V. Gestaltung und Berechnung verschiedener Federformen

1. Schraubenfedern mit Drehbeanspruchung
a) Gestaltung

Die für Ventildedern geeignetste Form ist die zylindrische Schraubenfeder mit keisförmigem Drahtquerschnitt (Abb. 3). Sie ist daher auch fast ausschließlich in Verwendung. Andere Formen (Abb. 4 bis 8) wie Kegetstumpf- oder Tonnenfedern in Kreis- oder Rechteckquerschnitt sind als Ventildedern selten. Der Grund hierfür ist klar: Der Kreisquerschnitt gegenüber Rechteckquerschnitten hat den Vorteil, daß der Runddraht durch Ziehen verfestigt und in spitzenlosen Schleifmaschinen geschliffen werden kann. Außerdem ist die Materialausnutzung beim Kreisquerschnitt wesentlich günstiger, weil die Randfaser des Querschnittes (von dem Einfluß der Drahtkrümmung abgesehen) um den ganzen Umfang etwa gleichmäßig beansprucht wird. Dagegen ist die Spannungsverteilung und damit die Ausnutzung des Werkstoffes in jedem anderen Querschnitt ungünstiger. Die zylindrische Form bietet zudem gegenüber anderen die Möglichkeit, mehrere Federn ineinander anzuordnen. Dadurch wird einmal der zur Verfügung stehende Raum günstig ausgenutzt und außerdem durch Anordnung mehrerer Elemente an Sicherheit gewonnen, weil bei Ausfall einer Feder die übrigen noch wenigstens für einige Zeit das Ventil halten können und damit größeren Schaden verhüten. Die einfache konische oder tonnenförmige Feder mit Kreisquerschnitt hat gegenüber der zylindrischen den Vorteil kleinerer Bauhöhe in zusammengedrücktem Zustand. Zumeist wird man diesen Vorteil aber zugunsten der größeren Sicherheit aufgeben.

Die zylindrische Schraubenfeder wird nach Abb. 3 üblicherweise mit flachgeschliffenen Endwindungen ausgeführt, wobei die Steigung vom Endwert α_0 , der nur durch die Drahtdicke d und Windungsdurchmesser D bestimmt ist ($\text{tg } \alpha_0 \approx \frac{d}{\pi D}$), im Verlauf der nächsten Windung allmählich in den dann über die Federlänge gleichbleibenden Wert α ($\text{tg } \alpha = \frac{d}{\pi D}$) übergeht.

Die Steigung wird aus der zur Verfügung stehenden Bauhöhe und der notwendigen Windungszahl bestimmt. Die geringstmögliche Bauhöhe ist dadurch gegeben, daß zwischen den einzelnen Windungen auch bei vollgespannter Feder, also bei geöffnetem Ventil, ein Spielraum von

wenigstens 0,5 bis 1 mm bleiben sollte. Es empfiehlt sich nicht, die Windungen zu eng aufeinander liegen zu lassen. Da die Steigung beim Wickeln nicht ganz gleichmäßig ausfällt, so werden bei sehr dicht zusammengedrückter Feder einige Windungen schon fest anliegen, während andere noch frei sind. Dadurch ist die aktive Windungszahl verkleinert und die Federkraft und damit die Beanspruchung in den noch freien Windungen stark vergrößert. Dazu kommt noch, daß bei Auftreten von Schwingungen die Windungen der eng gewickelten Feder stark aneinanderschlagen. Dadurch werden zwar die Resonanzschläge wirksam verringert; der Federdraht wird aber durch das Aufeinanderschlagen auf die Dauer stellenweise zermürbt und durch das Aufeinanderlegen von Windungen mit nicht ganz gleicher Steigung wird neben der Drehbeanspruchung noch eine Biegespannung erzwungen.

Bei der üblichen Auslegung läßt man zwischen den Windungen bei voll geöffnetem Ventil einen Abstand von etwa 1 mm. Der Übergang von den Endwindungen auf die aktiven Windungen sollte möglichst allmählich erfolgen. Dadurch wird zwar das Verhältnis der inaktiven zu den aktiven Windungen etwas ungünstiger, dafür werden aber die zusätzlichen Biegebeanspruchungen im Übergang etwas kleiner und außerdem werden Resonanzschwingungen durch die größere Reibung in den Endwindungen etwas gedämpft.

Die letzten flach auslaufenden Spitzen an den Federn sollen abgeschliffen und gut verrundet werden. Denn durch das Erhitzen beim Plan schleifen der Federn verliert häufig gerade die Spitze ihre Festigkeit und bricht im Betrieb, wobei das lose Bruchstück unter Umständen dann größeren Schaden verursachen kann. Da die Beanspruchungsverhältnisse in den Endwindungen unklar sind und zum Teil unausgenutztes Gewicht darstellen, haben einige Firmen des In- und Auslandes auch Federn mit gleichbleibender Steigung und schräg angeschliffenen Endwindungen ausgeführt (Abb. 4). Einen wesentlichen Vorteil gegenüber den normalen Federn scheinen sie aber nicht gebracht zu haben, denn sie wurden zum Teil nach einiger Zeit wieder durch andere Federn ersetzt.

Zylindrische Federn mit Rechteckquerschnitt nach Art der Abb. 8 werden für die kleinen, für Flugmotorenventildeddern üblichen Drahtquerschnitte, die sich nicht mehr walzen lassen, bisher nicht verwendet. Für Federn, bei denen, im Gegensatz zu der in Abb. 6 gezeigten, die größte Beanspruchung an den Zylinderflächen liegt, bietet diese Federform nach einem Vorschlag von E. Lehr unter Umständen die Möglichkeit, die fertig gewickelte und vergütete Feder an diesen Stellen zu schleifen. Praktisch durchgeführt und erprobt wurde dieser Vorschlag jedoch noch nicht.

Konische Federn nach Art der Abb. 7 mit einem sehr großen Seitenverhältnis wurden früher in einigen Fällen verwendet. Sie haben wieder den Nachteil gegenüber den zylindrischen Federn, daß nur eine einzige Feder je Ventil anzuordnen ist, und daß außerdem die Wärmeableitung aus dem Ventilschaft und damit die Wärmebelastung des Ventils verschlechtert wird, weil der Schaft durch Federblätter und Ventilteller vollkommen abgeschlossen ist.

Kegelstumpffedern nach Abb. 5 wird man dort verwenden, wo man dadurch an Bauhöhe sparen kann. Dies gelingt nennenswert nur bei sehr stark konischer Feder, bei der im ganz zusammengedrückten Zustand die einzelnen Windungen sich ineinanderlegen. Dadurch wird aber die Beanspruchungsverteilung über die Federlänge wieder sehr ungünstig, weil die Windungen mit dem großen Durchmesser stärker belastet sind (vgl. die folgenden Abschnitte und Gl. (4)). Für grobgebaute Größtbeanspruchung und gleiches Arbeitsvermögen ist daher der Gewichtsbedarf der konischen Feder gegenüber der zylindrischen ungünstiger.

Diese Eigenschaft der ungleichen Beanspruchungsverteilung über die Federlänge kann unter Umständen erwünscht sein. Die zusätzliche Schwingungsbeanspruchung bei Auftreten von Eigenschwingungen ist nämlich für die Grundschwingung, die am häufigsten auftritt, nach Abb. 9 in der Form einer halben Sinuslinie mit den Größtwerten an den Enden über die Federlänge verteilt [2]. Es sind also bei solchen Federn infolge der Schwingungsbeanspruchung gerade die Endwindungen besonders stark beansprucht. Die Tonnenfeder kann man nach Abb. 10 nun so auslegen, daß die Endwindungen infolge der statischen Belastung durch Zusammendrücken geringer belastet sind als die Federmitteln. Eine zusätzliche Schwingungsbeanspruchung erhöht also in diesem Fall nur die Belastung der an sich gering belasteten Enden. Die Feder ist daher mit Berücksichtigung der für diese Formen nie ganz zu vermeidenden Schwingungsbeanspruchungen besser ausgenutzt. Die Tonnenform der Abb. 8 und 10 ergibt eine nicht mehr lineare Federkennlinie, da bei Belastung sich die Endwindungen zunehmend aufeinanderlegen. Dies hat noch zugleich den Nachteil, daß hierdurch im Dauerbetrieb der Draht verletzt und die Dauerfestigkeit herabgesetzt wird. Um dies zu vermeiden, kann man den Windungsradius so zunehmen lassen, daß ein Aufeinanderliegen der Windungen unmöglich wird (Abb. 11³⁾). Die Kennlinie ist dann streng linear, die Bauhöhe erreicht das kleinstmögliche Maß. Die Vorteile der Tonnenfeder sind also: kleinste Bauhöhe, bessere Beanspruchungsverteilung bei Auftreten von Resonanzschwingungen, geringeres Ventilgewicht durch kleine Federteller. Dem stehen die Nachteile gegenüber: nur eine Feder je Ventil möglich, größerer Platzbedarf im Durchmesser, etwas größeres Federgewicht, teure und komplizierte Herstellung, umständliche Berechnung.

b) Werkstoff und Festigkeitswerte

Die Werkstoff- und Herstellungsfrage ist in einem anderen Beitrag [2a] bereits behandelt. In deutschen Flugmotoren ist heute vorwiegend ein ölvorgüteter

³⁾ Vorschlag von BMW-Flugmotorenbau, Entwicklungswerk Spandau.

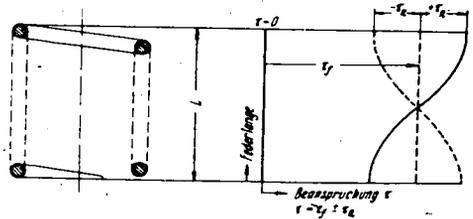


Abb. 9 Verteilung der Beanspruchung bei Auftreten von Resonanzschwingungen in einer zylindrischen Schraubenfeder

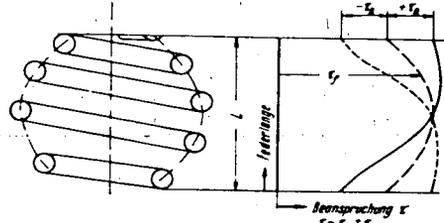


Abb. 10 Verteilung der Beanspruchung bei Auftreten von Resonanzschwingungen in einer Tonnenfeder

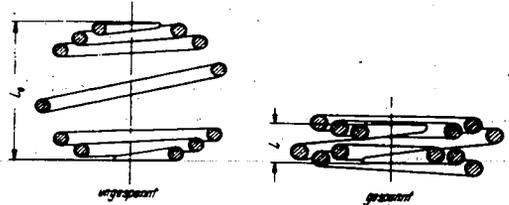


Abb. 11 Tonnenfeder in Sonderform (kleinste Bauhöhe bei linearer Kennlinie)

Kohlenstoffstahl (Fliegwerkstoff 1182.6) deutschen Ursprungs eingeführt. Die gleichmäßige Güte des Endsergebnisses wird durch sorgfältige Zwischenkontrollen gewährleistet. Der Federdraht wird vor dem Wickeln fein geschliffen, um entkohlte Randzonen zu entfernen. Die Oberfläche wird nach dem Wickeln an der fertigen Feder durch Kugelstrahlen mit Stahlschrot verfestigt. Allgemeingültige Zahlen über die zulässigen Festigkeitswerte lassen sich nicht angeben. Einmal ist die Dauerfestigkeit der Feder bei Belastung in der Prüfmaschine (also ohne Überlagerung von Schwingungsbeanspruchungen) schon stark von Material, Art der Herstellung und Oberflächengüte abhängig. Hier sind günstigstenfalls Dauerfestigkeitswerte bei Federn mit der oben ange deuteten Art der Herstellung von ± 27 bis 33 kg/mm^2 bei Mittelspannungen von 30 bis 55 kg/mm^2 zu erreichen⁴⁾.

Die höchsten bisher bekanntgewordenen Festigkeitswerte wurden von E. Lehr an einer Feder aus Cr-Si-Stahl mit $\pm 36 \text{ kg/mm}^2$, in einem Fall sogar mit $\pm 42 \text{ kg/mm}^2$, bei einer Mittelspannung von 55 kg/mm^2 gemessen [9]. Man darf also bei einer guten Ventildeder mit wenigstens $40 \pm 27 \text{ kg/mm}^2$ Dauerfestigkeit auf der Prüfmaschine bei Zimmertemperatur rechnen.

Im Motorbetrieb kommen noch zwei Einflüsse hinzu, die diese Zahlen wesentlich herabsetzen. Einmal die

⁴⁾ Die angegebenen Zahlen sind Schubspannungen an der inneren Randfaser des Querschnittes (vgl. den nächsten Abschnitt und Abb. 14).

Erhöhung der Wechselbeanspruchung durch Schwingungen der Feder, dann die Notwendigkeit, insbesondere am Auslaßventil von luftgekühlten Motoren, unter erhöhten Temperaturen zu arbeiten, ohne daß ein wesentliches Nachlassen der Feder stattfindet.

Nach dem Schema der Abb. 2 wird die Beanspruchung r_A durch den Nockenhub h , die man üblicherweise allein der Berechnung der Wechsellast zugrunde legt, infolge der Resonanzschwingung der Feder erhöht auf den Betrag $r_w = r_A + 2 r_R$. Diese Erhöhung kann, wie mehrfach an laufenden Motoren gemessen wurde, 50 bis 100 vH und in besonders ungünstigen Fällen sogar noch mehr betragen [2; 6]. Ohne eine genauere Untersuchung der zu erwartenden Schwingbeanspruchung oder ohne Nachmessung der wirklich auftretenden Beanspruchung, wird man daher als zulässige Beanspruchung aus dem Nockenhub etwa $\pm 15 \text{ kg/mm}^2$ (also $r_A = 30 \text{ kg/mm}^2$) nicht überschreiten.

In den üblichen Dauerfestigkeitsschaubildern ist als Grenze für die Größtspannung ($r_r + r_A$) oder $(r_m + \frac{r_A}{2})$ etwa die Streckgrenze angegeben. Federn, die mit sehr großer Höchstlast beansprucht werden, lassen in ihrer Spannung mit der Zeit nach. Besonders stark wird dieses „Setzen“ der Federn bei Arbeiten unter höheren Temperaturen, wie es z. B. bei den Auslaßventilfedern von luftgekühlten Motoren der Fall ist. Hier sind Temperaturen der unteren Federwindungen bis zu 200 oder 300° zu beherrschen. Leider sind eindeutige Versuchsergebnisse über den Zusammenhang zwischen dem Setzen der Federn, Höchstlast, Wechsellast und Werkstoff bisher nicht veröffentlicht. Fest steht aber, daß das Setzen in erster Linie von der Spitzenspannung und der Temperatur abhängt. Erfahrungsmäßig kann man bei C-Stählen die Spitzenspannung der Auslaßfedern bis höchstens 50 kg/mm^2 zulassen, ohne wesentliches Nachlassen der Federn befürchten zu müssen. An Auslaßfedern mit Spitzenspannungen in der Größenordnung von 60 kg/mm^2 hat man jedenfalls starkes Nachlassen beobachtet. Natürlich ist eine allgemeingültige Zahlenangabe gerade hier nicht möglich. Denn die Spitzenspannung ist durch in der Rechnung nicht berücksichtigte Schwingungsbeanspruchung nicht genau erfaßt und ebenso sind die Temperaturbedingungen der verschiedenen Motorbauarten sehr unterschiedlich. Für eine genauere Festlegung der zulässigen Höchstbeanspruchung braucht man also die genauen Arbeitsbedingungen einerseits und andererseits Angaben über das

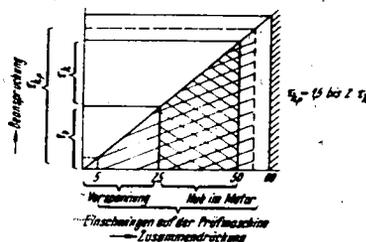


Abb. 13 Belastungsgrenzen für das Einschwingen von Federn

Verhalten des verwendeten Werkstoffes bei bestimmten Temperaturen und Belastungen. Wie schon erwähnt, ist leider gerade diese Frage noch nicht genügend geklärt. Sicher könnte man aber mit einem legierten Stahl (Cr-V oder Cr-Si) statt C-Stahl eine höhere Warmfestigkeit erreichen und dadurch die zulässige Höchstgrenze heraufsetzen. Die Abb. 12 stellt ein Dauerfestigkeitsschaubild für hochwertige Ventilsfedern aus C-Stahl dar. Es ist in der üblichen Darstellung über der Mittelspannung $(r_m = r_r + \frac{r_A}{2})$ der Größtwert ($r_{max} = r_r + r_A$) und der Kleinstwert (r_c) aufgetragen. Eingezeichnet sind die auf Prüfmaschinen ermittelten Dauerfestigkeitsgrenzen mit ihrem Streubereich, dann die mit den oben genannten Vorbehalten „zulässigen“ Grenzen für r_A und r_{max} . Außerdem sind als Beispiel die Werte einiger bewährter Federn mit eingezeichnet.

Dynamische Federprüfung

Um die größtmögliche Sicherheit gegen Ausfall von Federn zu haben, empfiehlt es sich, die Federn vor dem Einbau einer Dauerprüfung mit hoher Wechsellast zu unterziehen.

Für solche Prüfungen sind in den letzten Jahren verschiedene Prüfmaschinen entwickelt worden, die eine große Anzahl von Ventilsfedern gleichzeitig mit annähernd sinusförmiger Belastung und Lastwechselfrequenzen von 1500 bis 3000 min^{-1} belasten können. Diese Prüfmaschinen geben natürlich die Motorbedingungen nicht voll wieder, da infolge der sinusförmigen Belastung die Federn nicht zu Schwingungen erregt werden und auch die Temperatur- und Korrosionsbedingungen nicht wiedergegeben werden. Die Prüfbeanspruchung muß daher wesentlich über der Betriebslast liegen.

In dieser Eingangsprüfung sollte man möglichst sämtliche Federn, zumindest aber einen gewissen Prozentsatz aus jedem zu Federn verarbeiteten Ring mit $2 \cdot 10^6$ Lastwechseln vorschwingen. Die Prüfbeanspruchung sollte mit 150 bis 200 vH der durch den Nockenhub hervorgerufenen Wechsellast festgelegt werden. Eine so hohe Wechsellast wird bei den meisten Federn durch Erniedrigen der Mittelspannung, bei manchen Federn, bei denen der mögliche Lastbereich kleiner ist, überhaupt nicht erreichbar sein. In Abb. 13 ist als Beispiel die Federkennlinie einer Feder und die Belastung im Motor und beim Einschwingen angegeben. Diese Feder ist bei vollem Zusammendrücken mit 60 kg/mm^2 belastet. Im Motor beträgt die Vorpanspannung 25, die Größtspannung 50 kg/mm^2 , also Lastwechselbereich 25, die Wechsellast $\pm 12,5$ über der Mittelspannung $37,5 \text{ kg/mm}^2$. Die Feder soll mit der doppelten Wechsellast, also mit $\pm 25 \text{ kg/mm}^2$ vorgeschwungen werden. Bei gleicher Mittelspannung würde dies eine Belastung von $37,5 \pm 25$, also von 12,5 bis $62,5 \text{ kg/mm}^2$ bedeuten, was aber unmöglich ist, da die Feder im ganz zusammengedrückten Zustand nur mit 60 kg/mm^2 zu belasten ist. Die Größte Spitzenspannung wird man daher nur mit etwa 55 kg/mm^2

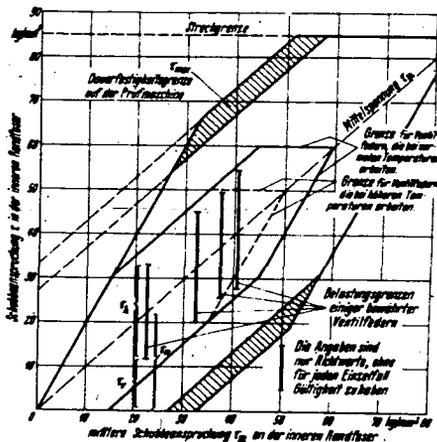


Abb. 12 Dauerfestigkeitsschaubild für hochwertige Flugmotoreventilfedern

wählen. Daraus ergibt sich die gesamte Prüfspannung zu $30 \pm 25 \text{ kg/mm}^2$. Dieser Lastbereich ist für die Feder des Beispiels zugleich der größtmögliche, da man als kleinste Vorspannung und als Abstand von der Größtspannung bei vollem Zusammendrücken je 5 kg/mm^2 wählen dürfte. Bei einer solchen Prüfung werden alle Federn, die durch irgendwelche Mängel nicht die volle Festigkeit haben, schon ausgesiebt, so daß man mit großer Sicherheit erwarten kann, daß im Betrieb keine Federn mehr ausfallen, wie die Erfahrung bestätigt hat.

c) Berechnung

a) Zylindrische Federn mit Kreisquerschnitt

Grundgleichungen der Näherungsrechnung

Im folgenden werden nur die Berechnungsgrundlagen der schraubenförmigen zylindrischen Ventilsfedern mit Kreisquerschnitt vollständig mit Rechenhilfen gegeben. Für Federformen, die von dieser weitaus wichtigsten Form abweichen, werden nur die Grundgleichungen und für genauere Berechnung Schrifttumhinweise gegeben.

Eine durch axiale Kraft belastete Schraubenfeder ist in erster Linie auf Verdrehung beansprucht⁴⁾. Die Näherungsrechnung, die für den vorliegenden Zweck genügt, setzt voraus, daß nur Drehbeanspruchung auftritt, der Steigungswinkel α also zu vernachlässigen ist.

Eine weitere Näherung führt man durch die Voraussetzung ein, daß der Einfluß der Krümmung des Federdrahtes zu vernachlässigen ist, wodurch die Gleichungen auf die Aufgabe der Verdrehung eines geraden Stabes zurückgeführt sind. Den hierdurch entstehenden Fehler berichtigt man nachträglich zumindest für die Berechnung der Beanspruchung durch einen Beiwert, den man einem Schaubild entnehmen kann.

Eine Feder mit z aktiven Windungen und dem Windungsdurchmesser D (Abb. 3) ist zu berechnen wie ein Stab von der Länge $z \cdot D$, an dem die Federkraft P mittels eines Hebels von der Länge $\frac{D}{2}$ ein Moment $P \cdot \frac{D}{2}$ ausübt. Daraus folgen die Grundgleichungen:

$$f = \frac{8}{G} \cdot \frac{z \cdot D^3}{d^4} \cdot P = \frac{P}{c} \quad (3)$$

$$\tau = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{D}{d^3} \cdot P \quad (4)$$

$$c = \frac{G}{8} \cdot \frac{d^4}{z \cdot D^3} \quad \text{aus (3) mit } c = \frac{P}{f} \quad (5)$$

$$\tau = \frac{G}{\pi} \cdot \frac{d}{z \cdot D^3} \cdot f, \text{ aus (3) und (4)} \quad (6)$$

Die Eigenschwingungszahl der Grundschiwingung einer vorgespannten Feder n_s ist gegeben durch

$$n_s = 30 \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{G}{2 \rho} \cdot \frac{d}{z \cdot D^3}} \quad (7)$$

Aus Gl. (6) und (7) folgt die Beziehung

$$\tau = \frac{1}{30} \sqrt{2 G \rho} \cdot n_s \cdot f \quad (8)$$

Darin ist G der Schubmodul von etwa 8200 kg/mm^2 und $\rho = \gamma/g$ die Dichte von etwa $8,0 \cdot 10^{-10} \text{ kg sec}^2 \text{ mm}^{-4}$.

Mit Einführung dieser Zahlenwerte folgt:

$$n_s = 2,162 \cdot 10^7 \cdot \frac{d}{z \cdot D^3} \text{ min}^{-1} \text{ mit } d \text{ und } D \text{ in mm, (7a)}$$

$$\tau = 1,206 \cdot 10^{-4} \cdot n_s \cdot f \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} \text{ mit } n_s \text{ in min}^{-1} \text{ und } f \text{ in mm. (8a)}$$

Für die Lösungen der beiden Hauptgleichungen (3) und (4) sind Sonderrechenstäbe Nr. SR 704 und Nr. SR 705 des AWF (Ausschuß für Rechentechnik beim AWF) erschienen. Auch für nomographische Rechnung sind in verschiedenen Zeitschriftenaufsätzen teils Netztafeln teils Leitertafeln angegeben, allerdings

⁴⁾ Eine genauere Darstellung der Kräfteverteilung und Ableitung der Gleichungen fSt in dem Buch von Groß und Lehr gegeben [4].



Abb. 14 Verteilung der Randschubspannungen am Umfang des Kreisquerschnittes einer Schraubenfeder

meist nur für ein oder zwei willkürlich herausgegriffene Rechnungsgänge. Am Schluß dieser Arbeit sind deshalb vollständige Leitertafeln zur Berechnung von Federn nach den obigen Formeln (3) bis (7) für alle wichtigen Kombinationen der 4 unabhängigen und 2 abhängigen Veränderlichen d, D, z, f, τ, P und für die abgeleiteten Kennwerte c und n angegeben⁵⁾. Die auf jedem Blatt gegebene Anleitung ist zusammen mit dem eingezzeichneten Beispiel so klar, daß eine nähere Beschreibung sich erübrigt. Aus der den Rechentafeln vorangestellten Übersicht ist zu ersehen, aus welcher Tafel und mit welchem Rechnungsgang eine gesuchte Größe aus 2 bis 4 gegebenen Werten zu berechnen ist. Das im folgenden durchgerechnete Zahlenbeispiel wird den Gebrauch der Tafeln noch näher erläutern. Es ist für alle Rechnungen festzuhalten, daß von den 6 Größen d, D, z, f, P, τ vier gegeben sein müssen, wobei natürlich f, P und τ zusammengehörige Werte darstellen müssen.

Genaue Rechnung

Die Gl. (3) bis (8) sind Näherungsgleichungen mit den oben erwähnten Vernachlässigungen. Die genaueren Rechnungen sind u. a. von Göhner [7] durchgeführt worden. Danach ist der Einfluß des Steigungswinkels α für die üblichen Werte ($< 10^\circ$) mit Recht zu vernachlässigen. Der Einfluß der Krümmung, gekennzeichnet durch den Formwert $\epsilon = D/d$, ist dagegen beträchtlich bei der Berechnung der Beanspruchung und ebenfalls zu vernachlässigen bei der Berechnung der Federung. Nach der Näherungsgleichung (4) ist vorausgesetzt, daß die Spannung τ wie bei der Verdrehung eines geraden Stabes längs des ganzen Randes des Querschnitts gleich groß ist. Infolge der Krümmung des Drahtes sind in Wirklichkeit die dem Krümmungsmittelpunkt zugewandten Randfasern stärker belastet, so daß sich etwa eine Spannungsverteilung wie in Abb. 14 ergibt. Der Zusammenhang zwischen der größten Randspannung an der Innenfaser τ_i und der nach Gl. (3) gerechneten

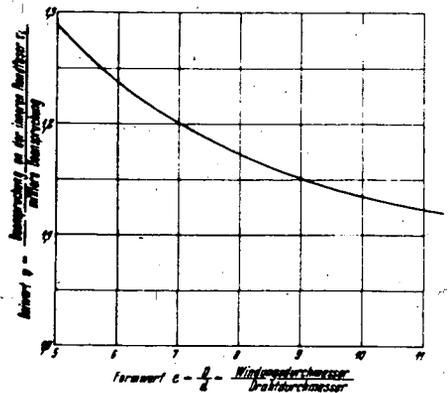


Abb. 15 Spannungserhöhung an der inneren Randfaser für zylindrische Schraubenfedern mit Kreisquerschnitt

⁵⁾ Die Nomogramme sind von Dr. Hans Ristau, München, entworfen und berechnet worden.

mittleren Spannung τ ist nach Göhner unter Vernachlässigung des Steigungswinkels gegeben durch die Beziehung

$$\tau_s = \psi \cdot \tau \quad \text{mit: } \psi = 1 + \frac{5}{4\epsilon} + \frac{7}{8\epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon^3} \quad (9)$$

Der Beiwert ψ , der lediglich vom Formwert ϵ abhängt, ist in Abb. 1. über ϵ aufgetragen. Bei Ventildedern üblicher Bauart mit einem Formwert ϵ von 7 bis 11 ist demnach die Beanspruchung an der inneren Randfaser um 12 bis 20 vH größer als die Näherungsformel (4) angibt.

Gang der Rechnung — Festlegung der Feder

Für die Auslegung der Federn wird sich nach dem bisher Gesagten folgender Weg zwangsläufig ergeben: Nach der Wahl des Federmaterials liegen die zuzulassenden Beanspruchungswerte fest (vgl. Abb. 12). Die Höchstlast $\tau_{max} = \tau_s + \tau_h$ ist, wie oben ausgeführt, durch die Gefahr des Nachlassens begrenzt. Für Auslaßventildedern wird man in der Größenordnung von $\tau_{max} = 50 \text{ kg/mm}^2$ bleiben. Die zweite Festlegung betrifft die Wechsellast τ_h , mit der man ebenfalls aus schwingungstechnischen Gründen bis an die Grenze des Zulässigen geht, die man mit etwa $\tau_h = 30 \text{ kg/mm}^2$ (also $\pm 15 \text{ kg/mm}^2$) annehmen darf. Diese Zahlenangaben beziehen sich auf die Spannung τ_i an der inneren Randfaser. Man hat also zunächst einen Formwert ϵ zu schätzen. (Üblich ist $\epsilon = 7$ bis 10 .) Dann ist mit Hilfe des Beiwertes ψ aus Abb. 15 die Mittelspannung τ zu bestimmen, die der weiteren Rechnung zugrunde zu legen ist. Aus der Untersuchung der Beschleunigung ist bei gegebener Nockenform weiter die von der Feder verlangte größte Schließkraft P_{max} gegeben. Aus konstruktiven Gründen wird man auch für den Windungsdurchmesser D einen größtmöglichen Wert annehmen müssen. Bisher sind also die Werte τ_{max} , τ_h , P_{max} , h und D gegeben. Hierbei ist zunächst die Bedingung, daß für P , f und τ zusammengehörige Werte gegeben sein müssen, nicht erfüllt. Durch die Annahme von zwei τ -Werten und einem Wert h für die Zusammendrückung ist aber bereits das gesamte Federdiagramm nach Abb. 16 festgelegt. Es ist daher die zu der Größtbeanspruchung τ_{max} gehörige Zusammendrückung f_{max} gegeben. Es ist

$$f_{max} = h \cdot \frac{\tau_{max}}{\tau_h} \quad (10)$$

und die Federkonstante

$$c = \frac{P_{max}}{f_{max}}$$

Für die Berechnung der Feder sind jetzt also von den 3 Grundwerten d , D , z , und den 3 zusammengehörigen abgeleiteten Werten P , f , τ 4 Werte, nämlich D , P_{max} , f_{max} , τ_{max} , gegeben. Die fehlenden beiden, nämlich d und z , sind dann nach Gleichungen zu berechnen, die aus den Grundgl. (3) und (4) abzuleiten sind.

Die Eigenschwingungszahl ist nach Gl. (8) und (8a) durch die Festlegung von zwei zusammengehörigen Werten τ und f ebenfalls festgelegt mit

$$n_s = \frac{30}{\sqrt{2G\epsilon}} \cdot \frac{\tau_h}{h} = \frac{30}{\sqrt{2G\epsilon}} \cdot \frac{\tau_{max}}{f_{max}} \quad (8b)$$

$$= 8290 \cdot \frac{\tau_h}{h} = 8290 \cdot \frac{\tau_{max}}{f_{max}} \text{ min}^{-1}$$

mit τ in kg/mm^2 und h und f in mm.

Nach Gl. (4) ist die Drahtstärke d zu berechnen

$$d^3 = \frac{8}{\pi} \cdot D \cdot \frac{P_{max}}{\tau_{max}} \quad (4a)$$

Aus der Annahme einer zulässigen Wechsellast τ_h bei gegebenem Ventilhub h ist dann nach Gl. (6) auch der letzte Bauwert der Feder, die Windungszahl z , gegeben durch die Beziehung

$$z = \frac{G}{\pi} \cdot \frac{d}{D^2} \cdot \frac{h}{\tau_h} \quad (6a)$$

Die Feder ist damit in ihren Kennwerten bereits vollständig und eindeutig bestimmt. Für die vollständige konstruktive Festlegung fehlt noch die Angabe der Bauhöhe. Diese Bauhöhe L_0 ist nach unten begrenzt durch die kleinstmögliche Bauhöhe der voll zusammengedrückten Feder. Um an Raum zu sparen, wird man im allgemeinen mit der gewählten Bauhöhe immer in der Nähe der kleinstmöglichen bleiben.

Für die Festlegung der kleinsten Bauhöhe ist die Zusammendrückung f_{max} unter der Größtlast P_{max} maßgebend, die bereits nach Gl. (10) bekannt ist oder sonst zur Kontrolle der ganzen Rechnung nach Gl. (3) zu berechnen wäre mit:

$$f_{max} = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{z \cdot D^3}{d^4} \cdot P_{max}$$

Aus der Bedingung, daß bei der größten Zusammendrückung f_{max} noch der Zwischenraum σ zwischen je zwei Windungen bleiben soll, und daß für die Endwindungen etwa je eine Drahtstärke als Bauhöhe benötigt wird, folgt dann

$$L_{min} = [z + 2] \cdot d + z \cdot \sigma + f_{max} \quad (12)$$

($z =$ aktive Windungszahl)

Für σ wählt man, wie oben erwähnt, mindestens 0,5 bis 1 mm. In L_{min} ist die kleinstmögliche Bauhöhe der Feder gegeben. Man kann nun die Bauhöhe, die meist noch durch andere Erwägungen (z B. Zusammenschalten mehrerer Federn zu einem Federsatz) bestimmt sein wird, zu $L_0 \geq L_{min}$ wählen. Damit ist dann die Feder vollständig festgelegt.

Da vor allem die Angabe der Zahl z der aktiven Federwindungen wegen des in der Rechnung nicht berücksichtigten Anteils der Endwindungen nicht ganz eindeutig sein kann, so empfiehlt es sich, den Herstellern der Federn hierin einigen Spielraum zu lassen. Man gibt daher auf der Konstruktionszeichnung nicht nur die errechneten Bauwerte d , D , z , L und die Art der Endwindungen an, sondern auch das Federdiagramm, d. h. die Kräfte, die die Feder vorgespannt und belastet durch zusätzliche Zusammendrückung durch den Ventilhub abgeben muß. Nur die Einhaltung dieses letzten Wertes, also die Federkraft bei voll geöffnetem Ventil, sollte durch nicht zu enge Toleranzen (etwa ± 3 bis ± 5 vH) begrenzt sein.

Mit dem zu Beginn der Rechnung nur geschätzten Formwert $\epsilon = \frac{D}{d}$ kann nun nach der Kurve in Abb. 15 auch der genaue Wert der Schubspannungen τ_{max} und τ_h an der inneren Randfaser angegeben werden. Die Werte werden im allgemeinen von den als Grundlage der Rechnung angenommenen so wenig abweichen, daß eine Korrektur nicht nötig sein wird. Die Konstruktionszeichnung würde folgende Angaben enthalten:

1. Zeichnung mit den Maßangaben über d , D , z , und L_0 .
2. Federkraft $P_{max} \pm 3$ vH bei $L = L_0 - f_{max}$.
3. Angabe über die Ausbildung der Endwindungen, z. B.: „je $\frac{1}{4}$ Windungen als Endwindungen plangeschliffen, Spitzen um 3mm gebrochen und verrundet“.
4. Oberflächengüte: ob geschliffen, poliert, kugeliggestrahlt.
5. Werkstoff und Vergütungsstufe.
6. Korrosionsschutz der Oberfläche.

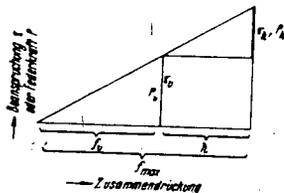


Abb. 16
Federdiagramm

Zahlenbeispiel

Es ist eine Auslaßventilfeder, die bei Temperaturen bis 250° arbeiten muß, mit der größten Schließkraft $P_{max} = 50 \text{ kg}$ für einen Ventilhub $h = 15 \text{ mm}$ auszuliegen. Als zulässige Beanspruchungshöchstwerte werden für r_{max} wegen der Gefahr des Nachlassens bei der angenommenen hohen Betriebstemperatur nur 50 kg/mm^2 zugelassen.

Die Wechselspannung r_A darf $30 \text{ kg/mm}^2 (\pm 15 \text{ kg/mm}^2)$ erreichen. Als Formwert wird zunächst $\epsilon = \frac{D}{d} = 8$ geschätzt. Der größte Außendurchmesser ($D + d$) sei aus konstruktiven Gründen mit 60 mm gegeben, so daß für den Windungsdurchmesser D etwa 54 mm anzunehmen sind. Aus diesen gegebenen Daten sind die noch fehlenden Bauwerte d und z zu bestimmen. Aus der Abb. 15 ist für den geschätzten Formwert $\epsilon = 8$ der Beiwert ψ zu $1,17$ zu entnehmen, danach ist $r_{max} = \frac{50}{1,17} = 42,7 \text{ kg/mm}^2$ und $r_A = \frac{30}{1,17} = 25,6 \text{ kg/mm}^2$ der Rechnung zugrunde zu legen. Nach Gl. (10) ist aus den gegebenen Werten bereits die Federcharakteristik und damit auch f_{max} gegeben:

$$f_{max} = 15 \cdot \frac{42,7}{25,6} = 25,04 \text{ mm}$$

und die Federzahl

$$c = \frac{50}{25,04} = 2 \text{ kg/mm.}$$

Nach Gleichung (4 a) wird die Drahtstärke d berechnet

$$d = \sqrt[3]{\frac{8}{\pi} \cdot 54 \cdot \frac{50}{42,7}} = 5,44 \approx 5,5 \text{ mm.}$$

Damit ist nach (6 a) auch die Windungszahl z bestimmt

$$z = \frac{8200 \cdot 5,44}{\pi \cdot 54^3 \cdot 25,6} = 2,85.$$

Zur Kontrolle der Rechnung könnte nach Gl. (11) noch einmal f_{max} berechnet werden. In Übereinstimmung mit dem obigen Wert ergibt sich $25,0$.

Die Eigenschwingungszahl n_e ist am einfachsten aus den gegebenen Werten r_A und h oder r_{max} und f_{max} zu berechnen nach Gl. (8 b)

$$n_e = 8290 \cdot \frac{25,6}{15} = 14150 \text{ min}^{-1}.$$

Zur Kontrolle der Rechnung könnte n_e auch aus den berechneten Werten nach Gl. (7 a) bestimmt werden:

$$n_e = 2,162 \cdot 10^7 \cdot \frac{5,44}{54^3 \cdot 2,85} = 14150 \text{ min}^{-1}.$$

Die Übereinstimmung ist ein Zeichen dafür, daß die Rechnung stimmt. Für die vollständige konstruktive Festlegung ist nur noch die kleinstmögliche Bauhöhe L_{min} zu berechnen. Nach Gl. (12) ist mit der Annahme, daß zwischen je zwei Windungen ein Spiel von $\sigma = 1 \text{ mm}$ bleiben soll,

$$L_{min} = [3 + 2] \cdot 5,5 + 3 \cdot 1 + 25 = 55,5 \text{ mm.}$$

Die Feder ist damit vollständig bestimmt.

Der Formwert ϵ ist $\frac{54}{5,44} = 9,93$ gegenüber dem geschätzten Wert 8. Damit ist der Beiwert ψ nur $1,135$ statt $1,17$ und die wirklichen Beanspruchungen um dieses Verhältnis $\frac{1,135}{1,17} = 0,97$, also um 3 vH kleiner.

Nomogrammrechnung

Die Nomogrammrechnung mit Hilfe der Tafeln 1 bis 3 nimmt folgenden Gang: Gegeben ist r_{max} , P_{max} , D , h und r_A . Gesucht wird d und z . Aus der Übersichtstafel entnimmt man aus der Zeile „Gesucht d bei gegebenem P , r , D “, daß das Nomogramm 1 zu benutzen ist,

und zwar nach der Anleitung auf der Tafel nach folgender Vorschrift: Aus P und r (einzusetzen sind natürlich die zusammengehörigen Werte P_{max} und r_{max}) bestimme man auf der Zapfenlinie den Schnittpunkt A , aus D und Punkt A dann auf der Leiter für d den gesuchten Wert d . Um z zu finden, ersieht man ebenso aus der Übersichtstafel „Gesucht z bei gegebenem r , D , f , d' “, daß die Rechnung im Nomogramm 3 durchzuführen ist, und zwar nach der Vorschrift: Die Verbindungslinie der gegebenen Werte f und r gibt auf der Zapfenlinie A den Schnittpunkt n . Die Verbindung von D mit n gibt auf der Zapfenlinie B den Schnittpunkt B und die Verbindung d mit B den gesuchten Wert z . Als zugeordnete gegebene Werte r und f führt man r_A und h in die Rechnung ein. Die Zapfenlinie A ist mit einem Maßstab versehen, so daß der Schnittpunkt zugleich als Nebenergebnis der Rechnung die Eigenschwingungszahl n_e der Feder angibt.

In den Nomogrammen ist als Beispiel dasselbe oben durchgeführte Zahlenbeispiel eingezeichnet. Man entnimmt dem Nomogramm 1 für $D = 54 \text{ mm}$, $r_{max} = 42,7 \text{ kg/mm}^2$ und $P_{max} = 50 \text{ kg}$ den Wert $d = 5,45 \text{ mm}$. Aus dem Nomogramm 3 folgt mit den Werten $d = 5,45 \text{ mm}$, $D = 54 \text{ mm}$, $f = 25 \text{ mm}$, $r_{max} = 42,7 \text{ kg/mm}^2$ die Windungszahl $z = 2,8$ und die Eigenschwingungszahl $n_e = 14100 \text{ min}^{-1}$.

Die Berechnung mit Hilfe der Nomogramme ist außerordentlich bequem und schnell durchzuführen und hat vor allem auch den Vorteil, daß man leicht den Überblick behält, wie sich die Federwerte bei Änderung irgendeines Wertes ändern. Die Nomogramme erlauben aber auch jede andere Rechnung, die aus irgendwelchen Gesichtspunkten von anderen als den im Beispiel gewählten Ausgangswerten ausgehen. Ausgenommen ist nur eine einzige Kombination von Werten, und zwar die, bei der Windungsdurchmesser D und Drahtstärke d zugleich unbekannt sind. Da gerade dieser Fall geringes technisches Interesse hat, ist hierfür kein Nomogramm angegeben. Es ließe sich natürlich in ähnlicher Weise aufbauen aus der folgenden Gleichung, die aus den Gl. (3) und (4) entsteht:

$$d^3 = \frac{64 \cdot G}{\pi^3} \cdot \frac{P_{max}}{z \cdot r^3} \quad (13)$$

Es seien in einem zweiten Beispiel D , f_{max} , P_{max} und r_{max} gegeben. Dann ist noch Windungszahl z und Drahtstärke d zu bestimmen. Nach der Übersichtstafel ist d aus D , r_{max} und P_{max} im Nomogramm 1 zu berechnen, indem aus P und r der Schnittpunkt A , und aus D und dem Punkt A die Drahtstärke d bestimmt wird. Die Windungszahl z ist dann aus Nomogramm 2 zu bestimmen mit Hilfe der Werte d , D , f_{max} und P_{max} oder kann im Nomogramm 3 aus d , D , f_{max} und r_{max} gerechnet werden.

Berechnung eines Federsatzes

Zylindrische Schraubenfedern haben den Vorteil, daß man mehrere Federn zur besseren Raumaussnutzung und Erhöhung der Sicherheit ineinander anordnen kann: Ein solcher Federsatz nach Art der Abb. 17 von üblicherweise zwei bis drei Federn wird zweckmäßigerweise so abgestimmt, daß die Federn gleich hoch belastet sind.

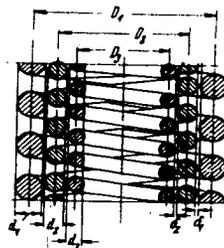


Abb. 17
Dreifacher Federsatz

Diese Bedingung gleicher Beanspruchung τ bei gleich großer Zusammendrückung f ist nach Gl. (8) gleichbedeutend mit der Bedingung gleich großer Eigenschwingungszahlen n_e , was auch aus schwingungstechnischen Gründen erwünscht ist. Nach Gl. (6) oder (7) muß daher die Bedingung erfüllt sein:

$$\frac{d_1}{D_1^2 \cdot z_1} = \frac{d_2}{D_2^2 \cdot z_2} = \dots = \frac{d_n}{D_n^2 \cdot z_n} \quad (14)$$

Wollte man etwa die Federn, was man üblicherweise nicht tut, aus Draht von gleichem Durchmesser d wickeln (also $d_1 = d_2 = \dots = d_n$), so müßte man $D^2 \cdot z$ für alle Federn gleich wählen, hätte also die Windungszahlen umgekehrt verhältig dem Quadrat des Windungsdurchmessers zu wählen. Dies wird sich nur selten verwirklichen lassen und führte zu unschönen Federsätzen. Man kann aber zweckmäßig die Bedingung

$$d_1 \cdot z_1 = d_2 \cdot z_2 = \dots = d_n \cdot z_n = \text{constans}, \quad (15)$$

also gleiche aktive Bauhöhe, einhalten, und hätte dann aus den Gl. (14) und (15) die weitere Bedingung

$$\frac{D_1}{d_1} = \frac{D_2}{d_2} = \dots = \frac{D_n}{d_n} = \epsilon = \text{constans} \quad (16)$$

zu erfüllen. Die Drahtstärken d sind in diesem Fall den Windungsdurchmessern D verhältig zu wählen, d. h. die Federn haben alle den gleichen Formwert ϵ . Geometrisch ist diese Bedingung durch die Abb. 18 dargestellt.

Die Federkräfte P sind bei der gewählten Bedingung gleicher Beanspruchung—nach—Gl.—(4)—verhältig—dem Wert $\frac{d^3}{D} = \frac{d^3}{\epsilon \cdot d} = \frac{d^2}{\epsilon}$. Bei konstantem Formwert sind die Federkräfte also einfach verhältig dem Quadrat der Drahtstärke oder nach Gl. (16) auch dem Quadrat des Windungsdurchmessers. Die Gesamtkraft

$$P_0 = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

ist dann mit Einführung der Gl. (4)

$$P_0 = \frac{\pi}{8} \cdot \tau \cdot \frac{d_1}{D_1} \cdot [d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2] \quad (17)$$

Bei der Auslegung eines Federsatzes wird im allgemeinen nur die Gesamtkraft P_0 und der Windungsdurchmesser D_1 der Außenfeder gegeben sein. Die Aufgabe wird jedoch erst eindeutig, wenn nach Abb. 18 auch der Abstand δ zwischen je zwei Federn festgelegt wird. Würde man einen konstanten Wert $\delta = \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_{n-1}$ in die Rechnung einführen, so erhielte man mathe-

matisch unlandliche und für die praktische Rechnung unbrauchbare Gleichungen. Auf bequeme Gleichungen führt dagegen die Festlegung

$$\begin{aligned} D_2 &= D_1 - K \cdot d_1, \\ D_3 &= D_2 - K \cdot d_2, \\ D_n &= D_{n-1} - K \cdot d_{n-1}. \end{aligned} \quad (18)$$

Damit ist dann der Abstand zwischen zwei Federn

$$\delta_n = \frac{(K-1)d_n - d_{n+1}}{2} \quad (19)$$

Der Faktor K ist noch willkürlich zu wählen. Die Werte $K = 2,1$ und für etwas größere Abstände $K = 2,2$ geben brauchbare Ergebnisse. Mit der Abkürzung

$$a = 1 - \frac{K}{\epsilon} \quad (19a)$$

folgt aus Gl. (16), (18) und (19) die Beziehung für die übrigen Drahtstärken d , Windungsdurchmesser D , Windungszahlen z und Abstände δ :

$$\begin{aligned} d_2 &= d_1 \cdot a, & D_2 &= D_1 \cdot a, & z_2 &= \frac{z_1}{a}, & \delta_2 &= \delta_1 \cdot a, \\ d_3 &= d_1 \cdot a^2, & D_3 &= D_1 \cdot a^2, & z_3 &= \frac{z_1}{a^2}, & \delta_3 &= \delta_1 \cdot a^2, \\ d_n &= d_1 \cdot a^{n-1}, & D_n &= D_1 \cdot a^{n-1}, & z_n &= \frac{z_1}{a^{n-1}}, & \delta_n &= \delta_1 \cdot a^{n-1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Wenn also der Formwert ϵ und der Außendurchmesser D_1 bekannt ist, und nach der Wahl von K auch a gegeben ist, so sind damit nach Gl. (20) sämtliche Durchmesser d und D bekannt.

Für die Bestimmung von ϵ erhält man aus den Gl. (16), (17) und (18) die einfache Beziehung

$$\frac{8}{\pi} \cdot \frac{P_0}{\tau} \cdot \frac{1}{D_1^3} = C = \frac{1}{\epsilon^3} \cdot \frac{1 - a^{2n}}{1 - a^2} \quad (21)$$

worin n die Zahl der für den Federsatz vorgesehenen Federn angibt. Es ist demnach für die Doppelfeder:

$$C = \frac{1}{\epsilon^3} [1 + a^2] \quad (21a)$$

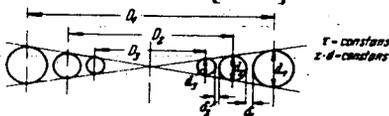


Abb. 18
Abstufung eines Federsatzes

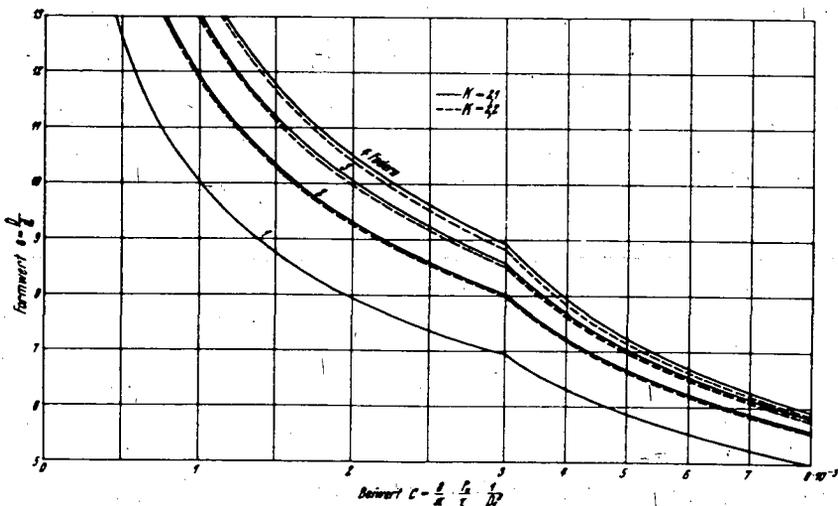


Abb. 19 Beiwerte zur Berechnung von Federsätzen

und für den dreifachen Federsatz

$$C = \frac{1}{\epsilon^3} [1 + \alpha^2 + \alpha^4] \quad (21b)$$

Gl. (21) ist für die Fälle $K=2,1$ und $2,2$ und den zwei-, drei- und vierfachen Federsatz als Kurvenblatt in Abb. 19 dargestellt, wobei als Ordinaten die dimensionslosen Größen C und $\epsilon = \frac{D}{d}$ gewählt sind.

Bei der Berechnung eines n -fachen Federsatzes, für den P_0 , τ und D_1 und damit der Beiwert C gegeben ist, entnimmt man der Abb. 19 den zugehörigen Formwert $\epsilon = \frac{D}{d}$ der Federn. Da D_1 gegeben ist, so ist $d_1 = \frac{D_1}{\epsilon}$ bekannt und damit nach Gl. (20) auch sämtliche anderen Durchmesser d und D .

Für die Verteilung der Kräfte folgt nach Gl. (4) und (17):

$$P_\mu = P_0 \frac{d_1^2}{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2} \quad \mu = 1 \text{ bis } n, \quad (22)$$

oder mit Einführung der Rechenwerte C nach Gl. (21) und α nach Gl. (19a) einfacher

$$P_1 = \frac{P_0}{C \cdot \epsilon^3}; P_2 = P_1 \cdot \alpha^2; P_n = P_1 \cdot \alpha^{2(n-1)} \quad (22a)$$

Der Federsatz ist nach Gl. (20) bis (22) jetzt soweit festgelegt wie eine Einzelfeder durch die Grundgl. (4). Zur eindeutigen Bestimmung gehört zum Schluß noch die Angabe der zu der verlangten Schließkraft gehörigen Durchbiegung f oder der Zahl z der Windungen einer der Federn. Wenn z. B. f gegeben ist, so ist aus der Grundgl. (3) die Windungszahl z für eine Feder und dann nach der Beziehung (15) oder (20) auch für alle Federn zu berechnen.

Zahlenbeispiel: Ein dreifacher Federsatz soll bei der Zusammendrückung von $f = 30$ mm und einer mittleren Beanspruchung von $\tau = 50$ kg/mm² eine Schließkraft von $P_0 = 100$ kg abgeben. Der Windungsdurchmesser der Außenfeder beträgt 55 mm.

Der Beiwert C beträgt nach Gl. (21)

$$C = \frac{8}{\pi} \frac{P_0 \cdot 1}{\tau \cdot D_1^3} = \frac{8}{\pi} \frac{100}{50 \cdot 55^3} = 1,683 \cdot 10^{-3}$$

Aus der Abb. 19 ist zu diesem Wert für den dreifachen Federsatz und $K=2,2$ ein Formwert $\epsilon = 10,64$ zu entnehmen. Mit $\alpha = 1 - \frac{K}{\epsilon} = 1 - \frac{2,2}{10,64} = 0,793$ und $d_1 =$

$\frac{D_1}{\epsilon} = \frac{55}{10,64} = 5,17$ mm folgt nach Gl. (20) $d_2 = d_1 \cdot \alpha = 5,17 \cdot 0,793 = 4,10$ mm und $d_3 = d_1 \cdot \alpha^2 = 5,17 \cdot 0,793^2 = 3,25$ mm; ebenso $D_2 = D_1 \cdot \alpha = 55 \cdot 0,793 = 43,6$ mm und $D_3 = D_1 \cdot \alpha^2 = 55 \cdot 0,793^2 = 34,6$ mm. Die Kräfteverteilung errechnet sich nach Gl. (22a) zu:

$$P_1 = \frac{P_0}{C \cdot \epsilon^3} = \frac{100}{1,683 \cdot 10^{-3} \cdot 10,64^3} = 49,4 \text{ kg.}$$

$$P_2 = P_1 \cdot \alpha^2 = 49,4 \cdot 0,793^2 = 31,1 \text{ kg.}$$

$$P_3 = P_1 \cdot \alpha^4 = 49,4 \cdot 0,793^4 = 19,5 \text{ kg.}$$

Die Windungszahl ist nach Gl. (6) für die Außenfeder

$$z_1 = \frac{G}{\pi \cdot \tau \cdot D_1^3} \cdot f = \frac{8200}{\pi \cdot 50 \cdot 55^3} \cdot 30 = 2,73.$$

Nach Gl. (30) ist dann $z_2 = \frac{z_1}{\alpha} = \frac{2,73}{0,793} = 3,44$ und

$z_3 = \frac{z_1}{\alpha^2} = \frac{2,73}{0,793^2} = 4,35$. Der Abstand zwischen Außen-

und Mittelfeder ist nach Gl. (19) $\delta_1 = \frac{(K-1)d_1 - d_2}{2} = \frac{1,2 \cdot 5,17 - 4,10}{2} = 1,06$ mm und zwischen Mittel- und Innen-

feder nach Gl. (20) $\delta_2 = \delta_1 \cdot \alpha = 1,06 \cdot 0,793 = 0,84$ mm.

In der praktischen Ausführung wird man die Zahlen für d und z aufrunden und nötigenfalls die Rechnung mit den aufrundeten Zahlen wiederholen.

β) Zylindrische Federn mit Rechteckquerschnitt

Für diese Federn nach Abb. 6 werden im folgenden nur die Grundgleichungen für die Berechnung angegeben. Die Rechteckseiten seien mit h und b bezeichnet, wobei h immer die größere Seite angibt, gleichgültig, ob die Seite h senkrecht oder parallel zur Federachse steht (Abb. 6 und 7). Mit den vom Querschnittsverhältnis

$\mu = \frac{h}{b}$ abhängigen Beiwerten η_1 , η_2 und η_3 nach C. Weber [10], die in Abb. 20 in passender Umformung als η_1 , C_1 und C_2 aufgetragen sind, lauten die Näherungsformeln

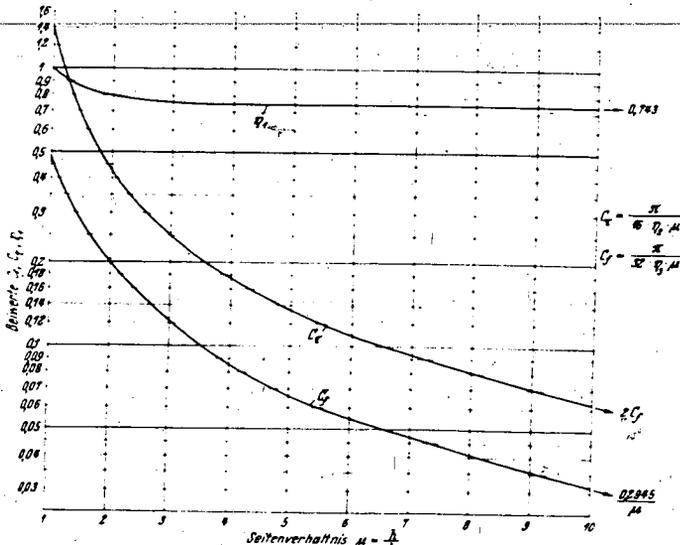


Abb. 20 Beiwerte zur Berechnung von Rechteckfedern

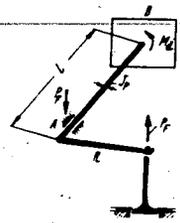


Abb. 21 Schema einer Drehstabfeder

$$f = C_f \cdot \frac{8}{G} \cdot \frac{z \cdot D^3}{b^4} \cdot P \quad (23)$$

$$\tau = C_\tau \cdot \frac{8}{\pi} \cdot \frac{D}{b^3} \cdot P \quad (24)$$

τ in der Mitte der Seite A.

$$\frac{\tau}{C_\tau} = \frac{G}{\pi} \cdot \frac{b}{z \cdot D^3} \cdot \frac{f}{C_f} \quad (25)$$

aus (23) und (24).

$$\tau_b = \eta_1 \cdot \tau \quad \tau_b \text{ in der Mitte der Seite b.}$$

Die Eigenschwingungszahl der Rechteckfeder ist aus

$$n_e = 30 \cdot \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{mit } c = \frac{P}{f} \text{ nach Gl. (23)}$$

$$n_e = \sqrt{\frac{\pi}{4 \cdot \mu \cdot C_f}} \cdot \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{G}{2 \cdot \rho}} \cdot \frac{b}{z \cdot D^3} \quad (26)$$

Man erkennt aus der Analogie der Grundgl. (23) und (24) zu den entsprechenden Gl. (3) und (4) der Federn mit Kreisquerschnitt, daß die Rechnung genau die gleiche ist, wenn man die Drahtstärke *d* durch die kleinere Seite *b* des Rechtecks ersetzt. Man kann also auch die Nomogramme des Anhangs benutzen mit *b* statt *d*, wobei man nur darauf zu achten hat, daß die abgelesenen Werte für *f* und τ mit dem Faktor *C_f* oder *C_τ* und der Wert für *n_e* mit $\sqrt{\frac{\pi}{4 \cdot \mu \cdot C_f}}$ zu multiplizieren sind.

Die Beanspruchung τ nach Gl. (24) gibt die größte Schubspannung im Querschnitt an, die bei den Voraussetzungen der Näherungsrechnung in der Mitte der größeren Seite *h* auftritt. Bei Berücksichtigung der endlichen Krümmung dagegen hängt die Lage und Größe der größten Schubspannung von der Größe der Krümmung und von der Lage der größeren Seite *h* zur Federachse ab. Die Berichtigung der Näherungswerte nach Gl. (23) bis (25) kann durch Beiwerte erfolgen, die man Schaubildern entnehmen kann, auf deren Wiedergabe hier verzichtet wurde [4, 5].

7) Kegelstumpffedern

Kegelstumpffedern nach Art der Abb. 5 oder 7 wurden gelegentlich als Ventildedern verwendet. Für die Beanspruchung τ gilt die Gl. (4) bei Kreisquerschnitt und (24) bei Rechteckquerschnitt auch hier. Die Schubspannung wächst demnach mit größer werdendem Windungsdurchmesser *D* und ist daher am größten am Fuß der Feder für den Windungsdurchmesser *D₀*. Für die Durchbiegung *f* unter einer gegebenen Last *P* gilt mit *D₀* = größtem und *D_L* = kleinstem Durchmesser

für den Kreisquerschnitt:

$$f = \frac{2}{G} \cdot \frac{z \cdot [D_0 + D_L]}{D^4} \cdot [D_0^4 + D_L^4] \cdot P \quad (27)$$

für den Rechteckquerschnitt:

$$f = C_f \cdot \frac{2}{G} \cdot \frac{z \cdot [D_0 + D_L]}{b^4} \cdot [D_0^4 + D_L^4] \cdot P \quad (28)$$

8) Tonnenfedern

Tonnenfedern nach Art der Abb. 8 oder 10 werden nur, wie schon oben dargelegt, in Sonderfällen Verwendung finden. Die Berechnung der Beanspruchung geschieht wieder nach der Grundgl. (4). Die Schubspannung ist an der Stelle des größten Durchmessers, also in der Mitte, am größten und nimmt nach den Enden zu mit dem Durchmesser ab. Geschieht diese Abnahme wie bei den Kegelstumpffedern linear mit der Drahtlänge *s*, bei konstanter Steigung also auch linear mit der Federlänge *l* (Abb. 8), so kann die Berechnung auf die Gleichung für die Kegelstumpffeder zurückgeführt werden. Ist der Windungsdurchmesser dagegen nicht linear von der Drahtlänge *s* abhängig (Abb. 10 und 11), sondern nach einem anderen Gesetz *D* = *D*(*s*), so muß

man die Federung durch Integration der folgenden allgemeinen Gleichung errechnen:

$$f = \frac{8}{G} \cdot P \cdot \frac{z}{b^4} \cdot \int_{s=0}^{s=S} D^3 \cdot ds \quad (29)$$

Hierin bedeutet *S* die Gesamtdrahtlänge.

Für den Fall der zylindrischen Federn mit *D* = konstans folgt hieraus Gl. (3) und für die Kegelstumpffeder mit *D*(*s*) = *D₀* - $\frac{D_0 - D_L}{S} \cdot s$ die Gl. (28).

2. Drehstabfedern

a) Gestaltung

Drehstabfedern haben in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen. Als Ventildedern liegen bisher nur konstruktive Vorschläge vor, dagegen keine Erfahrungen an ausgeführten Federn. Nach dem Schema der Abb. 21 benötigt die Drehstabfeder bei *A* eine Gegenlagerung, die die Federkraft *P_f* aufzunehmen hat, und bei *B* eine Halterung für das Moment *M_d*. Zusammen mit dem für die Umsetzung der Dreh- in Längsbewegung notwendigen Hebelarm wird daher das Gesamtgewicht einer Drehstabfeder ungünstiger sein, als das Gewicht einer auf den Ventilschaft mit Hilfe eines leichten Ventiltellers wirkenden schraubenförmigen Feder. Der eigentliche Drehstab wird an den Enden *A* und *B* zweckmäßig mit einer Kerbverzahnung versehen. Nach den Enden zu wird zum Ausgleich der Kerbwirkung in der Verzahnung der Querschnitt mit großem Übergangsradius so erweitert, daß der der Verzahnung einbeschriebene Querschnitt ein etwa dreimal so großes Widerstandsmoment besitzt wie der Stabquerschnitt. Bei einem Vollstab bedeutet dies, daß der der Verzahnung einbeschriebene Durchmesser etwa 1,5mal so groß sein sollte wie der Durchmesser des glatten Schaftes. Die Oberflächengüte kann bei einem geraden Stab durch Schleifen und Polieren besonders hochwertig sein. Auch hier wird man durch Oberflächenrücken von Schaft und Verzahnung Höchstwerte der Dauerfestigkeit erzielen. Die Einspannung der Stabenden sollte nach Abb. 22 a möglichst so erfolgen, daß die polaren Trägheitsmomente des verzahnten Querschnittes und des zugehörigen Nabenteiles möglichst gleich sind, damit die Übertragung des Drehmomentes möglichst über die ganze Länge der Verzahnung verteilt wird. Dies wird nicht immer zu erreichen sein, weil die Nabe dann sehr dünn und vielleicht überbeansprucht würde. Auf jeden Fall sollte man aber die oft nach Abb. 22 b ausgeführten Übergänge vermeiden, da dann immer eine starke Spannungserhöhung bei *C*, die zum Scherbruch führen kann, vorhanden ist.

Werkstoff und Festigkeitswerte: Als Werkstoff kommen die üblichen Federstähle mit hoher Streckgrenze in Frage. Bei sorgfältiger Ausbildung der Stabenden und bester Oberflächengüte können hier bei gleich gutem Material höhere Belastungswerte zugelassen werden als bei schraubenförmigen Ventildedern. Denn die Beanspruchung ist hier eindeutig reine Drehbeanspruchung, deren Grenzen im Betrieb genau festgelegt werden können, weil die Gefahr überlagerter Schwingungsbeanspruchungen nicht vorhanden ist. Als zulässige Werte dürfte man daher ± 20 bis 28 kg/mm² ansehen.

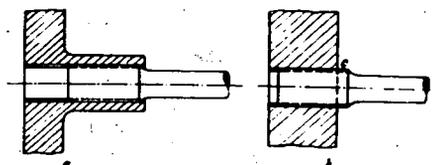


Abb. 22 Einspannung von Drehstäben

b) Berechnung

Die Berechnung geschieht nach denselben Formeln, die für die zylindrische Schraubfeder mit Kreisquerschnitt als Näherungsformeln benutzt wurden, wenn man statt des Zeichens D den doppelten Hebelarm $2R$ der Stabfeder und für die gesamte Drahtlänge $\pi D z$ die Stablänge L einsetzt. Demnach ist der Verdrehwinkel φ

$$\varphi = \frac{32}{\pi G} \frac{L \cdot R}{d^4} \cdot P \approx \frac{f}{R} \quad (30)$$

Für kleine Winkel ist damit der Ventilhub $f \approx R \cdot \varphi$ gegeben.

$$f \approx \frac{32}{\pi G} \frac{L \cdot R^3}{d^4} \cdot P \quad (31)$$

Die Beanspruchung ist

$$\tau = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{R}{d^3} \cdot P \quad (32)$$

Die Eigenschwingungszahl des Federstabes liegt so hoch, daß sie für den vorliegenden Fall nicht mehr von Interesse ist. Z. B. hat eine 15 cm lange, vorgespannte Stabfeder eine Eigenschwingungszahl von 644 000 min⁻¹.

3. Schraubfedern mit Biegebeanspruchung

Als Schraubfedern mit Biegebeanspruchung werden ausschließlich Federn in der Form der sogenannten Haarnadelfedern nach Abb. 23 verwendet. Das Belastungsschema für diese Feder ist in Abb. 24 dargestellt. Die Belastungs- und Beanspruchungsverhältnisse sind nicht so klar und eindeutig wie bei den auf Verdrehung beanspruchten Schraubfedern.

Die Hauptbeanspruchung, die allein nutzbar gemacht wird, ist die aus dem Biegemoment $\frac{P}{2} \cdot [a + r \cdot \sin \varphi]$ herrührende. In dem geraden Stück $C-C$ wirkt das gleichbleibende Biegemoment $\frac{P}{2} \cdot e$, das aus den Auflagerkräften $\frac{P}{2}$ an der Einspannstelle herrührt, und das aus der Belastungskraft P entstandene Biegemoment. Dieses Moment wird sich im wesentlichen so ausbilden, wie wenn das Stück $C-C$ in den Endpunkten C frei aufgelagert wäre, also mit dem Maximum $\frac{P}{2} \cdot \frac{b}{2}$ in der Mitte und nach den Enden linear auf Null abfallend. Im

Einspannende $A-C$ wirkt das Drehmoment $M_d = \frac{P}{2} \cdot e$, das aus der Auflagerreaktion $\frac{P}{2}$ durch die Windungen teils als Biege- und teils als Drehmoment übertragen wird (vgl. Abb. 24).

Für die Näherungsrechnung werden alle Nebeneinflüsse vernachlässigt. In den Querschnitten der Windungen wirkt das Moment $\frac{P}{2} [a + r \cdot \sin \varphi]$ mit dem Größtwert $\frac{P}{2} [a + r]$ bei E und dem Kleinstwert $\frac{P}{2} [a - r]$ bei F . Die größte Beanspruchung liegt also bei E mit dem Wert

$$\sigma_{max} = \frac{P \cdot [a + r]}{2W} = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{a + r}{d^3} \cdot P \quad (33)$$

Zur Berechnung der Durchbiegung benutzt man folgende vereinfachende Annahmen: Die Durchbiegung der Einspannenden $A-C$ und $B-D$ ist für die erste Näherung zu vernachlässigen. Das über die Windungslänge veränderliche Moment ist in den linken Windungshälften größer (Abb. 24), in den rechten Hälften kleiner, so daß sich diese Einflüsse bis auf die der letzten halben Windung aufheben, was ebenfalls wieder zu vernachlässigen ist. Dann kann man die ganzen z Windungen mit der Drahtlänge $2\pi r z$ als durch ein gleichbleibendes Moment $\frac{P}{2} \cdot a$ belastet ansehen. Die Belastung eines geraden Stabes dieser Länge durch ein reines Moment ergibt als Biegelinie einen Kreisbogen mit dem Krümmungsradius $\rho = \frac{E \cdot J}{M_b}$ und dem Winkel zwischen den Endtangentialen $\Delta \varphi = \frac{2r\pi z}{\rho} = \frac{2r\pi z}{EJ} \cdot M_b$. Näherungsweise wird auch bei den schon zu einem Kreis vorgebogenen Windungen die Winkelzunahme für kleine Winkel denselben Betrag haben. Die Durchbiegung f an der Kraftangriffsstelle ist mit dieser Annahme ohne Berücksichtigung der Durchbiegung der Enden $f = a \cdot \Delta \varphi$, also

$$f = a \cdot \frac{2r\pi z}{EJ} \cdot M_b = \frac{64}{E} \cdot \frac{a^2 \cdot r \cdot z}{d^4} \cdot P \quad (34)$$

mit $z =$ Windungszahl einer Federhälfte.

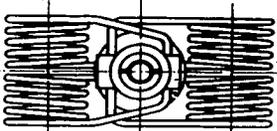
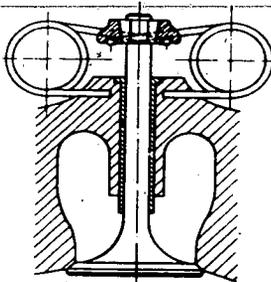


Abb. 23 Haarnadelfeder

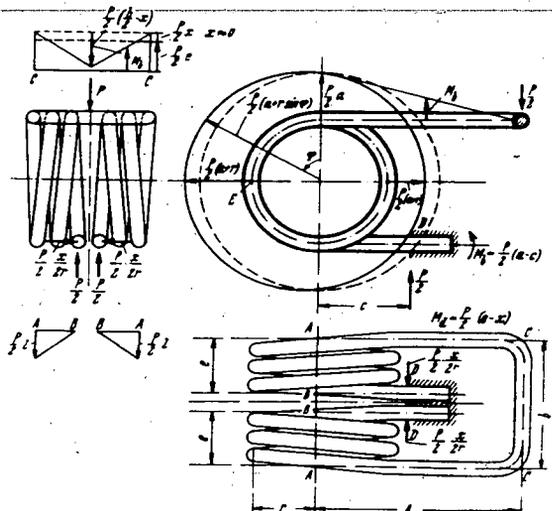


Abb. 24 Belastungsschema einer Haarnadelfeder. Kraft- und Momentenverteilung

Den nächstgrößeren Anteil liefert die Verformung des Federendes $A-C$ mit

$$l_{A-C} = \frac{P}{EJ} \frac{a^3}{6} \quad (35)$$

und die des eingespannten Endes $B-D$, die man mit etwa

$$l_{B-D} = \frac{P}{EJ} \cdot \left[\frac{a^3}{6} - \frac{1}{6}(a-c)^3 \right] \quad (36)$$

einsetzen kann. Da man c so klein wie möglich macht, ist dieser letztere Einfluß ebenfalls klein und meist zu vernachlässigen. Mit Berücksichtigung der Federenden lautet die Gleichung für die Durchbiegung:

$$l_{\text{Gesamt}} = \frac{P}{E \cdot J} \cdot \left[r \pi a^3 + \frac{a^3}{3} - \frac{1}{6}(a-c)^3 \right]. \quad (37)$$

Die Anteile der Federn liegen in der Größenordnung von 10 vH. Alle übrigen Einflüsse haben noch geringeren Anteil an der Durchbiegung, so daß sie mit Recht vernachlässigt werden können. Für die Berechnung von anderen Formen biegebelasteter Schraubendfedern mit anderen Einspannbedingungen findet man in den Büchern von Groß-Lehr [4] und Groß [5] allgemeine Formeln.

4. Blattfedern

Blattfedern wurden während des Weltkrieges an Flugmotoren verwendet, sind jedoch heute, außer an einem Kraftwagenmotor, als Ventildedern nicht mehr gebräuchlich. Es erübrigt sich daher, hier näher darauf einzugehen. Für eine genaue Berechnung sind in den Büchern Groß und Lehr [4, 5] alle Unterlagen vorhanden.

Zusammenfassung

Die Anforderungen an die Ventildedern aus den Bewegungsverhältnissen der Steuerung und den besonderen Arbeitsbedingungen werden als Grundlagen für die Gestaltung und Berechnung der Federn zunächst behandelt. Entsprechend ihrer fast ausschließlichen Verwendung werden dann für die zylindrischen Schraubendfedern mit Drehbeanspruchung, besonders eingehend die Gestaltungsgrundlagen einschließlich Werkstoff- und Festigkeitsfragen besprochen. Für die Berechnung dieser Federn werden alle Grundlagen gegeben und in einem Anhang hierfür drei Leitertafeln mitgeteilt. Auch für die einfache Berechnung von Federätzen wird ein Rechenverfahren angegeben. Für andere Federformen wie Drehstabfedern, Haarnadelfedern und Blattfedern werden nur kurz die Berechnungsgrundlagen besprochen.

Schrifttum

[1] W. D. Bensinger, Berechnung und Gestaltung der Ventilsteuerung von Flugmotoren. Ringbuch der Luftfahrttechnik. III A 5.
 [2] A. Hussmann, Schwingungen von schraubenförmigen Ventildedern. Ringbuch der Luftfahrttechnik. IV A 1.
 [2a] H. Cornelius, Ventildederdrähte, Spanndrähte und Seildrähte. Ringbuch der Luftfahrttechnik. II C 4.
 [3] A. Hussmann, Rechnerische Verfahren zur harmonischen Analyse und Syntese. S. 21—24. Berlin, Julius Springer 1938.
 [4] S. Groß — E. Lehr, Die Federn, Berlin, VDI-Verlag 1938.

[5] S. Groß, Berechnung und Gestaltung der Federn. Berlin, Julius Springer, 1939.
 [6] H. Stumpp, Aussprachebeitrag zu der Sitzung des Ausschusses für Werkstofffragen der Lilienthal-Gesellschaft am 26. 10. 1937 in Düsseldorf. Bericht A 45/2 der Lilienthal-Gesellschaft, S. 22—23.
 [7] O. Göhner, Die Berechnung zylindrischer Schraubendfedern. Ing.-Archiv Bd. 1 (1930) S. 619 und Bd. 2 (1931) S. 1. Z. VDI Bd. 76 (1932) S. 269 und Bd. 77 (1933) S. 198.
 [8] E. H. Olmstead — E. S. Taylor, Poppet Valve Dynamics. J. Aeronautical Sciences Bd. 6 (1939) S. 370—375.
 [9] E. Lehr, Bericht A 45/2 der Lilienthal-Gesellschaft S. 13—14.
 [10] C. Weber, Die Lehre von der Drehfestigkeit. Berlin 1921.

Anhang: Leitertafeln für die Berechnung zylindrischer Schraubendfedern

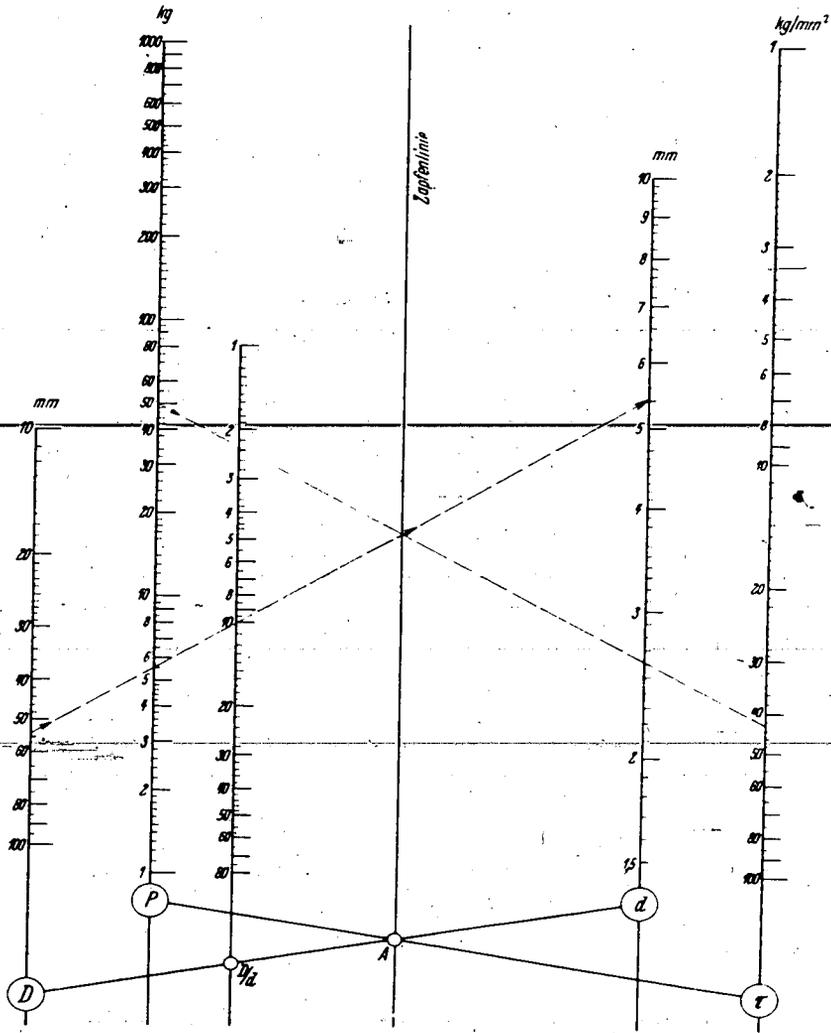
Von Dr. H. Ristau, München

Übersicht über die möglichen Wertekombinationen von P, r, D, f, d und z mit Rechenvorschrift für die Leitertafeln

gegeben	mit Tafel	1. Rechnung	mit Tafel	2. Rechnung
z	P, r, D, f	1 $P, r, D \rightarrow d$	2	$P, D, f, d \rightarrow z$
z	P, r, f, d	1 $P, r, d \rightarrow D$	2	$P, D, f, d \rightarrow z$
z	P, D, f, d	2 z		
z	r, D, f, d	3 z		
d	P, r, D	1 d		
d	P, r, f, z	kann nicht mit den Tafeln gerechnet werden, siehe Formel (13)		
d	P, D, f, z	2 d		
d	r, D, f, z	3 d		
f	P, r, D, z	1 $P, r, D \rightarrow d$	2	$P, D, d, z \rightarrow f$
f	P, r, d, z	1 $P, r, d \rightarrow D$	2	$P, D, d, z \rightarrow f$
f	P, D, d, z	2 f		
f	r, D, d, z	3 f		
D	P, r, d	1 D		
D	P, r, f, z	kann nicht mit den Tafeln gerechnet werden, siehe Formel (13)		
D	P, f, d, z	2 D		
D	r, f, d, z	3 D		
r	P, D, d	1 r		
r	P, D, f, z	2 $P, D, f, z \rightarrow d$	1	$P, D, d \rightarrow r$
r	P, f, d, z	2 $P, f, d, z \rightarrow D$	1	$P, D, d \rightarrow r$
r	D, f, d, z	3 r		
P	r, D, d	1 P		
P	r, D, f, z	3 $r, D, f, z \rightarrow d$	1	$r, D, d \rightarrow P$
P	r, f, d, z	3 $r, f, d, z \rightarrow D$	1	$r, D, d \rightarrow P$
P	D, f, d, z	2 P		

Außerdem kann n aus r und f mit Tafel 3 und c aus P und f mit Tafel 2 berechnet werden. Wertekombinationen mit n und c sind in der Übersicht nicht enthalten, sind aber mit Hilfe der Tafeln 2 und 3 zu berechnen.

$$\tau = \frac{P}{\pi} \cdot \frac{D}{d^3} \cdot P$$



Tafel 1 Leitertafel für die Berechnung von Ventildfedern

Als Ablesegeraden können nur die Geraden (D, A, d) und (P, A, τ) benutzt werden.

Beispiel: Gegeben P = 50 kg, τ = 42,7 kg/mm², D = 54 mm, gesucht d.

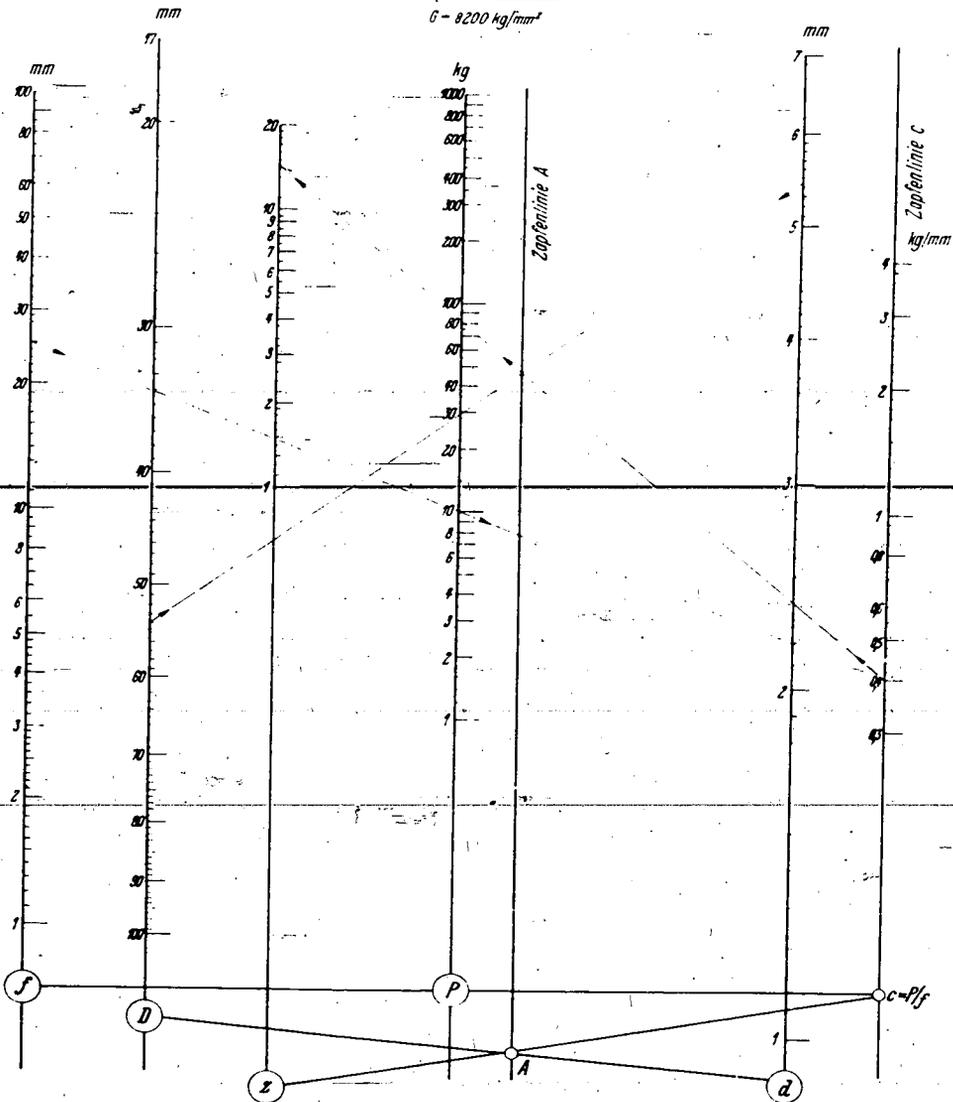
Gebrauchsanweisung zu Tafel 1

Beim Entwurf der Leitertafel wurden D, d und P, τ zu Wertepaaren zusammengefaßt. Es ist stets ein Paar

und ein Wert des anderen Paares gegeben. Es wird die zu dem gegebenen Paar gehörige Ablesegerade und ihr Schnittpunkt A mit der Zapfenlinie aufgesucht (vgl. das Ablesechema in der Leitertafel). Durch A und den gegebenen Wert des zweiten Wertepaares ist eine zweite Ablesegerade bestimmt, die den gesuchten Wert auf der zugehörigen Funktionsleiter anzeigt. Die Gerade durch D und d gibt außerdem auf der Funktionsleiter D/d den Wert $\tau = D/d$ an, der zur Berücksichtigung der Krümmung mit Hilfe der in Abb. 15 gegebenen Kurve benötigt wird.

$$f = \frac{P}{G} \cdot \frac{z \cdot D^3}{d^3} \cdot P$$

$$G = 8200 \text{ kg/mm}^2$$



Tafel 2 Leitertafel für die Berechnung von Ventilfedern
 Als Ablesegeraden können nur die Geraden (*f*, *P*, *c*),
 (*D*, *A*, *d*) und (*z*, *A*, *c*) benutzt werden.
 Beispiel: Gegeben *P* = 10 kg, *f* = 25 mm, *D* = 54 mm,
d = 5,45 mm, gesucht *z*.

Gebrauchsanweisung zu Tafel 2

Beim Entwurf der Leitertafel wurden *f*, *P* und *D*, *d* zu Wertepaaren zusammengefaßt. Ist *z* gesucht, so sind beide Wertepaare gegeben, und es können die zugehörigen Ablesegeraden gezeichnet werden (s. Ablesschema in der Leitertafel). Die Gerade (*f*, *P*) schneidet die rechte Zapfenlinie in *c*, die Gerade (*D*, *d*) schneidet die mittlere Zapfenlinie in *A*. Die Gerade durch *c* und *A* gibt dann auf der Funktionalleiter *z* den gesuchten Wert.

Ist *z* gegeben und eine der anderen Größen gesucht, so ist eines der beiden Wertepaare und ein Wert des zweiten Paares bekannt. Es wird dann die zu dem Wertepaar gehörige Ablesegerade gezeichnet und der Schnittpunkt dieser Geraden mit der zugehörigen Zapfenlinie (s. Ablesschema) aufgesucht. Durch diesen Punkt und den Wert *z* ist eine zweite Ablesegerade bestimmt. Durch den Schnittpunkt dieser Geraden mit der zweiten Zapfenlinie und dem gegebenen Wert des zweiten Wertepaares ist die dritte Ablesegerade bestimmt, die den gesuchten Wert auf der zugehörigen Leiter angibt.

An der Teilung auf der Zapfenlinie *c* kann außerdem noch die Federung $c = \frac{P}{f}$ abgelesen werden.

